

# بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

## فصل ۳: کار، انرژی و توان

### درسنامه ۱: آشنایی با مفهوم انرژی و تعریف کار

#### مفهوم انرژی

انرژی..... مهم‌ترین مفهومی است که در سرتاسر فیزیک و علوم و مهندسی با آن سر و کار داریم. انرژی این امکان را فراهم می‌کند تا تمامی فعالیت‌های روزمره خود را انجام دهیم. ← انجام کار!

**قانون پایستگی انرژی:** انرژی شکل‌های متفاوتی دارد و در همه چیز و همه جا وجود دارد. انرژی می‌تواند از شکلی به شکل دیگر تبدیل شود و در حین این فرایند، مقدار کل آن پایسته می‌ماند.

**نکته:** با انجام کار می‌توان انرژی را از جسمی به جسم دیگر منتقل کرد.

**انواعی از شکل‌های انرژی:** همه شکل‌های انرژی کمیت دارند. ال... (برون... جهت) و با یکای ژول... (J) هستند. مثال‌هایی از انرژی که در آینده خواهیم خواند: انرژی جنبشی، انرژی پتانسیل (گرانشی، کشسانی و الکتریکی)، انرژی گرمایی، انرژی مکانیکی، انرژی درونی، انرژی هسته‌ای و ... **کار** هم به نوعی تداومی کننده مفهوم انرژی است!

**تفاوت مفهوم انرژی با نیرو:** نیرو هر عملی است که بخواهد حالت استراحت یا حرکت یکنواخت جسم را تغییر دهد. اگر نیرویی کاری انجام دهد منجر به انتقال انرژی از عامل ایجاد نیرو به عامل دریافت کننده نیرو (همان جسم) می‌شود. پس نیرو نوعی روش برای انتقال انرژی است؛ در حالی که انرژی نوعی خاصیت سیستمی است که درون آن سیستم ذخیره یا منتقل می‌شود.

#### نیروها به دو دسته تقسیم می‌شوند

**الف) نیروهای مستقیم (تماسی):** این نیروها با تماس مستقیم فیزیکی، منجر به انتقال انرژی می‌شوند. مثل کشش طناب، اصطکاک و ...

**ب) نیروهای غیرمستقیم (میدانی):** این نیروها بدون تماس مستقیم فیزیکی، منجر به انتقال انرژی می‌شوند. مثل نیروی جاذبه (مثل وزن)، نیروی الکتریکی، نیروی مغناطیسی و ...

**نکته:** نیروها به راحتی به وجود می‌آیند و از بین می‌روند؛ پس نیرو پایسته نیست (برخلاف انرژی).

| مقایسه | نرده‌ای یا برداری بودن | تبعیت از قوانین جمع ..... | نام یکا در SI | اصلی یا فرعی بودن یکا | یکای برحسب یکاهای اصلی | بایستگی |
|--------|------------------------|---------------------------|---------------|-----------------------|------------------------|---------|
| انرژی  | نرده‌ای                | معمومی                    | ژول (J)       | فخری                  | $kg \cdot m^2/s^2$     | (✓)     |
| نیرو   | برداری                 | برداری                    | نیوتون (N)    | فخری                  | $kg \cdot m/s^2$       | (X)     |

مرور قوانین نیوتون در مورد نیرو

قانون اول

$\vec{F}_{net} = 0 \rightarrow \vec{a} = 0 \text{ m/s}^2$   
 وضعیت حرکت جسم حفظ می‌شود.

قانون دوم

$\vec{F}_{net} = m\vec{a}$   
 حرکت متغیر، در انبار  
 $F_{net}$

قانون سوم

$F_{12} = -F_{21}$

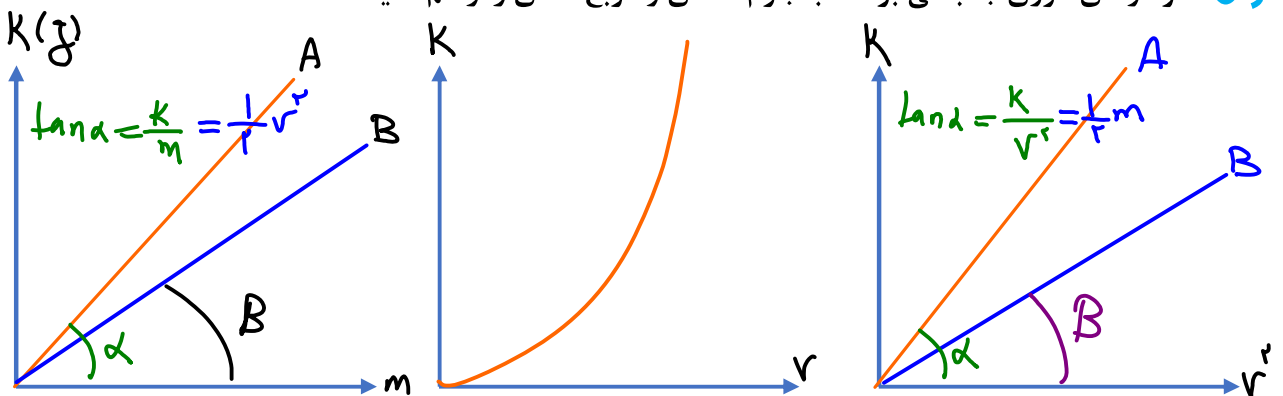
انرژی جنبشی

هر چیزی که حرکت کند، دارای نوعی انرژی وابسته به حرکت، به نام انرژی جنبشی (یا انرژی حرکتی) است. این انرژی به جرم جسم و مربع تندی وابسته است (طبق فرمول).

$K = \frac{1}{2} m v^2$   
 انرژی جنبشی (J) ← جرم جسم (kg)  
 تندر (m/s) ←

نکته: انرژی جنبشی کمیتی نرده‌ای و همواره مثبت است. پس این انرژی به جهت حرکت وابسته نیست!

سوال: نمودارهای انرژی جنبشی برحسب جرم، تندی و مربع تندی را رسم کنید:



$\alpha > \beta \rightarrow \tan \alpha > \tan \beta \Rightarrow v_A > v_B$

$\alpha > \beta \Rightarrow \tan \alpha > \tan \beta \Rightarrow m_A > m_B$

**سوال:** جسمی به جرم ۱۰ کیلوگرم داریم. در هر یک از حالات زیر انرژی جنبشی آن را محاسبه کنید:  
**الف)** با تندی ۲m/s به سمت ~~خلاف جهت محور~~ X حرکت می کند:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 = 20 \text{ J}$$

**ب)** با سرعت لحظه‌ای ۲m/s و با زاویه ۴۵ درجه نسبت به جهت مثبت محور X در حال حرکت است:

$$K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \times 10 \times 2^2 = 20 \text{ J}$$

**پ)** جسم با برخورد با دیوار متوقف می شود:  $v = 0$

$$K = \frac{1}{2}mv^2 \xrightarrow{v=0} K = 0 \text{ J}$$

**سوال:** یک خودرو با تندی ۷۲km/h در حال حرکت است که ناگهان مانعی را می بیند و تندی خود را با ترمز به

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

۳۶km/h می رساند. اگر جرم خودرو و سرنشینان آن مجموعاً ۱ton باشد:

**الف)** تغییرات انرژی جنبشی این خودرو را حساب کنید:

$$\Delta K = K_f - K_i = \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 1000 \times (10^2 - 20^2) = -15000 \text{ J} = -15 \text{ kJ}$$

**ب)** اگر راننده این خودرو فردی با ۸۰۰ نیوتون وزن باشد، تغییرات انرژی جنبشی این فرد چند کیلوژول است؟

$$W = mg \Rightarrow 800 = 10 \times m \Rightarrow m = 80 \text{ kg} \quad (g = 10 \text{ N/kg})$$

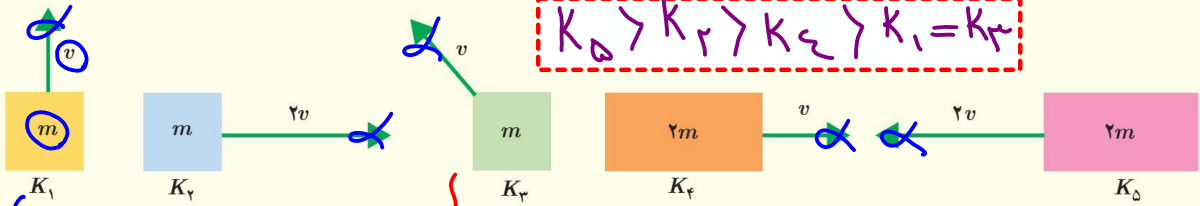
$$\Delta K_{\text{فرد}} = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 80 \times (10^2 - 20^2) = -1200 \text{ J} = -1.2 \text{ kJ}$$

**فرمول مقایسه انرژی جنبشی**

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2$$

$$K = \frac{1}{2}mv^2$$

انرژی جنبشی هر یک از اجسام زیر را با هم مقایسه کنید و مقدار آن را به ترتیب از کمترین تا بیشترین بنویسید.



$$K_5 > K_2 > K_4 > K_1 = K_3$$

$$K_1 = \frac{1}{2}mv^2 = K \quad K_2 = \frac{1}{2}m(2v)^2 = 2K \quad K_3 = \frac{1}{2}mv^2 = K \quad K_4 = \frac{1}{2}(2m)v^2 = 2K \quad K_5 = \frac{1}{2}(2m)(2v)^2 = 4K$$

مرور مفهوم درصد

وقتی می‌گوییم انرژی جنبشی جسمی  $\Delta$  درصد زیاد یا کم می‌شود؛ یعنی:

افزایش

$$K_2 = K_1 + \frac{\Delta}{100} K_1$$

کاهش

**سوال:** در هر یک از حالات زیر، انرژی جنبشی ثانویه ( $K_2$ ) را بر حسب انرژی جنبشی اولیه ( $K_1$ ) بنویسید:

(الف) انرژی جنبشی ۲۵ درصد افزایش یافته است:

$$K_2 = K_1 + \frac{25}{100} K_1 = \frac{125}{100} K_1 = 1.25 K_1$$

(ب) انرژی جنبشی ۶۰ درصد کاهش یافته است:

$$K_2 = K_1 - \frac{60}{100} K_1 = \frac{40}{100} K_1 = 0.4 K_1$$

(پ) انرژی جنبشی جسم ۱۰۰ درصد افزایش یافته است:

$$K_2 = K_1 + \frac{100}{100} K_1 = 2 K_1$$

**سوال:** انرژی جنبشی نهایی جسم  $\frac{5}{4}$  برابر انرژی اولیه آن است. تغییرات انرژی جنبشی را بر حسب درصد بیان کنید:

روش ①  $\Rightarrow$  درصد تغییرات  $= \frac{\Delta K}{K_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{4} K_1}{K_1} \times 100 = +25$  درصد

$$K_2 = \frac{5}{4} K_1$$

روش ②  $\Rightarrow K_2 = \frac{5}{4} K_1 = \frac{5}{4} K_1 + \frac{1}{4} K_1 = K_1 + \frac{25}{100} K_1$

$$\Delta K = \frac{5}{4} K_1 - K_1 = \frac{1}{4} K_1$$

۲۵ درصد افزایش

**سوال:** انرژی جنبشی نهایی جسم  $\frac{3}{4}$  برابر انرژی اولیه آن است. تغییرات انرژی جنبشی را بر حسب درصد بیان کنید:

$$K_2 = \frac{3}{4} K_1 = \frac{\epsilon}{4} K_1 - \frac{1}{4} K_1 = K_1 - \frac{25}{100} K_1$$

۲۵ درصد کاهش

**سوال:** جسمی با تندی  $v$  در حال حرکت است. اگر جرم آن با همان تندی ۷۵ درصد کاهش یابد، انرژی جنبشی جسم چگونه تغییر می کند؟

$$v_2 = v_1 \quad m_2 = m_1 - \frac{75}{100} m_1 = \frac{1}{4} m_1$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{4} m_1}{m_1} \Rightarrow K_2 = \frac{1}{4} K_1 = \frac{\epsilon}{4} K_1 - \frac{3}{4} K_1 = K_1 - \frac{75}{100} K_1$$

۷۵ درصد کاهش یافته است

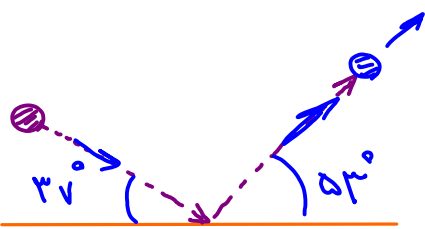
**سوال:** جسمی با تندی  $10 \text{ m/s}$  در حال حرکت است. تندی جسم را به اندازه  $v$  تغییر می دهیم تا انرژی جنبشی جسم ۶۹ درصد افزایش یابد.  $v$  واحد SI است؟

$$K_2 = K_1 + \frac{69}{100} K_1 = 1.69 K_1 \quad v_2 = 10 + v$$

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{1.69 K_1}{K_1} = \left(\frac{10+v}{10}\right)^2 \Rightarrow \frac{1.69}{1} = \frac{10+v}{10}$$

$$\Rightarrow 17 = 10 + v \Rightarrow v = 7 \text{ m/s}$$

**سوال:** اگر توپی به جرم  $m$  و با تندی  $2v$  با زاویه  $37^\circ$  درجه به دیوار برخورد کرده و با تندی  $v$  و زاویه  $53^\circ$  درجه از دیوار جدا شود، انرژی جنبشی آن چند برابر می شود؟



$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v}{2v}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow K_2 = \frac{1}{4} K_1$$

**سوال:** یک کامیون بدون بار به جرم  $m$  با تندی  $20 \text{ m/s}$  در حال حرکت است. اگر به این کامیون باری به جرم  $M$  اضافه کنیم و کامیون با تندی  $10 \text{ m/s}$  و با همان انرژی جنبشی حرکت کند  $m$  چند برابر  $M$  است؟

$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{4} = \left(\frac{M+m}{m}\right) \times \left(\frac{10}{20}\right)^2 \Rightarrow \epsilon m = M + m$$

$$\Rightarrow 3m = M \Rightarrow \frac{m}{M} = \frac{1}{3}$$

**سوال:** اگر جرم  $m_1$  با تندی  $v$  و جرم  $m_2$  با تندی  $2v$  حرکت کنند، مجموع انرژی‌های جنبشی آن‌ها برابر  $K$  است.

اگر جرم  $m_1$  با تندی  $2v$  و جرم  $m_2$  با تندی  $v$  حرکت کنند، مجموع انرژی جنبشی آن‌ها برابر  $3K$  است. نسبت  $m_1$  به  $m_2$  کدام است؟

$$K = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} m_2 (2v)^2 \Rightarrow K = \frac{1}{2} v^2 (m_1 + 4m_2) \quad \div$$

$$3K = \frac{1}{2} m_1 (2v)^2 + \frac{1}{2} m_2 (v)^2 \Rightarrow 3K = \frac{1}{2} v^2 (4m_1 + m_2)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{3} \frac{m_1 + 4m_2}{4m_1 + m_2} \Rightarrow 4m_1 + m_2 = 3m_1 + 12m_2 \Rightarrow m_1 = 11m_2 \Rightarrow \frac{m_1}{m_2} = 11$$

**سوال:** خودرویی از حال سکون در یک جاده افقی شروع به حرکت می‌کند. در این خودرو ۱۰ درصد از انرژی ناشی

از سوختن بنزین، صرف افزایش انرژی جنبشی آن شده و با مصرف مقدار معینی از سوخت، تندی خودرو (به  $v$  می‌رسد. اگر از این لحظه به بعد، خودرو همان مقدار سوخت را مصرف کند، تندی آن چند برابر  $v$  خواهد شد؟ (Q)

۱ (۲)  $\sqrt{2}$   $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{2}$   $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

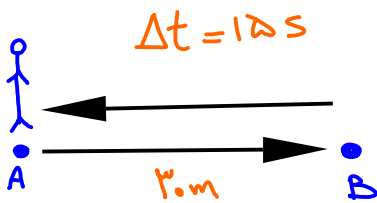
$$\Delta K_1 = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} m v^2$$

۱۰ درصد مصرف معین سوخت  $\Rightarrow \frac{1}{2} m v^2$

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2'^2 - v_1'^2) \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (v_2'^2 - v_1'^2)$$

$$2v^2 = v_2'^2 - v_1'^2 \Rightarrow v_2' = \sqrt{2} v$$

**نکته:** مرور مفاهیم مسافت، جابه‌جایی، تندی، سرعت، شتاب و نیرو از علوم نهم:



$$\left\{ \begin{aligned} \text{مسافت} &= 30 + 30 = 60 \text{ m} \\ \text{جابه‌جایی} &= 0 \text{ m} \rightarrow (+30) + (-30) = 0 \text{ m} \\ \text{تندی} &= \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{60}{15} = 4 \text{ m/s} \\ \text{سرعت} &= \frac{\text{جابه‌جایی}}{\text{زمان}} = \frac{0}{15} = 0 \text{ m/s} \end{aligned} \right.$$

$$\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0}$$

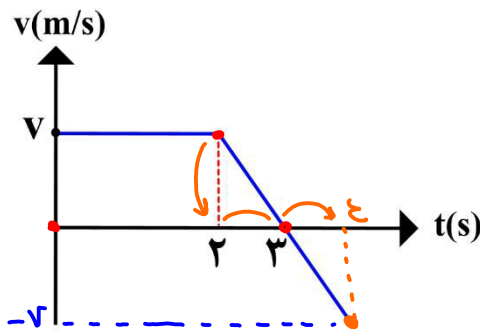
$$\vec{F} = m \times \vec{a}$$

**نکته:** در صورتی که حرکت جسم روی خط راست و بدون تغییر جهت باشد، مسافت و جابه جایی و در نتیجه تندی و سرعت با هم (در بازه‌های زمانی برابر) ... برابر ... خواهند بود. مستقیم الخط

**سوال:** به جسمی به جرم ۵ کیلوگرم، نیروی افقی و ۲۰ نیوتونی وارد می‌شود. اگر جسم در راستای نیرو شروع به حرکت کند و نیروی مقاومی وجود نداشته باشد، پس از ۵ ثانیه از شروع حرکت، انرژی جنبشی جسم چند کیلوژول خواهد شد؟ **(ترکیب با سینماتیک)**

$F_{net(x)} = m \times a \Rightarrow 20 = 5 \times a \Rightarrow a = 4 \text{ m/s}^2$   
 $v = \frac{v - v_0}{t - t_0} = \frac{v - 0}{5 - 0} \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$   
 $\Rightarrow K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times (20)^2 = 1000 \text{ J} = 1 \text{ kJ}$

**سوال:** نمودار سرعت-زمان جسمی مطابق شکل است.

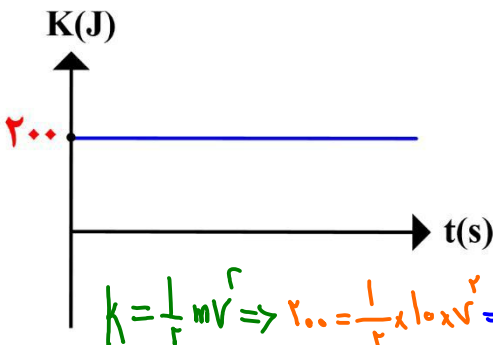


**الف)** در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه انرژی جنبشی جسم برای دومین بار بیشینه می‌شود  $(K_{max})$ ?  $t = 4 \text{ s}$

**ب)** در چه لحظه انرژی جنبشی جسم به کمینه می‌رسد  $(K_{min})$ ?

$t = 3 \text{ s} \leftarrow v = 0 \leftarrow K \geq 0 \rightarrow K_{min} = 0$

**سوال:** نمودار مقابل نشان‌دهنده وضعیت حرکت جسمی به جرم ۱۰ kg است.



**الف)** نوع حرکت جسم را تفسیر کنید:  
جسم با انرژی ثابت در حال حرکت است!

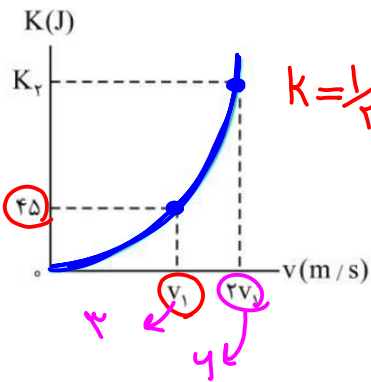
**ب)** این جسم پس از ۱۰s چند متر مسافت طی می‌کند؟

$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 200 = \frac{1}{2} \times 10 \times v^2 \Rightarrow v^2 = 40 \Rightarrow v = 2\sqrt{10} \text{ m/s}$

$\Delta x = v \times \Delta t = 2\sqrt{10} \times 10 = 20\sqrt{10} \text{ m}$

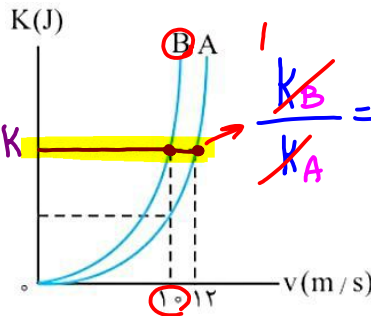
**پ)** آیا از روی این نمودار می‌توان به جهت حرکت جسم پی برد؟

خیر - زیرا انرژی جنبشی کمترین همواره مثبت است و نه به جهت حرکت وابسته است و نه نشان‌دهنده آن است!



**سوال:** نمودار انرژی جنبشی بر حسب تندی جسمی به جرم  $1 \cdot \text{kg}$  مطابق شکل روبه‌رو است  $v_1$  و  $K_2$  به ترتیب چند متر بر ثانیه و چند ژول است؟

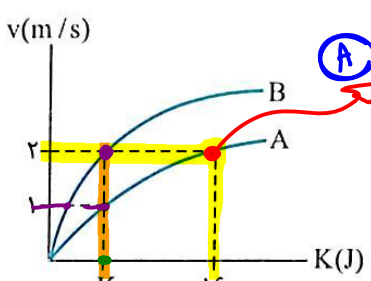
$K = \frac{1}{2} m v^2$   
 $\Rightarrow 4 = \frac{1}{2} \times 1 \times v_1^2 \Rightarrow v_1^2 = 8 \Rightarrow v_1 = 2 \text{ m/s}$   
 $K_2 = \frac{1}{2} \times (1) \times (4)^2 = 8 \text{ J}$



**سوال:** نمودار تغییرات انرژی حرکتی بر حسب تندی دو جسم A و B مطابق شکل روبه‌رو است. جرم جسم A چند برابر جرم جسم B است؟

$\frac{K_B}{K_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2$   
 $\Rightarrow 34 m_A = 25 m_B$   
 $\Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \frac{25}{34}$

**سوال:** شکل مقابل نمودار تغییرات تندی دو جسم A و B را بر حسب انرژی جنبشی آن‌ها نشان می‌دهد. جرم جسم



چند کیلوگرم است؟

$K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow 14 = \frac{1}{2} \times m_A \times 1^2 \Rightarrow m_A = 28 \text{ kg}$   
 $\frac{K_B}{K_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 \Rightarrow \frac{m_A}{m_B} = \left(\frac{v_B}{v_A}\right)^2 = \left(\frac{2}{1}\right)^2 \Rightarrow m_B = \frac{m_A}{4} = 7 \text{ kg}$

**سوال:** دو جسم A و B از حال سکون بر روی یک سطح افقی شروع به حرکت می‌کنند و تندی حرکت آن‌ها به تدریج افزایش می‌یابد. اگر جرم جسم A بیشتر از جرم جسم B باشد، کدام نمودار در رابطه با انرژی جنبشی این دو

**«IQ جامع»**

چون  $m_A > m_B$  پس  $K_A > K_B$  برای  $v$  برابر

$m_A > m_B$

$\tan \alpha = \frac{v^2}{K} = \frac{1}{m}$   
 $m_A > m_B$   
 $\alpha_A < \alpha_B$

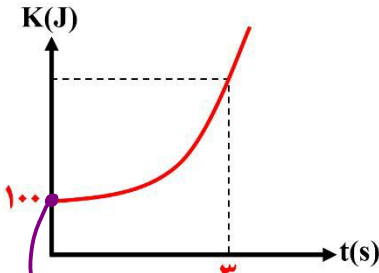
$K_A > K_B$

چون  $m_A > m_B$  پس  $K_A > K_B$  برای  $v$  برابر

جسم نادرست است؟

$\tan \alpha = \frac{K}{v^2} = \frac{1}{2m}$   
 $m_A > m_B$   
 $\alpha_A > \alpha_B$

**سوال:** نمودار مقابل، انرژی جنبشی جسمی به جرم ۲kg را بر حسب زمان نشان می‌دهد. اگر جسم با شتاب ثابت  $2\text{m/s}^2$  بر روی مسیر مستقیم در حرکت باشد، تندی جسم در لحظه  $t=3\text{s}$  چند برابر تندی آن در لحظه شروع حرکت است؟



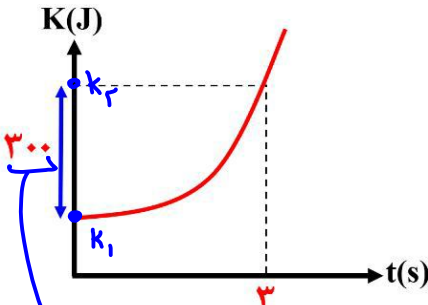
«آزمون‌های گاج»

$$K_0 = \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow 100 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_0^2 \Rightarrow v_0 = 10 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t} \Rightarrow 2 = \frac{v - 10}{3} \Rightarrow v = 14 \text{ m/s}$$

Handwritten notes:  $1/6$ ,  $14/10 = 1.4$

**سوال:** نمودار مقابل، انرژی جنبشی جسمی به جرم ۲kg را بر حسب زمان نشان می‌دهد. اگر جسم با شتاب ثابت  $2\text{m/s}^2$  بر روی مسیر مستقیم در حرکت باشد، مجموع اولیه جسم و تندی جسم در لحظه  $t=3\text{s}$  چند m/s است؟



«تالیفی»

$$\Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow 300 = (v_2^2 - v_1^2)$$

Handwritten notes:  $t=3\text{s}$  (تندی در لحظه ۳s),  $t=0\text{s}$  (تندی در لحظه ۰s)

$$300 = (v_2 + v_1)(v_2 - v_1) \Rightarrow v_2 + v_1 = 50 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{v - v_0}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow v - v_0 = 6$$

**سوال:** جرم کامیونی ۴ برابر جرم یک خودرو و انرژی جنبشی آن نصف انرژی جنبشی خودرو است. اگر تندی کامیون  $10\text{m/s}$  افزایش یابد، انرژی جنبشی اش ۲ برابر انرژی جنبشی خودرو می‌شود. تندی اولیه کامیون چند متر بر ثانیه است؟

«سری Z»

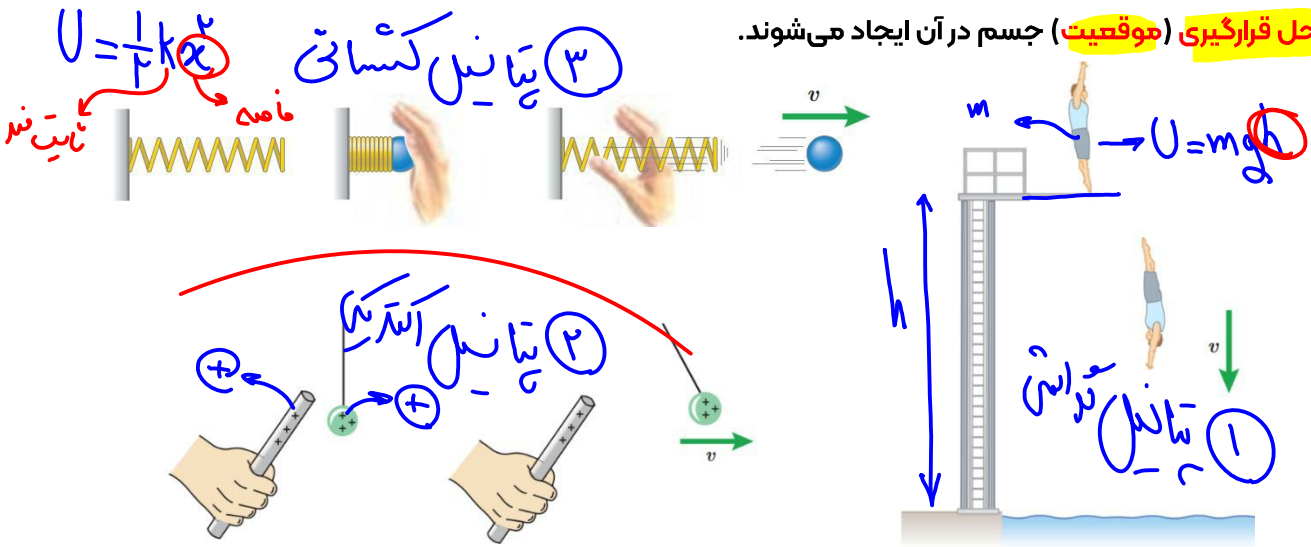
$$\frac{K_r}{K_1} = \frac{m_r}{m_1} \times \left(\frac{v_r}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 2 = \frac{1}{4} \times \left(\frac{v_r}{v_1}\right)^2 \Rightarrow \left(\frac{v_r}{v_1}\right)^2 = 8 \Rightarrow v_r = 2\sqrt{2} v_1$$

$$\frac{K_r}{K_1} = \frac{m_r}{m_1} \times \left(\frac{v_r}{v_1 + 10}\right)^2 \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{v_r}{v_1 + 10}\right)^2 \Rightarrow \sqrt{v_1 + 10} = 2\sqrt{2} v_1$$

$$v_1 + 10 = 2 v_1 \Rightarrow v_1 = 10 \text{ m/s}$$

### انرژی پتانسیل

علاوه بر انرژی پتانسیل گرانشی، انرژی‌های کشسانی فنر و الکتریکی هم نوعی انرژی پتانسیل هستند. یعنی صرفاً به علت محل قرارگیری (هوقصیت) جسم در آن ایجاد می‌شوند.



**نکته:** انرژی‌های پتانسیل برخلاف جنبشی مربوط به یک جسم نیستند، بلکه مربوط به یک سامانه یا سیستم هستند. مثلاً:

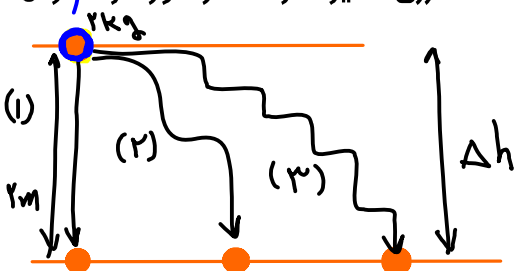
- ۱- انرژی پتانسیل گرانشی: مربوط به سامانه جسم و زمین است (یعنی هر دو).
- ۲- انرژی پتانسیل کشسانی: مربوط به سامانه جسم و فنر است (یعنی هر دو).
- ۳- انرژی پتانسیل الکتریکی: مربوط به دو بار الکتریکی است.

**نکته:** علت هر انرژی پتانسیل، نوعی نیرو در سامانه بین دو جسم مد نظر است (به واسطه وجود همین نیروهاست که این سامانه‌ها کار انجام می‌دهند).

- ۱- گرانشی: نیروی وزن جسم بین زمین و جسم.  $F = mg$
- ۲- کشسانی: نیروی کششی فنر (به واسطه کشیدن یا فشردن فنر).  $F = kx$
- ۳- الکتریکی: نیروی جاذبه یا دافعه بین بارها.  $F = \frac{kq_1q_2}{r^2}$

### انرژی پتانسیل گرانشی

انرژی‌ای است که اجسام صرفاً به علت ارتفاع...شان از سطح زمین در خود ذخیره دارند. علت آن جاذبه زمین است. وقتی جسمی در ارتفاع  $h$  قرار می‌گیرد به علت جاذبه زمین در خود به اندازه  $U = mgh$  انرژی ذخیره دارد که در صورت رها کردن جسم آن را به انرژی جنبشی تبدیل می‌کند.



$$\Delta U = mg\Delta h = mg(h_2 - h_1)$$

**نکته:** در مدل‌سازی فرض می‌کنیم در ارتفاعات مختلف،  $g$  ثابت باشد.

**نکته:** هرچه ارتفاع از سطح زمین بیشتر، انرژی پتانسیل بیشتر و هر چه ارتفاع از سطح زمین کمتر، انرژی پتانسیل نیز کمتر است.

$$U = mgh$$

$$U = 0 \rightarrow h = 0$$

**تذکر:** تعیین سطح مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی **دلخواه** است و در آن محل انرژی پتانسیل صفر فرض می‌شود؛ اما بهتر است **پایین‌ترین** نقطه را سطح مبدأ بگیریم تا همه پتانسیل‌های بالاتر، مثبت در نظر گرفته شوند.

**سوال:** یک فرد ۸۰ کیلوگرمی از طبقه پنجم با آسانسور به طبقه دهم می‌رود. اگر هر طبقه ۳ متر ارتفاع داشته باشد،

$$\Delta h = (10 - 5) \times 3 = 15 \text{ m}$$

محاسبه کنید: ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

**الف)** انرژی پتانسیل فرد چند ژول افزایش می‌یابد؟

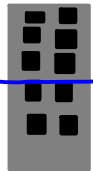
$$\Delta U = mgh = 80 \times 10 \times 15 = 12000 \text{ J}$$

**ب)** اگر فرد همین مسیر را با پله‌های مارپیچ ساختمان طی کند، انرژی پتانسیل وی چقدر تغییر می‌کند؟

$$\Delta U = mgh = 12000 \text{ J}$$

فقط تغییر ارتفاع عمود بر زمین مهم است نه مسیر

**پ)** اگر مبدأ انرژی پتانسیل را همان طبقه پنجم فرض کنیم؛ فرد در طبقه اول چه انرژی پتانسیلی خواهد داشت؟



$$h = (1 - 5) \times 3 = -12 \text{ m}$$

ارتفاع هر طبقه

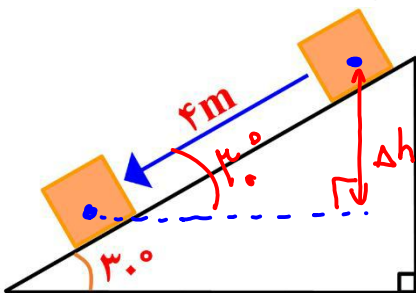
$$U = mgh = 80 \times 10 \times (-12) = -9600 \text{ J}$$

**نکته:** همان‌طور که می‌بینید تغییر انرژی پتانسیل به مسیر حرکت جسم وابسته نیست... و فقط به ارتفاع اولیه و

ارتفاع ثانویه وابسته است... فقط تغییر عمود بر زمین!

**سوال:** در شکل مقابل جسم ۱۰ کیلوگرمی به اندازه ۴m روی سطح شیبدار سر می‌خورد. انرژی پتانسیل این جسم

چقدر و چگونه تغییر می‌کند؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )



$$\Delta U = mgh$$

$$= 10 \times 10 \times (-2) = -200 \text{ J}$$

۲۰۰ ژول کاهش یافته است!

$$\sin 30^\circ = \frac{\Delta h}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \Delta h = 2 \text{ m}$$

**ب)** انرژی پتانسیل اولیه جسم چند ژول است؟ می‌توان اطلاعات نظر کرد. زیرا سطح مبدأ انرژی پتانسیل معلوم نشده است!

**سوال:** شخصی یک ۱۰ طبقه به ارتفاع ۴۰۰m را یک بار با تندی ۲m/s و بار دیگر با تندی ۳m/s طی می کند. تغییر

انرژی پتانسیل این شخص، در حالت دوم چند برابر حالت اول است؟ (g=۱۰N/kg)

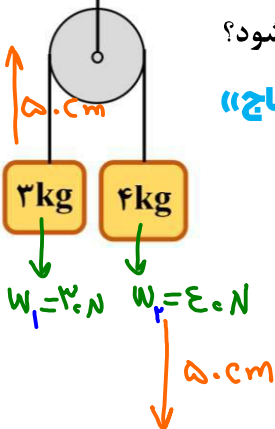
$$\Delta h_1 = \Delta h_2 = 1400 \quad \Delta U_1 = \Delta U_2$$

به ندرت رابطه است ← فقط به  $\Delta h$  وابسته است

**سوال:** در شکل زیر وزنه‌ها از حال سکون رها می شوند. هنگامی که وزنه ۴ کیلوگرمی به اندازه

۵۰cm پایین می آید، مجموع تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی دو جسم چند ژول می شود؟

(g=۱۰N/kg)



«آزمون‌های گاج»

- ۱) ۵
- ۲) -۵
- ۳) ۳۵
- ۴) -۳۵

$$\Delta U_1 + \Delta U_2 = (+15) + (-20) = -5 \text{ J}$$

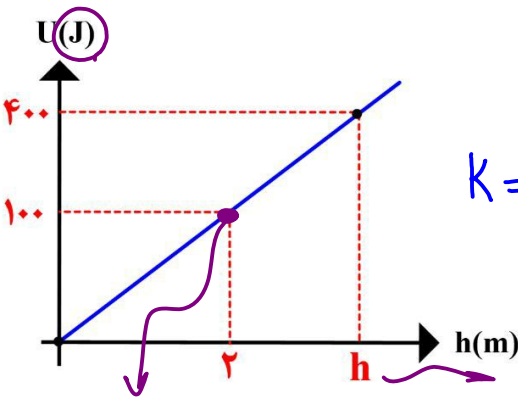
$$\Delta U_1 = m_1 g \Delta h_1 = 3 \times 10 \times (+\frac{1}{2}) = +15 \text{ J}$$

$$\Delta U_2 = m_2 g \Delta h_2 = 4 \times 10 \times (-\frac{1}{2}) = -20 \text{ J}$$

**سوال:** با توجه به نمودار فوق، محاسبه کنید: (g=۱۰N/kg)

**الف)** اگر تندی این جسم ۲۰m/s باشد، انرژی جنبشی آن چند

کیلوژول است؟



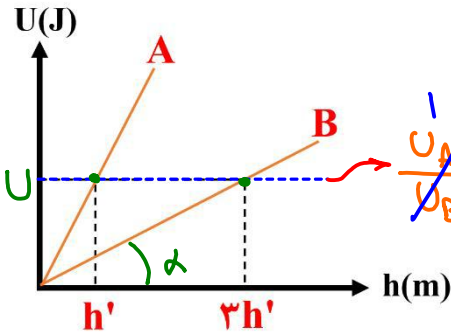
$$K = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 5 \times (20)^2 = 1000 \text{ J} = 1 \text{ kJ}$$

**ب)** h چند متر است؟

$$U = mgh \Rightarrow 400 = 5 \times 10 \times h \Rightarrow h = 8 \text{ m}$$

$$U = mgh \Rightarrow 100 = m \times 10 \times 2 \Rightarrow m = 5 \text{ kg}$$

**سوال:** نمودار انرژی پتانسیل گرانشی برای دو جسم A و B بر حسب فاصله از سطح زمین مطابق شکل است. جسم B در فاصله چند متری از سطح زمین قرار گیرد تا انرژی پتانسیل گرانشی آن، ۱۰ ژول بیشتر از انرژی پتانسیل گرانشی جسم A در فاصله یک متری از سطح زمین باشد؟  $m_A = 6 \text{ kg}$



$g = 10 \text{ N/kg}$  و سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی در نظر

بگیرید.

«تاج»  
 $\frac{U_A}{U_B} = \frac{m_A}{m_B} \times \frac{h_A}{h_B} \Rightarrow m_A = 3 m_B \Rightarrow m_B = 2 \text{ kg}$

- ۱ (۱)
- ۳/۵ (۲)
- ۷ (۳)
- ۴ (۴)

ارتفاع  $h'$  باید مشخص باشد.  
 $h = 1 \text{ m}$  در  $\text{A} \rightarrow U = mgh = 6 \times 10 \times 1 = 60 \text{ J}$

$\tan \alpha = \frac{U}{h} = mg$

$\text{B} \rightarrow U = mgh = 2 \times 10 \times h \Rightarrow h = 2,5 \text{ m}$

### کار نیروی ثابت $\vec{F}$

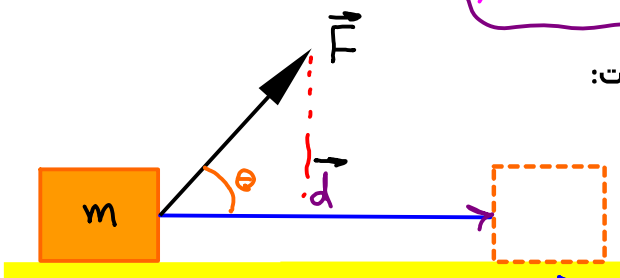
کار کمیتی است که نیرو را به ... انرژی ... وصل می‌کند. به طور ساده اگر کار یک نیرو ... باشد، باعث انتقال انرژی به جسم و اگر کار آن ... منفی ... باشد، باعث اتلاف انرژی خواهد شد.

**تعریف کار:** کار انجام شده توسط نیروی  $F$  برابر با حاصلضرب بزرگی نیرو  $F$  در بزرگی جابه‌جایی هم‌جهت این نیرو است.

بدین صورت:  
 $W_f = F \times d = (F \cdot \cos \theta) \times d = F d \cos \theta$

علامت  $\cos$  ← علامت کار

**نکته:** اگر بین  $F$  و  $d$  زاویه  $\theta$  وجود داشته باشد، خواهیم داشت:



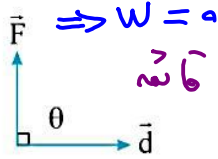
مؤلفه افقی نیروی  $\vec{F}$   
 $\cos \theta = \frac{d_{\text{موازی}}}{d} = \frac{F_x}{F} \Rightarrow F_x = (F \cdot \cos \theta)$   
 مؤلفه عمود بر نیروی  $\vec{F}$   
 $\sin \theta = \frac{d_{\text{عمود}}}{d} = \frac{F_y}{F} \Rightarrow F_y = (F \cdot \sin \theta)$

بررسی یکای کار در SI:

$1 \text{ J} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 / \text{s}^2$   
 یکای کار (انرژی)

نکته: با توجه به علامت  $\cos$ :

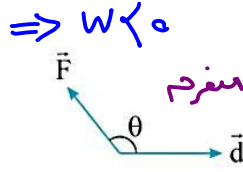
$\theta = 90^\circ \Rightarrow \cos \theta = 0$



اگر  $\theta = 90^\circ \rightarrow \cos \theta = 0 \rightarrow W = 0$   
(کاری انجام نمی شود)

۳) نیروی بی اثر  
بی تأثیر بر حرکت

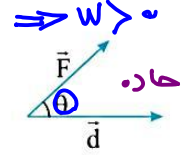
$\theta > 90^\circ \Rightarrow \cos \theta < 0$



اگر  $\theta > 90^\circ \rightarrow \cos \theta < 0 \rightarrow W < 0$   
(کار منفی است)

۲) نیروی مقارن  
کمی مخالف حرکت

$\theta < 90^\circ \rightarrow \cos \theta > 0$



اگر  $\theta < 90^\circ \rightarrow \cos \theta > 0 \rightarrow W > 0$   
(کار مثبت است)

۱) نیروی محرک  
کمک به حرکت

تکلیف: مشخص کنید کدام نیروها به ترتیب نیروی محرک، نیروی مقاوم و نیروی بی اثر هستند.

نکته: برای آن که بر روی جسمی کار انجام شود، باید همزمان دو اتفاق بیافتد:

- ۱- بر روی جسم، نیرو اثر کند.  $\theta \neq 90^\circ$
- ۲- جسم در راستای حرکت نیرو، جابه جا شود.

نکته: کار کمیتهی نردهای است؛ نه برداری! پس:

- ۱- در فرمول آن بردار نیرو و جابه جایی قرار نمی گیرند، بلکه تنها بزرگی آن ها قرار می گیرد.
- ۲- فاقد جهت است؛ پس فقط عدد و یکان برای آن کافی است.
- ۳- مثبت یا منفی بودن آن صرفاً نشان دهنده نوع تغییر انرژی است و نه جهت آن!

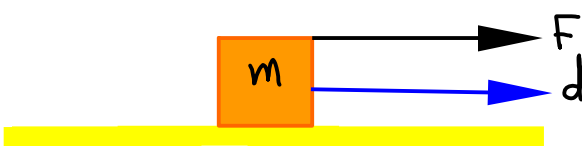
$|\vec{F}| = F$

نکته: تفاوت هم راستا و هم جهت:  $F$  و  $d$  هم جهت باشند یعنی زاویه بین آن ها صفر درجه باشد ( $\theta = 0^\circ$ )؛ اما هم راستا

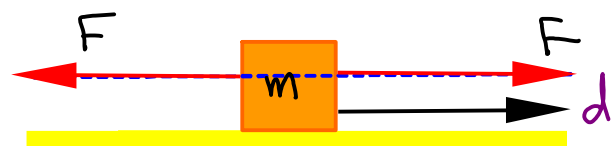
$\cos = 1$   
 $\theta = 0$

باشند یعنی زاویه بین آن ها صفر یا  $180^\circ$  درجه باشد (یعنی موازی هم باشد).

$\theta \rightarrow 0^\circ \text{ یا } 180^\circ$



نیرو و جابه جایی هم جهت باشند



نیرو و جابه جایی هم راستا باشند

**سوال:** در مسابقه طناب کشی، گروه A گروه B را می برد.

**الف) کار گروه A:**

$$W_A = F_A \times d \times \cos \theta$$

$$= + F_A \times d \Rightarrow W_A > 0$$

**ب) کار گروه B:**

$$W_B = F_B \times d \times \cos \theta$$

$$= - F_B \times d \Rightarrow W_B < 0$$

**پ) بزرگی کار کدام گروه بیشتر است؟**

$$|W_A| > |W_B|$$

**سوال:** کار نیروی  $F=10\text{N}$  را در هر کدام از حالات زیر حساب کنید: (با رسم شکل)

**الف) هم جهت با جابه جایی ۱۰ متری جسم باشد:**

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 10 \times 10 \times (1) = +100\text{J}$$

**ب) خلاف جهت جابه جایی ۱۰ متری جسم باشد:**

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos 180^\circ = 10 \times 10 \times (-1) = -100\text{J}$$

**پ) عمود بر جهت جابه جایی ۱۰ متری جسم باشد:**

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 0\text{J}$$

**ت) زاویه ۳۰ درجه با جهت جابه جایی ۱۰ متری جسم داشته باشد:**

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos 30^\circ = 10 \times 10 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}\text{J}$$

**ث) زاویه ۱۲۰ درجه با جهت جابه جایی ۱۰ متری جسم داشته باشد:**

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos 120^\circ = 10 \times 10 \times (-\frac{1}{2}) = -50\text{J}$$

$\cos 120^\circ = \cos(180^\circ - 60^\circ) = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$



**سوال:** مطابق شکل، جسمی در رأس A یک مربع قرار دارد و بر آن همواره نیروی ثابت F در جهت نشان داده شده وارد می شود. اگر جسم در یکی از مسیرهای نشان داده شده حرکت کند و کار نیروی F در مسیرها به ترتیب  $W_1$ ،  $W_2$ ،  $W_3$  و  $W_4$  باشد، حاصل آن ها را با هم دیگر مقایسه کنید.

فردا جابجایی ← اما در یک راسته! (دول می شه!)

(1)  $W_{F_1} = F \cdot d \cdot \cos 45^\circ = F \cdot \sqrt{2}a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = F \cdot a$

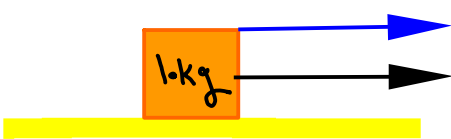
(2)  $W_{F_2} = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ = F \cdot a$

(3)  $W_{F_3} = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 0$

(4)  $W_{F_4} = F \cdot d \cdot \cos 90^\circ = 0$

$W_{(1)} = W_{(2)} = W_{(3)} > W_{(4)} = 0$

**سوال:** تحت تاثیر یک نیروی افقی، جسم ۱۰ کیلوگرمی روی سطح افقی بدون اصطکاکی در مدت ۵ ثانیه از حال سکون به سرعت ۲۰ m/s می رسد. کار این نیرو پس از ۱۰۰m جابه جایی چند ژول است؟  $\theta = 0^\circ$

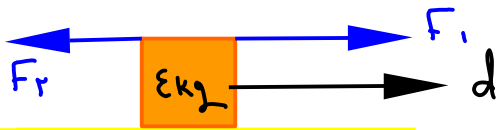


$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{5} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$F = ma = 10 \cdot 4 = 40 \text{ N}$$

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 40 \cdot 100 \cdot (1) = 4000 \text{ J}$$

**سوال:** به یک جسم ۴ کیلوگرمی که با سرعت ثابت ۱۰ m/s روی یک سطح افقی بدون اصطکاکی به سمت راست در حرکت است، دو نیروی هم راستا وارد می شود. اگر یکی از این نیروها حذف شود، جسم شتابی معادل ۵ m/s<sup>2</sup> می گیرد.



در صورت وارد شدن هر دو نیرو، مطلوب است:  $v = 10 \text{ m/s}$

(الف) کار هر دو نیرو را در مدت ۴ ثانیه از حرکت محاسبه کنید:

$F_{net} = ma = 0$

$* F_1 - F_r = 0 \Rightarrow F_1 = F_r = 20 \text{ N}$

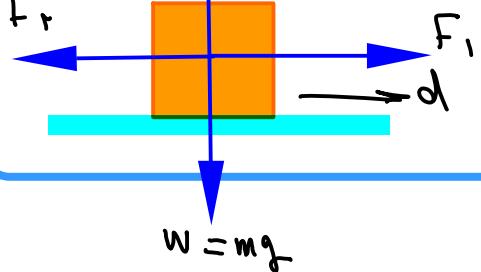
$F_{net} = ma \Rightarrow F_1 = m \cdot a = 4 \cdot 5 = 20 \text{ N}$

$\Rightarrow v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v \cdot \Delta t = 10 \cdot 4 = 40 \text{ m}$

$W_{F_1} = F_1 \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 20 \cdot 40 \cdot (1) = 800 \text{ J}$

$W_{F_r} = F_r \cdot d \cdot \cos 180^\circ = 20 \cdot 40 \cdot (-1) = -800 \text{ J}$

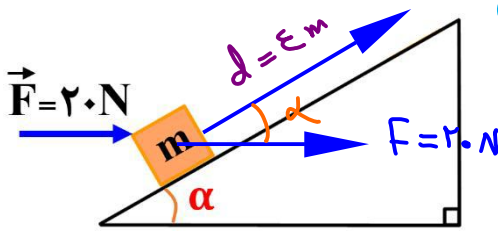
(ب) مجموع کار کل نیروهای وارد بر جسم را در مدت چهار ثانیه محاسبه کنید:



$$W_{\text{کل}} = W_1 + W_2 + W_{mg} + W_{F_N} = 800 - 800 = 0 \text{ J}$$

**سوال:** مطابق شکل، نیروی ۲۰ نیوتونی به موازات سطح افقی به جسم وارد شده و آن را به اندازه ۴ متر بر روی سطح شیبدار به سمت بالا جابه‌جا می‌کند. کار این نیرو در این جابه‌جایی، کدام یک از گزینه‌های زیر بر حسب ژول می‌تواند

باشد؟



«(Q جامع)»

۷۵ (۱) در محدوده است

۸۵ (۲)

۹۵ (۳)

۱۰۰ (۴) بسته به مقدار m و alpha، هر یک از گزینه‌ها می‌توانند صحیح باشند.

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos \alpha = 20 \times 4 \times \cos \alpha = 80 \cos \alpha$$

$$-1 < \cos \alpha < 1 \xrightarrow{\times 80} -80 < 80 \cos \alpha < 80$$

**سوال:** مطابق شکل مقابل، جسمی به جرم ۵۰۰g از نقطه A تا نقطه B جابه‌جا می‌شود. کار انجام شده توسط یک نیروی ۸ نیوتونی را که به این جسم وارد می‌شود، W می‌نامیم. W برابر کدام گزینه نمی‌تواند باشد؟ «(خیلی سبز)»

۱۱ J (۱)

۱۲ J (۲) صفر

۱۰ J (۳)



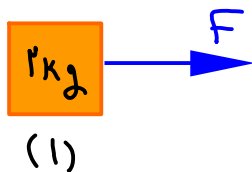
۱۴ J (۴) در محدوده است

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos \theta = 8 \times 2 \times \cos \theta = 16 \cos \theta$$

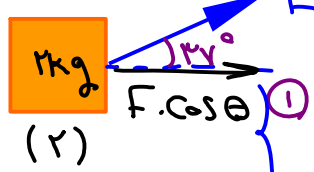
$$-1 < \cos \theta < 1 \xrightarrow{\times 16} -16 < 16 \cos \theta < 16$$

**سوال:** جسمی به جرم ۲kg روی یک سطح افقی بدون اصطکاکی ساکن است. نیروی  $F = 10N$  یک بار به طور افقی و بار دیگر با زاویه ۳۷ درجه به جسم وارد می‌شود.  $(\cos 37^\circ = 0.8)$

الف) شتاب حرکت جسم در هر دو حالت را بیابید:



(۱)



(۲)

$$F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{10}{2} = 5 \text{ m/s}^2$$

$$F \cos \theta = ma \Rightarrow a = \frac{F \cdot \cos \theta}{m} = \frac{10 \times 0.8}{2} = 4 \text{ m/s}^2$$

$F$  و  $F \cos \theta$

ب) آیا نسبت کار انجام شده در هر دو حالت در یک بازه زمانی یکسان، دقیقاً همان نسبت نیروهای افقی هم‌راستای آن‌هاست؟

خیر، نسبت کار انجام شده در هر دو حالت برابر است، در بازه‌های زمانی مختلف، جابه‌جایی‌ها در دو حالت نیز متفاوت خواهد بود پس علاوه بر نسبت F ها، نسبت ابعاد نیز مؤثر خواهد بود!

**سوال:** در شکل مقابل، اگر جسم اندازه ۸m روی سطح افقی به سمت راست جابه جا شود، کار انجام شده توسط نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  چند ژول است؟ ( $\sin 37^\circ = 0.6$ )

$F_1 = 30\text{ N}$   
 $F_2 = 20\text{ N}$   
 $d = 8\text{ m}$

$W_{F_1} = F_1 \cdot d \cdot \cos 53^\circ = 30 \times 8 \times 0.6 = 144\text{ J}$   
 $W_{F_2} = F_2 \cdot d \cdot \cos(180^\circ - 37^\circ) = 20 \times 8 \times (-0.8) = -128\text{ J}$

**سوال:** در شکل های (الف) و (ب) جرم های  $m_1$  و  $m_2$  بر روی سطح افقی به یک اندازه جابه جا می شوند. اگر کار نیروی  $F_1$  برابر کار نیروی  $F_2$  باشد،  $\alpha$  چند درجه است؟ ( $\cos 37^\circ = 0.8$ )

$F_1 = 10\text{ N}$   
 $F_2 = 10\text{ N}$   
 $d_1 = d_2$

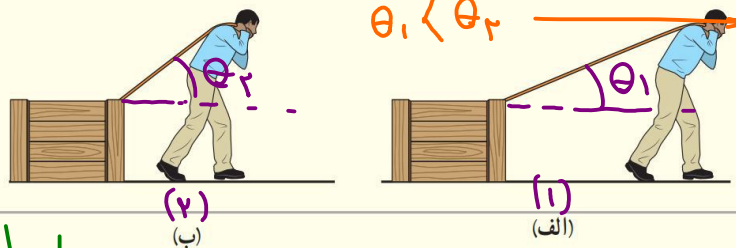
$W_{F_1} = F_1 \cdot d_1 \cdot \cos \theta_1$   
 $W_{F_2} = F_2 \cdot d_2 \cdot \cos \theta_2$

$10 \cdot d_1 \cdot \cos \alpha = 10 \cdot d_2 \cdot \cos 37^\circ$   
 $\cos \alpha = \cos 37^\circ = 0.8$   
 $\alpha = 37^\circ$

**نکته:** در ربع اول هر چه زاویه به سمت عمود بر سطح  $\cos$  آن بزرگتر خواهد بود

پرسش ۲-۳

شخصی جسمی را یک بار با طنابی بلند (شکل الف) و بار دیگر با طنابی کوتاه تر (شکل ب) روی سطحی هموار می کشد. اگر جابه جایی و کاری که این شخص در هر دو بار روی جعبه انجام می دهد یکسان باشد، توضیح دهید در کدام حالت، شخص نیروی بزرگ تری وارد کرده است. اصطکاک را در هر دو حالت، ناچیز فرض کنید.

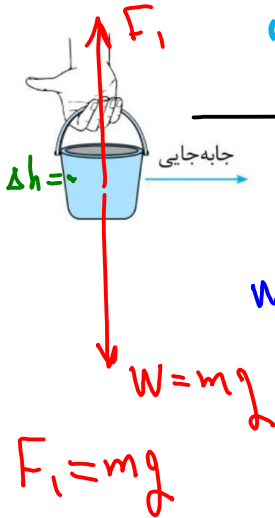


$\frac{W_{F_1}}{W_{F_2}} = \frac{F_1}{F_2} \times \frac{d_1}{d_2} \times \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2}$   
 $\Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_2} \Rightarrow F_2 > F_1$

**سوال:** یک مثال بزن که کار نیروی عمودی سطح در آن صفر نباشد. برای وزن هم مثال بزن.

مثل حرکت در راستای قائم (در عمود) مثل آسانسور

**سوال:** مطابق شکل زیر، شخصی سطلی را در دست نگه داشته است و در مسیری افقی قدم می‌زند. کدام یک از گزینه‌های زیر درباره کاری که شخص روی سطل انجام می‌دهد درست است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود).



«برگرفته از کتاب درسی»

$W_{\text{فرد}} = 0$

شخص روی سطل کاری انجام نمی‌دهد.

شخص روی سطح کار انجام می‌دهد.

شخص در صورتی روی سطل کار انجام می‌دهد که با تندی ثابت قدم بزند.

شخص در صورتی روی سطح کار انجام می‌دهد که با تندی متغیر قدم بزند.

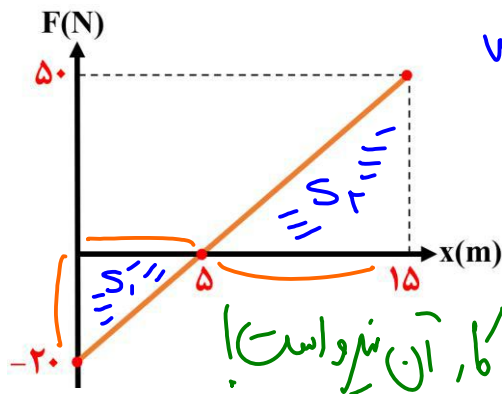
\* اگر جسم با سرعت ثابت حرکت کند، فرد نیز در آن مسیر افقی وارد نکند.

\* اگر جسم با سرعت متغیر (دراثر تندی) حرکت کند، فرد به آن نیز در

افقی وارد نکند.

$W_{\text{فرد}} \neq 0$

**سوال:** شکل زیر نمودار تغییرات نیروی وارد بر جسمی را بر حسب جابه‌جایی آن نشان می‌دهد. کاری که نیروی F در جابه‌جایی ۱۵m انجام می‌دهد، چند ژول است؟ (نیروی F هم‌راستا و هم‌سوی جابه‌جایی است).



$W = W_1 + W_2 = -S_1 + S_2$

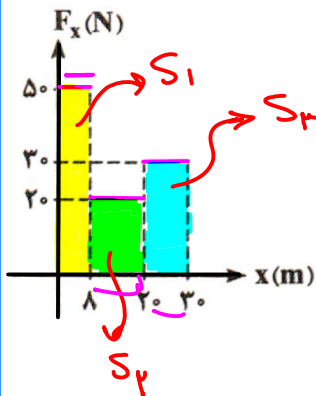
$= \frac{-20 \times 5}{2} + \frac{10 \times 50}{2} = -50 + 250$

$= 200 \text{ J}$

سطح زیر نمودار F-d نشان دهنده کار آن نیرو است!

**نکته:** اگر سطح زیر نمودار F-d بالای محور d (یا x) باشد، کار مثبت است. اگر پایین محور d (یا x) باشد، کار منفی است.

**سوال:** شکل روبه‌رو، نمودار تغییرات نیرو بر حسب جابه‌جایی برای جسمی است که از حال سکون شروع به حرکت کرده است. اگر این نیرو و جابه‌جایی هم‌جهت باشند، کار این نیرو پس از ۳۰ متر جابه‌جایی چند ژول است؟ («میکرو»)



$W_F = W_1 + W_2 + W_3 = S_1 + S_2 + S_3$

$= (50 \times 1) + (20 \times 1) + (30 \times 1) = 100 + 20 + 30 = 150 \text{ J}$

۱۰۶۰ (۱)

۱۳۰۰ (۲)

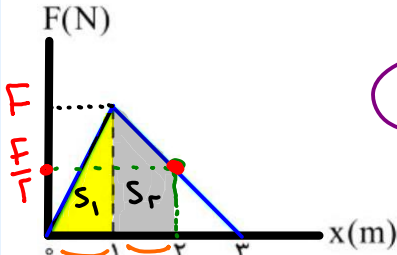
۹۶۰ (۳)

۹۴۰ (۴)

**سوال:** نمودار نیروی وارد بر جسمی بر حسب مکان آن، مطابق شکل روبه‌رو است. کار انجام شده توسط این نیرو در

جابه‌جایی از مکان  $x=0$  به مکان  $x=1\text{m}$ ، چند برابر کار انجام شده توسط همین

نیرو در جابه‌جایی از مکان  $x=1\text{m}$  به مکان  $x=2\text{m}$  است؟



«سری Z»

$$\frac{0+F}{2} = \frac{F}{2}$$

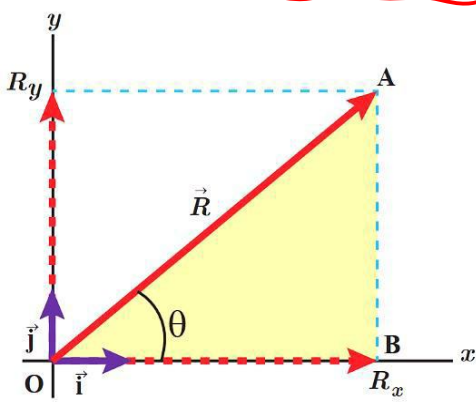
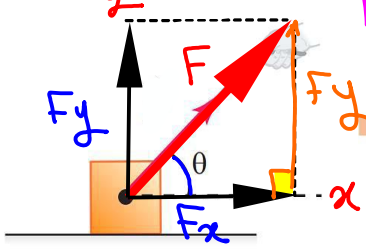
$$\frac{\int_0^1 F dx}{\int_1^2 F dx} = \frac{\frac{1 \times F}{2}}{\frac{(F+F/2) \times 1}{2}} = \frac{\frac{F}{2}}{\frac{3F}{4}} = \frac{2}{3}$$

۱/۲  
۱/۳

**بردارهای یکه و تجزیه بردار**

در ریاضی به یاد داریم که در مسیر دو بعدی دو محور  $x$  و  $y$  داریم. اگر یک بردار (مثل بردار  $R$ ) بر روی هر کدام از این دو محور نباشد، می‌توان آن را با کمک روابط مثلثاتی به دو بردار روی محورهای  $x$  و  $y$  تجزیه کرد ( $R_x$  و  $R_y$ ) که برآیند این دو بردار، همان بردار اول (یعنی  $R$ ) باشد. پس می‌توان گفت:

$$F^2 = F_x^2 + F_y^2 = F^2 \cos^2 \theta + F^2 \sin^2 \theta = F^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta)$$



$$F_x = F \times \cos \theta$$

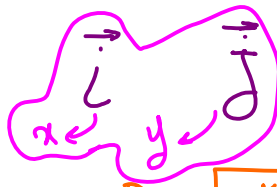
$$F_y = F \times \sin \theta$$

$$\vec{F} = \vec{F}_x + \vec{F}_y = (F \cos \theta) + (F \sin \theta)$$

جمع بردار

**نکته:** چون با بردارها طرفیم، پس علامت جمع بین آن‌ها نشان‌دهنده اعمال جبری بین بردارهاست؛ نه جمع و تفریق معمولی!

$$\vec{R} = \vec{R}_x + \vec{R}_y$$



**نکته:** چون دو مولفه  $\vec{R}_x$  و  $\vec{R}_y$  بر همدیگر عمود هستند:

۱- برای محاسبه مقدار خود R چنین عمل می‌کنیم:

طبق فیثاغورس  $\rightarrow R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$



۲- برای محاسبه زاویه بین بردار R با جهت مثبت محور xها داریم:

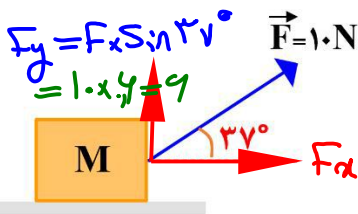
$$\tan \theta = \frac{R_y}{R_x} \rightarrow \theta \Rightarrow \text{زاویه بین خود بردار } \vec{R} \text{ و مولفه افقی آن است}$$

**نکته:** به همین بردارهای تجزیه شده روی محور x و y، بردارهای یکه می‌گوییم. پس داریم:

$$F_x = \varepsilon N \Rightarrow \vec{F} = (\varepsilon)\vec{i} + (\omega)\vec{j} \rightarrow \vec{F} = (F_x)\vec{i} + (F_y)\vec{j}$$

$$F_y = \omega N$$

**نکته:** بردارهای  $\vec{i}$  و  $\vec{j}$  همان بردارهای یکه، بردارهایی به طول یک واحد بر روی محورهای x و y هستند؛ به همین علت به آنها بردارهای یکه می‌گوییم.



**سوال:** بردار مقابل را به صورت بردارهای یکه بنویسید.

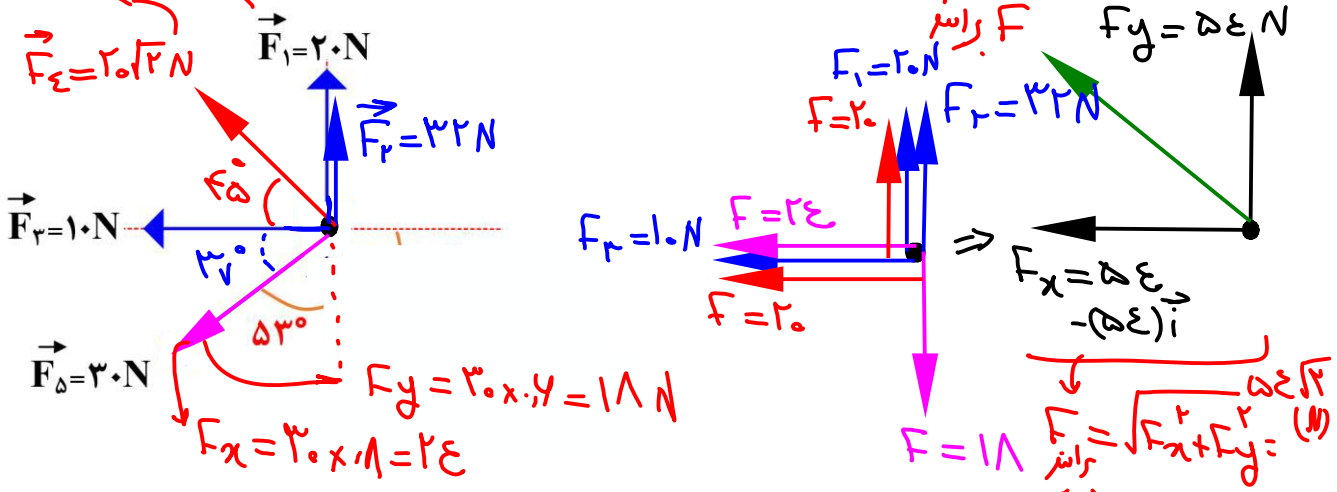
$$F_x = F \cos 37^\circ = 10 \times 0.8 = 8 \text{ N}$$

$$F_y = F \sin 37^\circ = 10 \times 0.6 = 6$$

پس می‌توان گفت  $\vec{F} = (\dots)\vec{i} + (\dots)\vec{j}$  خواهد بود.

$$\vec{F} = 8\vec{i} + 6\vec{j}$$

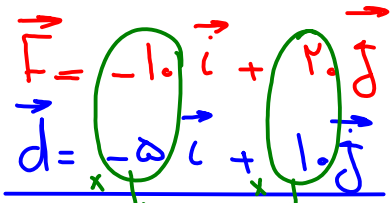
**سوال:** با استفاده از بردارهای یکه، برآیند نیروهای وارد بر جسم را محاسبه کنید.



**جواب:** برآیند کل نیروها به صورت  $\vec{F}_{net} = (\dots)\vec{i} + (\dots)\vec{j}$  است که نشان‌دهنده نیروی کلی به بزرگی  $54\sqrt{2}$  نیوتون است.

**سوال:** نیروی  $\vec{F} = -1.0\vec{i} + 2.0\vec{j}$  با اثر بر جسمی به جرم  $4\text{kg}$ ، منجر به جابه‌جایی  $\vec{d} = -5\vec{i} + 1.0\vec{j}$  می‌شود. کار نیروی  $F$  در این جابه‌جایی چند ژول است؟

$W = F \cdot d$



$W = (F_x)(d_x) + (F_y)(d_y)$

$W = (-1.0)(-5) + (2.0)(1.0) = 5.0 + 2.0 = 7.0\text{J}$

**سوال:** جسمی روی سطح افقی به حال سکون قرار دارد. نیروی ثابت  $F = -2\vec{i} + 5\vec{j}$  در SI به جسم وارد می‌شود و جسم در خلاف جهت محور  $x$  به اندازه  $2\text{m}$  جابه‌جا می‌شود. کار نیروی  $F$  در این جابه‌جایی چند ژول است؟

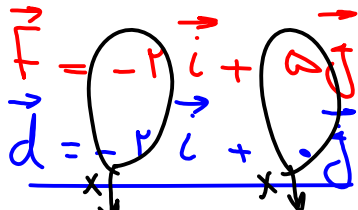
«نزدبام»

۱۰ (۱۴)

۴ (۱۷)

$d = -2\vec{i}$

-۱۰ (۱۱)



$W = (-2)(-2) + (5)(0) = 4\text{J}$

**سوال:** به جسمی نیروی  $F$  وارد می‌شود و جسم با تندی ثابت  $5\text{m/s}$  در جهت مثبت محور  $y$  حرکت می‌کند. اگر کار نیروی  $F$  در  $3$  ثانیه اول حرکت  $45\text{J}$  باشد، نیروی  $F$  در SI کدام می‌تواند باشد؟

«نزدبام»

$F = 4\vec{i} + 3\vec{j}$  (۱۴)       $F = -4\vec{i} + 3\vec{j}$  (۱۳)       $F = 3\vec{i} - 4\vec{j}$  (۱۲)       $F = -4\vec{i} - 3\vec{j}$  (۱۱)

$F = A\vec{i} + B\vec{j} \Rightarrow F = 0\vec{i} - 3\vec{j}$

$d = 0\vec{i} + 15\vec{j}$

$W = A \times 0 + 15 \times B = -45\text{J} \Rightarrow B = -3$

$d = v \times t = 5 \times 3 = 15\text{m}$

$d = +15\vec{j}$

**سوال:** به جسمی نیروی  $F$  وارد می‌شود. اگر کار نیروی  $F$  در جابه‌جایی جسم به اندازه  $3\text{m}$  در جهت منفی محور  $x$  ها،  $12\text{J}$  و در جابه‌جایی جسم به اندازه  $4\text{m}$  در جهت مثبت محور  $y$  ها،  $16\text{J}$  باشد، زاویه‌ای که نیروی  $F$  با جهت مثبت محور  $x$  می‌سازد، چند درجه است؟

«قلم‌چی»

$15.0$  (۱۴)       $13.5$  (۱۳)       $12$  (۱۲)       $16$  (۱۱)

$F = A\vec{i} + B\vec{j}$

$d = -3\vec{i} + 4\vec{j}$

$W = 12 + (-14)$

$A \times (-3) = 12 \Rightarrow A = -4$

$B \times 4 = -16 \Rightarrow B = -4$

$F = -4\vec{i} - 4\vec{j}$

$\tan \alpha = \frac{-4}{-4} = 1$

$45^\circ$

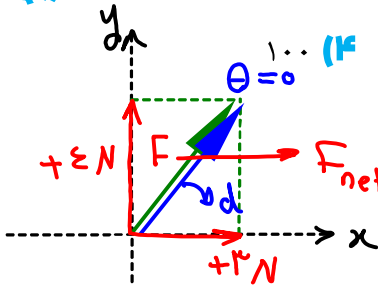
$F_x = -4$

$F_y = -4$

$F = 4\sqrt{2}$

**سوال:** برآیند نیروهای وارد بر جسم ساکنی برابر  $F = 3\vec{i} + 4\vec{j}$  بر حسب نیوتون است و این نیرو جسم را ۴ متر جابه‌جا می‌کند. کار این نیرو در این جابه‌جایی چند ژول است؟

«IQ»



۵۰ (۳)

۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

$$W = F \cdot d \cdot \cos\theta$$

$$= 5 \times 4 \times (1) = 20 \text{ J}$$

**سوال:** به جسمی نیروی ثابت  $F = A\vec{i} + B\vec{j}$  وارد می‌شود. کار این نیرو در جابه‌جایی  $d$  در جهت مثبت محور  $x$  برابر  $W$  و در جابه‌جایی  $d$  در جهت مثبت محور  $y$  برابر  $2W$  است.  $A$  چند برابر  $B$  است؟

«آزمون قلم‌چی»

اندازه جابه‌جایی باید معلوم باشد. (۴)

۲ (۳)

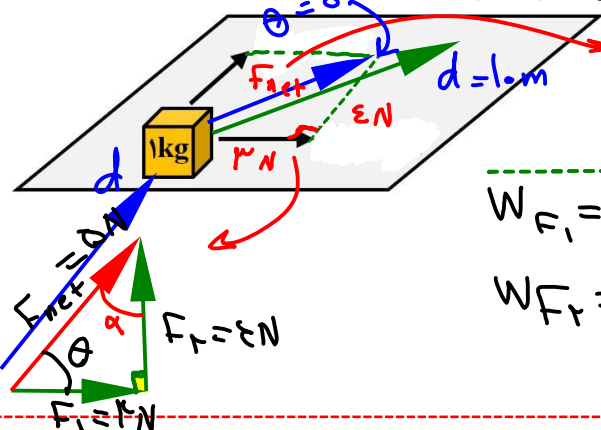
۰/۵ (۲)

۱ (۱)

$$W = A \cdot d$$

$$2W = B \cdot d \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{A}{B}$$

**سوال:** جسم نشان داده شده در شکل مقابل که روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد، تحت تاثیر نیروهای عمود برهم و افقی، به اندازه ۱۰ متر جابه‌جا می‌شود. کار نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  را محاسبه کنید.



$$F_{net} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ N}$$

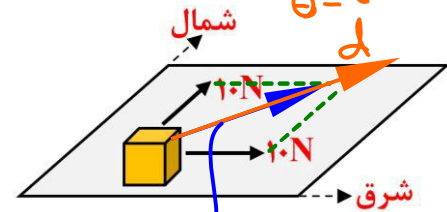
$$W_{\text{کل}} = F_{net} \cdot d \cdot \cos\theta = 5 \times 1.0 \times (1) = 5 \text{ J}$$

$$W_{F_1} = F_1 \cdot d \cdot \cos\theta = 3 \times 1.0 \times \frac{3}{5} = 1.8 \text{ J}$$

$$W_{F_2} = F_2 \cdot d \cdot \cos\theta = 4 \times 1.0 \times \frac{4}{5} = 3.2 \text{ J}$$

$$W = 1.8 + 3.2 = 5 \text{ J}$$

**سوال:** مطابق شکل، دو نیرو که یکی در راستای شرق و دیگری در راستای شمال است، به جسمی وارد می‌شوند. حداقل جابه‌جایی این جسم چند متر و در چه جهتی باشد تا مجموع کار



«IQ جامع»

این دو نیرو برابر ۵۰۰ ژول شود؟

۲۵√۲ (۲)

۲۵ (۱)

۲۵√۲ (۴)

۲۵ شمال شرقی (۳)

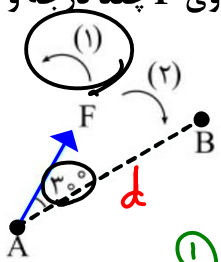
$$F_{net} = \sqrt{1.0^2 + 1.0^2} = 1.41 \text{ N}$$

$$\Rightarrow d = \frac{500}{1.41} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{500\sqrt{2}}{2}$$

$$W_{\text{کل}} = F_{net} \cdot d \cdot \cos\theta \Rightarrow 500 = 1.41 \cdot d \cdot (1)$$

$$= 250\sqrt{2} \text{ m}$$

**سوال:** در شکل روبه‌رو، کار نیروی  $F$  در هنگام جابه‌جایی بر پاره خط  $AB$  برابر  $5\sqrt{3} J$  است. نیروی  $F$  چند درجه و



«سری Z»

در چه جهتی دوران کند تا کار آن در همان جابه‌جایی  $5 J$  شود؟

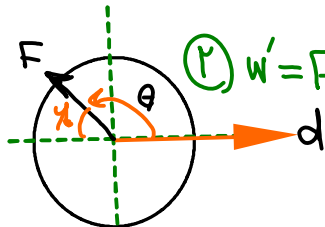
(۱) در جهت (۲) در جهت  $90^\circ$

(۱) در جهت (۲) در جهت  $90^\circ$

(۱) در جهت  $120^\circ$  (۲) در جهت  $120^\circ$

(۱) در جهت  $120^\circ$  (۲) در جهت  $120^\circ$

①  $W = Fd \cdot \cos 30^\circ \Rightarrow 5\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} Fd \Rightarrow Fd = 10 J$



②  $W' = Fd \cdot \cos \theta \Rightarrow -5 = Fd \cdot \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = -\frac{5}{10} = -0.5$

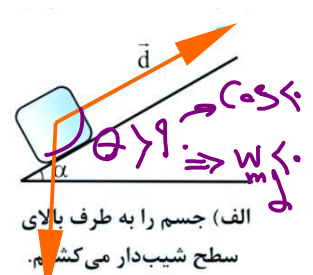
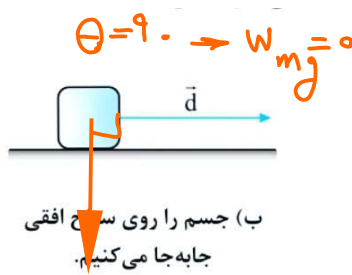
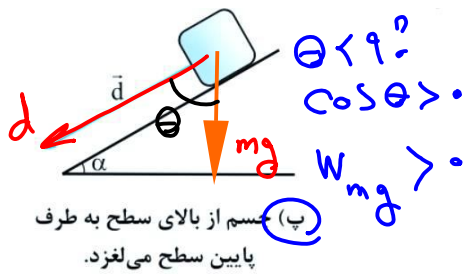
$\theta = 120^\circ \leftarrow \cos(180 - 60) = \cos 120^\circ$

$W_{mg} = \pm mgh$   
 جابه‌جایی عمودی  
 جسم بالا رود  
 جسم پایین بیاید

**حل سوال از کار نیروهای خاص**

**۱- نیروی وزن**

**سوال:** کدام گزینه درباره کار نیروی وزن جسم برای جابه‌جایی‌های نشان داده شده در شکل‌های زیر، درست است؟



(پ) جسم از بالای سطح به طرف پایین سطح می‌لغزد.

(ب) جسم را روی سطح افقی جابه‌جا می‌کنیم.

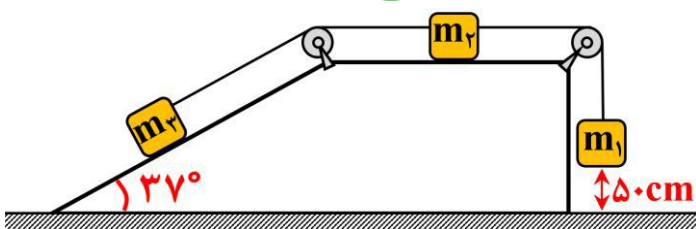
(الف) جسم را به طرف بالای سطح شیب‌دار می‌کشیم.

(۲)  $W_p = W_b = W_{\text{الف}} = 0$   
 (۱)  $W_p > 0, W_b = 0, W_{\text{الف}} < 0$

(۱)  $W_p < 0, W_b = 0, W_{\text{الف}} = 0$   
 (۳)  $W_p < 0, W_b > 0, W_{\text{الف}} > 0$

**سوال:** در شکل زیر، مجموعه از حال سکون رها می‌شود. از لحظه رها شدن تا لحظه‌ای که جسم  $m_1$  به زمین می‌رسد،

کار نیروی وزن هر کدام از جسم‌ها کدام است؟ ( $m_1 = 10 \text{ kg}, m_2 = 4 \text{ kg}, m_3 = 8 \text{ kg}, \sin 37^\circ = 0.6, g = 10 \text{ N/kg}$ )



«Q»

$W_3 = -24 J, W_2 = 20 J, W_1 = 50 J$

$W_3 = 32 J, W_2 = 0, W_1 = 50 J$

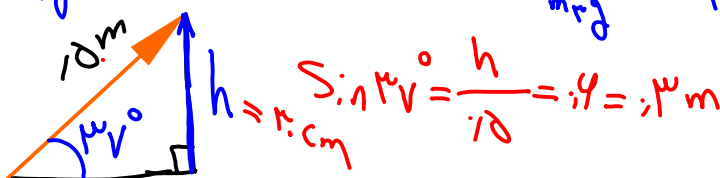
$W_3 = -24 J, W_2 = 0, W_1 = 50 J$

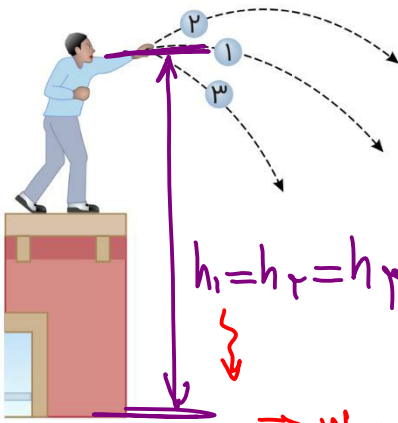
$W_3 = -32 J, W_2 = 0, W_1 = 50 J$

$W_{m_1 g} = + m_1 g h = + (10) \times 10 \times \frac{1}{2} = 50 J$

$W_{m_2 g} = 0 \rightarrow \theta = 90^\circ$

$W_{m_3 g} = - m_3 g h = - 8 \times 10 \times \frac{3}{4} = - 60 J$





**سوال:** مطابق شکل مقابل، سه توپ مشابه از بالای ساختمانی، از یک نقطه با تندی یکسان پرتاب می‌شوند. اگر کار نیروی وزن روی سه توپ از لحظه پرتاب تا رسیدن به زمین  $W_1$ ،  $W_2$  و  $W_3$  باشد، کدام رابطه درست است؟ «ریاضی ۹۸»

- (۱)  $W_1 = W_2 = W_3$
- (۲)  $W_2 > W_1 > W_3$
- (۳)  $W_3 < W_2 < W_1$
- (۴)  $W_3 = W_2 > W_1$

$W_{mg} = \pm mgh$

جابجایی عمود  $\Rightarrow W_1 = W_2 = W_3 = +mgh$

**سوال:** جسمی به جرم ۲ kg از مکان A با مختصات (۴، ۸) به مکان B با مختصات (۱، ۲) در SI منتقل می‌شود. کار نیروی وزن جسم در این حابه‌های چند ژول است؟ ( $g=10\text{N/kg}$ )

«آزمون‌های کلمه‌چی - نردبام»

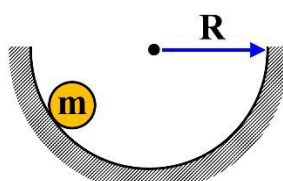
فقط جابجایی عمود

- (۱) -۲۰۰
- (۲) ۲۰۰
- (۳) -۱۲۰
- (۴) ۱۲۰

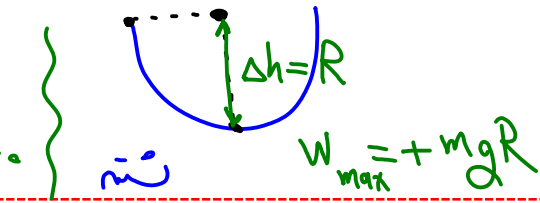
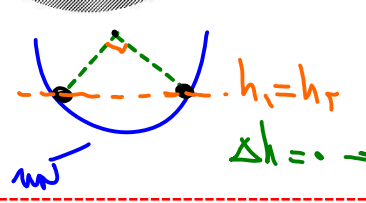
$h = y_2 - y_1 = -2 - (8) = -10$

$W_{mg} = +mgh = +2 \times 10 \times 10 = +200\text{J}$

**سوال:** مطابق شکل گلوله‌ای به جرم m در نقطه دلخواهی درون یک نیم‌دایره قرار دارد. هنگامی که گلوله روی نیم‌دایره ۹۰ درجه بچرخد، کمینه و بیشینه اندازه کار نیروی وزن آن به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ «کاج»

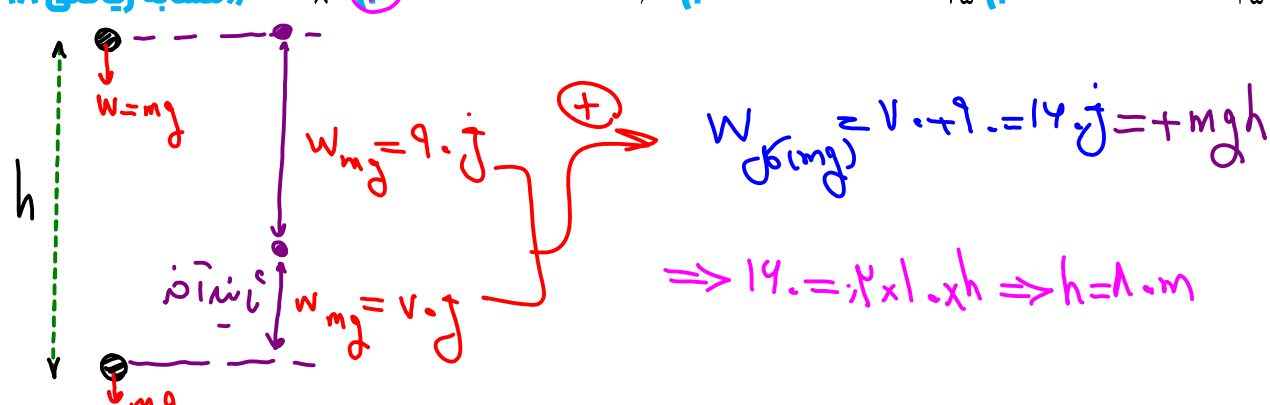


- (۱)  $mgR$
- (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}mgR$
- (۳)  $mgR$
- (۴)  $\frac{\sqrt{2}}{2}mgR$

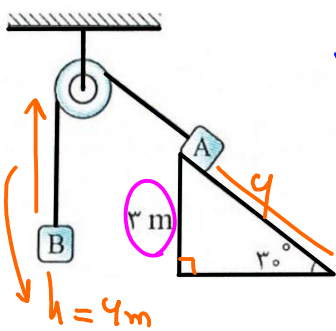


**سوال:** گلوله‌ای به جرم ۲۰۰g از ارتفاع h رها می‌شود. اگر کل کار انجام شده روی گلوله در ثانیه آخر حرکت برابر ۷۰ J و پیش از ثانیه آخر حرکت برابر ۹۰ J باشد، h چند متر است؟ ( $g=10\text{N/kg}$ ) و از مقاومت هوا صرف نظر کنید.

- (۱) ۳۵
- (۲) ۴۵
- (۳) ۶۰
- (۴) ۸۰



**سوال:** در شکل روبه‌رو، جسم A از بالای سطح شیب‌دار رها می‌شود و پس از مدتی به پایین سطح می‌رسد. کار نیروی وزن جسم B در این جابه‌جایی چند ژول است؟ (جرم جسم A، ۶۰ kg و جرم جسم B، ۲۴ kg و  $g = 10 \text{ N/kg}$  است.)

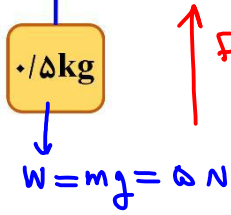


عمود (نردبام)  
 $W_A = +m_A g h = 9 \cdot 10 \cdot 4 = 360 \text{ J}$

عمود  
 $W_B = -m_B g h = -24 \cdot 10 \cdot 4 = -960 \text{ J}$

- (۱) -۱۴۴
- (۲) -۷۲۰
- (۳) -۸۷۰
- (۴) -۱۷۴۰

**سوال:** با توجه به شکل زیر که یک لحظه از حرکت یک جسم را نشان می‌دهد، اندازه کار نیروی وزن در  $\vec{F} = 12 \text{ N}$  بازه‌های زمانی مساوی چگونه تغییر می‌کند؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )



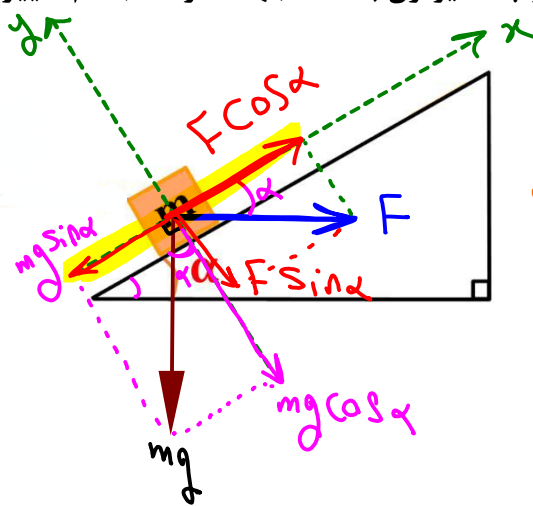
نردبام  
 $F_{net} = 12 - 5 = 7 \text{ N}$

افزایش می‌یابد. کاهش می‌یابد.

ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد. همه موارد می‌تواند درست باشد.

۱) جسم ساکن یا با حرکت رو به بالا → یونسه افزایش کند  
 ۲) جسم حرکت رو به پایین → هموار رو به بالا → یونسه کاهش کند  
 متوقف شد، پس رو به بالا حرکت کند → ابتدا کاهش پس افزایش

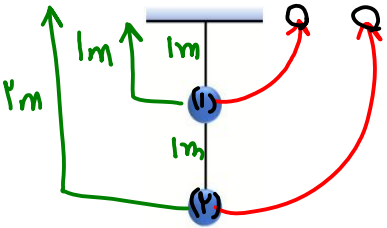
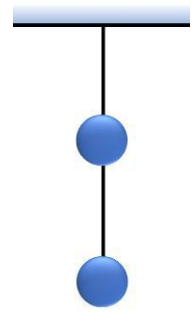
**سوال:** مطابق شکل، جسمی ۲۰ کیلوگرمی روی یک سطح شیب‌دار فاقد اصطکاک که با افق زاویه ۶۰ درجه می‌سازد، تحت تاثیر نیروی افقی F در حال حرکت است. حداقل نیروی F برابر چند نیوتون باشد تا جهت حرکت جسم تغییر کند؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$  و  $\sqrt{3} \approx 1/7$ )



جهت حرکت به سمت پایین باشد:  
 $F \cos \alpha > mg \sin \alpha$

**سوال:** در شکل مقابل، جرم هر یک از گلوله‌ها  $100g$  و طول هر یک از نخ‌ها  $1m$  است. حداقل کار لازم برای اینکه مجموعه نخ‌ها و گلوله‌ها به حالت افقی قرار بگیرند، چند ژول است؟ (از جرم نخ، شعاع گلوله و مقاومت هوا صرف نظر شود و  $g=10N/kg$ )

«قلم‌چی-گاج-نردبام»



$|W_{mg}| + |W_{mrg}|$

$= |-m_1g\Delta h_1| + |-m_2g\Delta h_2| = |-0.1 \times 10 \times 1| + |-0.1 \times 10 \times 1|$   
 $= 1 + 1 = 2J$

عده بر کار، نزول وزن  
 ۱ (۱)  
 ۲ (۲)  
 ۴ (۴)

**نیروی اصطکاک**

نوعی نیروی تماسی است که به علت مقاومت حاصل از برخورد سطح جسم و زمین، بین آن‌ها ایجاد می‌شود و بر دو نوع است:

- ۱- **ایستایی:** مربوط به جسم ساکن است و در سال دوازدهم می‌خوانیم ( $f_s$ ).
- ۲- **جنبشی:** مربوط به جسم در حال حرکت است ( $f_k$ ).

**نکاتی در مورد اصطکاک جنبشی یا  $f_k$ :**

- ۱- همواره در خلاف جهت حرکت جسم است و زاویه آن با جهت جابه‌جایی همواره  $180^\circ$  درجه است.
- ۲- کار آن همیشه منفی است و برابر است با:

$W_{f_k} < 0$

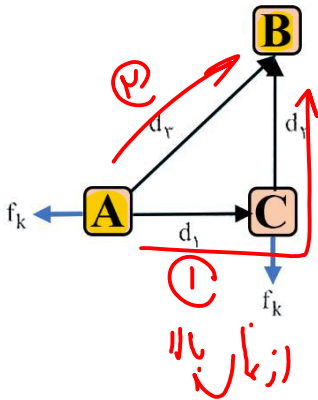
$W_{f_k} = -f_k \times d$

۳- مقدار آن به سرعت حرکت جسم وابسته نیست.

۴- هر چه جسم بیشتر به سطح زمین هل داده شود، نیروی اصطکاک جنبشی بیشتر است (ترکیب با دوازدهم).  
 منریب اصطکاک جنبشی ← به سطح زمین

۵- کار نیروی اصطکاک به مسیر وابسته است و در صورت ثابت ماندن نیروی اصطکاک، هر چه مسیر حرکت جسم طولانی‌تر باشد، اندازه کار نیروی اصطکاک بزرگ‌تر است (برخلاف کار نیروی وزن که به مسیر حرکت وابسته نیست و فقط به ارتفاع اولیه و ثانویه وابسته است).

**سوال:** در شکل زیر جسمی را یک بار از مسیر ACB و بار دیگر از مسیر AB بین دو نقطه A و B جابه جا می کنیم. کار نیروی اصطکاک در این دو مسیر را با هم مقایسه کنید.



$$W_{f_k(ACB)} = W_{f_k(AC)} + W_{f_k(CB)}$$

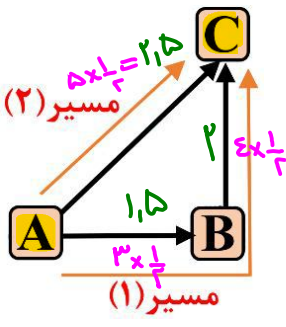
$$= (-f_k d_1) + (-f_k d_2) = -f_k(d_1 + d_2)$$

$$W_{f_k(AB)} = -f_k \times d_2$$

$$d_2 = \sqrt{d_1^2 + d_2^2} \Rightarrow d_2 < d_1 + d_2$$

**۲- نیروی اصطکاک**

**سوال:** شکل روبرو سطح یک میز افقی را از بالا نشان می دهد. جسم ۲ کیلوگرمی را یک بار از مسیر (۱) و بار دوم از مسیر (۲) از نقطه A تا C بر روی سطح میز می کشیم. اگر نیروی اصطکاک بین سطح تماس جسم و میز ۴N باشد، کار نیروی اصطکاک در مسیرهای (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟  $(BC) = \frac{4}{3} AB = 2m$



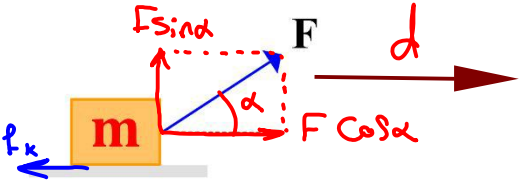
$$W_{f_k(1)} = W_{f_k(AB)} + W_{f_k(BC)}$$

$$= -\epsilon \times \frac{3}{4} - \epsilon \times 2 = -1\epsilon \text{ J}$$

$$W_{f_k(2)} = W_{f_k(AC)} = -\epsilon \times 2,5 = -1\epsilon \text{ J}$$

- (۱) ~~۲۴ و -۲۴~~
- (۲) ~~۱۴ و -۱۴~~
- (۳) -۲۸ و -۲۰
- (۴) **۱۴ و -۱۰**

**سوال:** در شکل زیر، جسمی به جرم  $m=2\text{kg}$  توسط نیروی ثابت  $F$  با شتاب  $0,5\text{m/s}^2$  روی سطح افقی با اصطکاک ۴N به اندازه  $10\text{m}$  جابه جا می شود. کار انجام شده توسط نیروی  $F$  در این جابه جایی چند ژول است؟ **«قلم چی»**



- (۱) ۱۰
- (۲) ۴۰
- (۳) ۵۰
- (۴) ۶۰

قانون دوم نیوتن  $\Rightarrow \vec{F}_{net} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{F} \cdot \cos\alpha - \vec{f}_k = m \times \vec{a} \Rightarrow F \cos\alpha - \epsilon = 2 \times (0,5)$

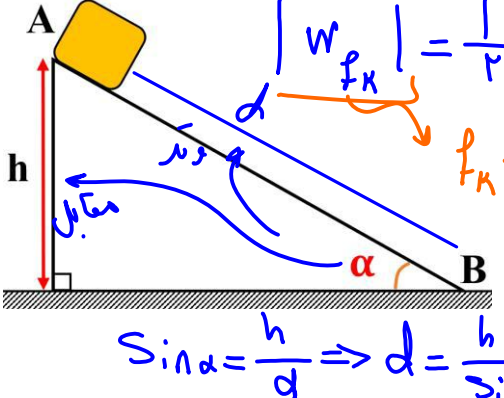
$$\Rightarrow F \cdot \cos\alpha = 5\text{N}$$

$$W_F = (F \cdot \cos\alpha) d = 5 \times 10 = 50 \text{ J}$$

نکته: کار نیروی سطح بر جسم  $W_{f_k} + W_{F_N}$

**سوال:** در شکل مقابل، جسمی به جرم  $m$  از نقطه A رها شده و به نقطه B می‌رسد. اگر اندازه کار نیروی اصطکاک

در این جابه‌جایی، ۵۰ درصد کم‌تر از کار نیروی وزن باشد، اندازه نیروی اصطکاک کدام است؟



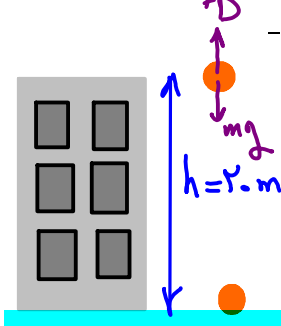
$W_{f_k} = \frac{1}{2} W_{mg} = \frac{1}{2} mgh$   
 $f_k \cdot d = \frac{1}{2} mgh \Rightarrow f_k \frac{h}{\sin \alpha} = \frac{1}{2} mgh$   
 $\Rightarrow f_k = \frac{1}{2} mg \sin \alpha$

$mg \sin \alpha$  (۱)  
 $\frac{1}{2} mg \sin \alpha$  (۲)  
 $mg \cos \alpha$  (۳)  
 $\frac{1}{2} mg \cos \alpha$  (۴)

**۳- نیروی مقاومت هوا**

**سوال:** جسمی به جرم  $800g$  از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین رها می‌شود و با شتاب  $9m/s^2$  سقوط می‌کند. کار انجام

شده توسط نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟ ( $g=10N/kg$ )



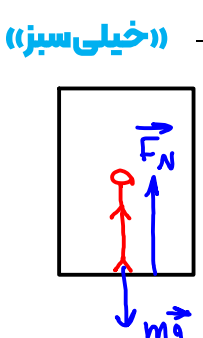
$F_{net(y)} = m\vec{a} \Rightarrow mg - f_D = ma$   
 $\Rightarrow 8 \times 10 - f_D = 8 \times 9$   
 $W_{f_D} = -f_D \cdot d = -1 \times 20 = -20$   
 $\Rightarrow f_D = 1N$

$-160$  (۱)  
 $-16$  (۲)  
 $16$  (۳)  
 $-16$  (۴)

**۴- نیروی عمودی سطح**

**سوال:** شخصی به جرم  $50kg$  داخل آسانسور ایستاده است. اگر آسانسور با سرعت ثابت  $2m/s$  رو به پایین

حرکت کند، کار نیرویی که کف آسانسور به شخص وارد می‌کند در این مدت چند ژول است؟ ( $g=10m/s^2$ )



$F_{net(y)} = 0 \Rightarrow mg - F_N = 0 \Rightarrow F_N = mg$   
 $F_N = 50 \times 10 = 500N$   
 $W_{F_N} = F_N \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -500 \times 10 = -5000J$

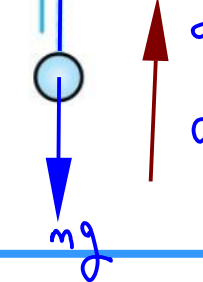
$5000$  (۱)  
 $500$  (۲)  
 $-5000$  (۳)  
 $-500$  (۴)

**۵- نیروی کشش طناب**

**سوال:** مطابق شکل به کمک طناب سبکی، جسمی به جرم  $5kg$  را با شتاب ثابت  $1/5m/s^2$  در راستای

قائم بالا می‌بریم. کار نیروی کشش طناب در این جابه‌جایی چند ژول است؟ ( $g=10N/kg$ ) و از مقاومت

هوا صرف نظر کنید.



$W_T = T \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 57.5 \times 2 = 115J$   
 $a = 1.5m/s^2$   
 $F_{net(y)} = m\vec{a} \Rightarrow T - mg = m \times a \Rightarrow T = 57.5$

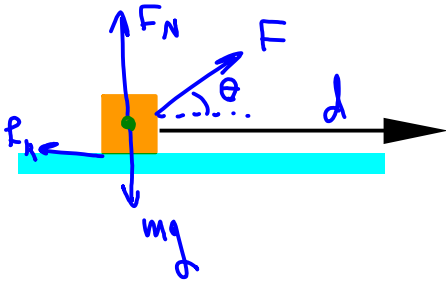
$42.5$  (۱)  
 $115$  (۲)  
 $85$  (۳)

## کار کل (کار برآیند نیروها یا کار نیروی خالص) ← مجموع کار نیروها

برابر با جمع جبری کار تک تک نیروهای وارد بر یک جسم است و برابر با کار نیروی خالص وارد بر آن جسم است. برای به دست آوردن کار برآیند نیروها، از دو روش می‌توان استفاده کرد:

$$W_{F_{net}}$$

**روش اول:** ابتدا برآیند نیروها را حساب کرده، سپس با استفاده از فرمول  $W_t = F_{net} \cdot d \cdot \cos\theta$ ، کار نیروی خالص رو به دست می‌آوریم.



$$W_t = F_{net} \cdot d \cdot \cos\theta$$

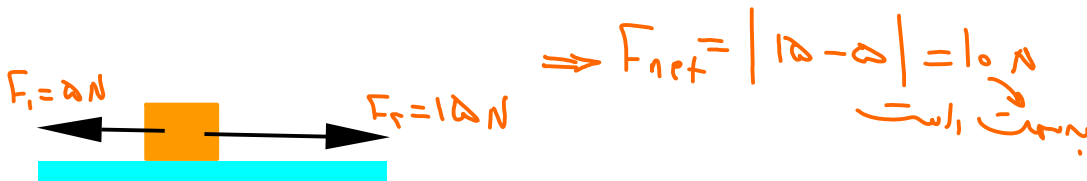
زاویه بین  $F_{net}$  و  $d$

①  $F_{net} = ?$

**نکته:** برای پیدا کردن نیروی خالص یا  $F_{net}$  داریم:

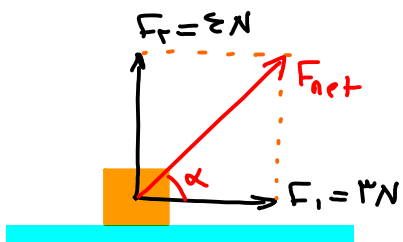
۱- اگر نیروها هم راست باشند:

$$F_{net} = \left| \left( \text{مجموع نیروهای در جهت مثبت} \right) - \left( \text{مجموع نیروهای در جهت منفی} \right) \right|$$



**مثال:**

۲- اگر نیروها برهم عمود باشند:



$$F_{net}^2 = F_x^2 + F_y^2$$

$$\Rightarrow F_{net} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5N$$

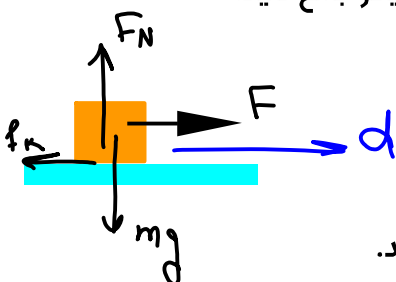
**مثال:**

اگر جهت ثابت باشد

$$F_{net} = 0 = m \times a$$

اگر جهت ثابت باشد  $\Rightarrow F_{net} = m \times a$

**روش دوم:** اول کار هر یک از نیروها رو جدا جدا حساب کنید و بعد آن‌ها رو با هم دیگر جمع کنید.



$$W_t = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$$

$$W_t = W_{F_N} + W_{mg} + W_F + W_{f_k}$$

**نکته:** ((کار نیروی خالص)) و ((کار برآیند نیروها)) و ((جمع کار نیروها)) هر سه معادل‌اند.

$$W_t = W_{F_N} + W_{mg} + W_F + W_{f_k}$$

**سوال:** مطابق شکل، پدر و پسر در حال جابه‌جا کردن یک جعبه سنگین روی سطحی افقی هستند. در طی جابه‌جایی ۱۰ متری این جعبه، کار کل انجام شده را به هر دو روش محاسبه کنید.  $\theta = 60^\circ$  **«برگرفته از کتاب درسی»**

$F_y = F \sin \theta = 75\sqrt{3} \text{ N}$   
 $F_x \cos 4 = 15 \times \frac{1}{2} = 7.5 \text{ N}$   
 $F_k = 30 \text{ N}$   
 $F_{net(x)} = |4 - 7.5 - 30| = 1.5 \text{ N}$   
 $W_T = W_{F_1} + W_{F_2} + W_{f_k} + W_{F_N} + W_{mg} = 15 \times 10 \times \frac{1}{2} + 40 \times 10 \times (1) - 30 \times 10 = 1.5 \text{ J}$   
 $W_T = F_{net} \cdot d \cdot \cos 0 = 1.5 \times 10 \times (1) = 1.5 \text{ J}$

**سوال:** جسمی به جرم ۲ kg را مطابق شکل زیر از نقطه A روی سطح شیب‌دار رها می‌کنیم. اگر اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم از طرف سطح ثابت و برابر ۵ N باشد، کار کل نیروهای وارد بر جسم از نقطه A تا نقطه B چند ژول است؟  $g = 10 \text{ N/kg}$  و مقاومت هوا ناچیز است.

$W_T = W_{mg} + W_{f_k} + W_{F_N}$   
 $= +mgh - f_k \cdot d = +2 \times 10 \times 4 - 5 \times 1 = +8 \text{ J}$   
 $\sin 30 = \frac{4}{d} = \frac{1}{2} \Rightarrow d = 8 \text{ m}$

**سوال:** در شکل مقابل، جسمی به جرم ۲ kg توسط نیروی افقی  $F = 15 \text{ N}$  با شتاب  $2/5 \text{ m/s}^2$  روی سطح زمین حرکت می‌کند. مطلوب است:

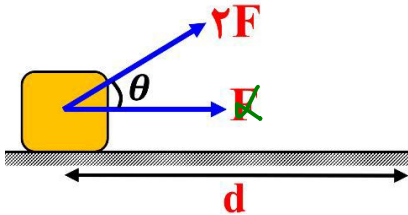
**الف) کار کل انجام شده روی جسم در مدتی که جسم ۱۰ m جابه‌جا می‌شود:**  
 $W_T = F_{net} \cdot d \cdot \cos 0 = 5 \times 10 \times (1) = 5 \text{ J}$   
**ب) افزایش نیوتون:**  
 $F - f_k = ma \Rightarrow 15 - f_k = 2 \times 2/5 \Rightarrow f_k = 10 \text{ N}$

**پ) نیروی افقی F را چند نیوتون افزایش دهیم تا کار نیروی F در یک جابه‌جایی معین دو برابر شود؟**

$W_F = F \cdot d \cdot \cos \theta \rightarrow W_F \propto F \rightarrow W_{F'} = 2W_F$   
 $\Rightarrow F' = 2F = 2 \times 15 = 30 \text{ N}$   
 $\Delta F = 30 - 15 = 15 \text{ N}$

**پ) نیروی افقی F را چند نیوتون افزایش دهیم تا کار کل انجام شده روی جسم در یک جابه‌جایی معین دو برابر شود؟**

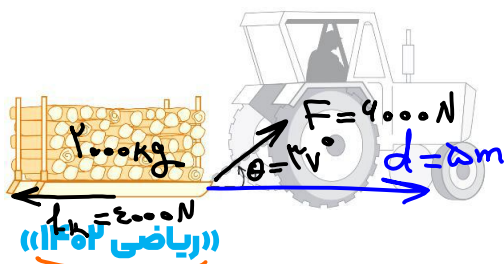
$d_1 = d_2$   
 $\frac{W_T(x)}{W_T(1)} = \frac{F_{net}(x)}{F_{net}(1)} \times \frac{d_2}{d_1} \times \frac{\cos \theta_2}{\cos \theta_1} \Rightarrow F_{net}(x) = 2(F_{net}(1)) = 10$   
 $\Rightarrow F' - f_k = 10 \Rightarrow F' = 20 \text{ N}$   
 $\Delta F = 20 - 10 = 10 \text{ N}$



**سوال:** مطابق شکل، بر جسمی دو نیروی  $F$  و  $2F$  که با یکدیگر زاویه  $\theta$  می‌سازند، اعمال می‌شود. اگر کار انجام گرفته توسط این دو نیرو برای جابه‌جایی جسم به اندازه  $d$  و  $W$  در صورت حذف نیروی  $F$  باشد،  $\theta$  چند درجه است؟

(1)  $W_F = F \cdot d \cdot \cos \theta = F \cdot d$  (۱۴)  $W_{2F} = 2F \cdot d \cdot \cos \theta = 2F \cdot d \cdot \cos \theta$  (۱۳)  $W = F \cdot d (1 + 2 \cos \theta)$  (۱۷)  $60 = \frac{1 + 2 \cos \theta}{2 \cos \theta} \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$

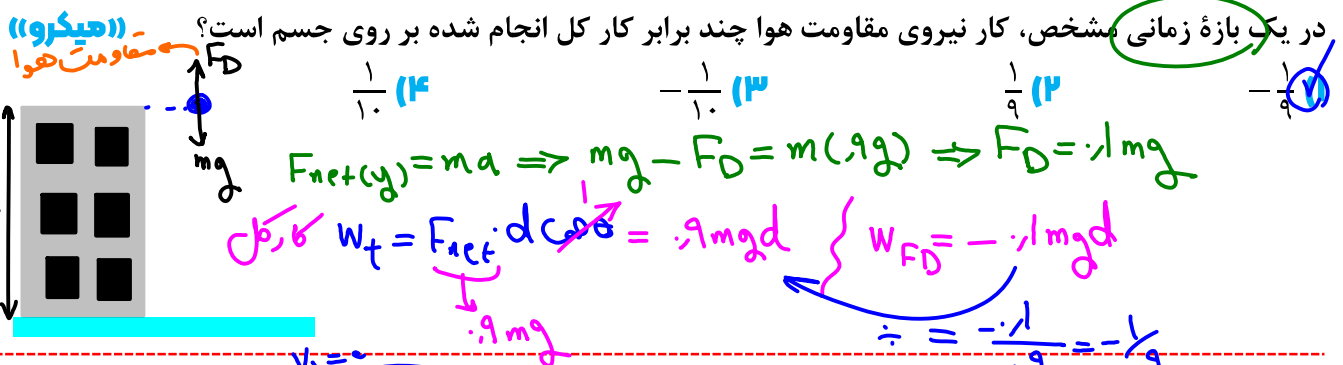
(۲)  $W_{2F} = 2F \cdot d \cdot \cos \theta = 15W$  (۱۵)  $15W = 2F \cdot d \cdot \cos \theta$  (۱۶)  $15 = \frac{2 \cos \theta}{1} \Rightarrow \cos \theta = 7.5$  (Incorrect)



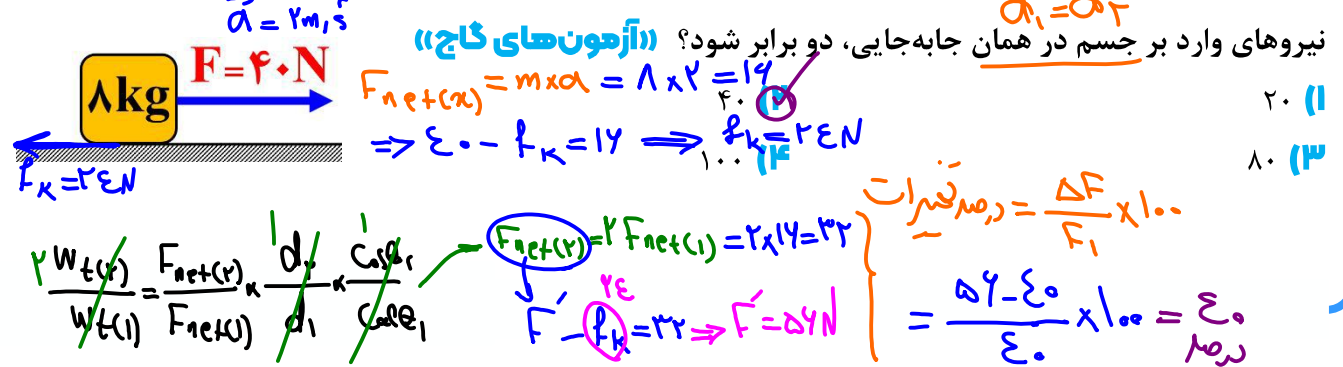
**سوال:** در شکل زیر، جرم کل سورتمه و بار آن ۲ تن است و تراکتور تحت زاویه  $\theta = 37^\circ$ ، نیروی ثابت  $4000\text{N}$  را بر آن وارد می‌کند. اگر نیروی اصطکاک جنبشی که به سورتمه وارد می‌شود،  $4000\text{N}$  باشد و با این وضعیت سورتمه در سطح مستقیم و افقی ۵ متر جابه‌جا شود، کار کل انجام شده بر روی سورتمه چند ژول است؟ ( $\cos 37^\circ = 0.8$ )

$W_T = W_{FN} + W_{mg} + W_F + W_{fk} = 4000 \times 5 \times \frac{1}{1} - 20000 \times 5 = 20000 - 100000 = -80000\text{J}$  (۱۱)  $20000$  (۱۲)  $24000$  (۱۳)  $44000$  (۱۴)

**سوال:** جسمی به جرم  $m$  را از بالای ساختمان بلندی رها کرده و با شتاب ثابت  $0.9g$  به سمت پایین سقوط می‌کند.

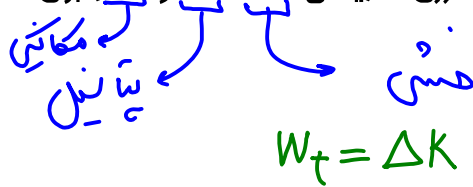


**سوال:** در شکل زیر تحت تأثیر نیروی افقی  $F$ ، جسم با شتاب  $2\text{m/s}^2$  از حال سکون شروع به حرکت می‌کند. در جابه‌جایی  $d$ ، کار برآیند نیروهای وارد بر جسم برابر  $W_1$  است. نیروی  $F$  چند درصد افزایش یابد تا کار برآیند نیروهای وارد بر جسم در همان جابه‌جایی، دو برابر شود؟ (آزمون‌های گاج)



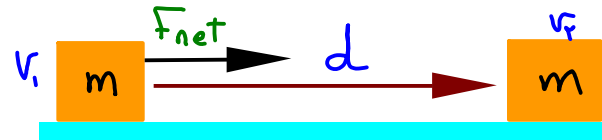
## درسنامه ۲: کار چگونه انرژی را تغییر می‌دهد؟

گفتیم که نیروها با انجام کار، یا به جسم **انرژی** می‌دهند یا از آن **انرژی** می‌گیرند. حالا می‌خواهیم ببینیم کار چگونه انرژی یک جسم را تغییر می‌دهد. پس **تغییرات انرژی‌ها** (یعنی  $\Delta K$ ،  $\Delta U$  و  $\Delta E$ ) برای ما بیشتر از خود انرژی‌ها اهمیت دارد.



### قضیه کار-انرژی جنبشی

مطابق این قضیه متوجه می‌شویم که **کار کل** انجام شده بر روی یک جسم، با **تغییرات انرژی جنبشی** برای آن جسم برابر است.



$$W_T = F_{net} \cdot d \cdot \cos \theta = F_{net} \cdot d$$

$$= m \cdot a \cdot d$$

**اثبات:**

$$F_{net} = m \cdot a \rightarrow \text{قانون دوم}$$

$$v_f^2 - v_i^2 = 2ad \rightarrow a = \frac{v_f^2 - v_i^2}{2d}$$

از اصول متغیر از زمان

$$\Rightarrow W_T = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow W_T = \Delta K$$

**هشدار:** طبق فرمول مشخص است که در قضیه کار-انرژی جنبشی، مجموع کار نیروهای وارد بر جسم  $W_T$  (کار نیروی خالص) به نوع حرکت، مسیر حرکت، جهت حرکت، وجود یا نبود اصطکاک و سایر نیروهای مقاوم، ارتفاع جسم در هر لحظه و حتی زاویه پرتاب جسم و زاویه سطح شیبدار با سطح افق نیز وابسته نیست و فقط به **تندی ابتدا و انتهای مسیر وابسته** است. (چه در حرکت روی سطوح ناهموار، چه درون آسانسور و ...)

**سوال:** در جابه‌جایی یک جسم از A تا B، کار کل انجام شده برابر صفر است. صحیح یا غلط بودن عبارات زیر را مشخص کنید.

$$W_T = F_{net} \cdot d \cdot \cos \theta$$

$$W_T = \Delta K = 0 \Rightarrow K_1 = K_2$$

همه نیروها بر مسیر حرکت عمود هستند.

نیست ←  $F_{net}$  بر مسیر عمود باشد (مانند نیروهای مرکزها) ← بین  $F_{net}$  و  $d$

کار تک تک نیروهای وارد بر جسم صفر است.

$$W_T = W_1 + W_2 + W_3 + \dots$$

که مجموع کار نیروها صفر است نه لزوماً تک تک آن‌ها

$$W_T = \text{کار نیروی خالص} = 0$$

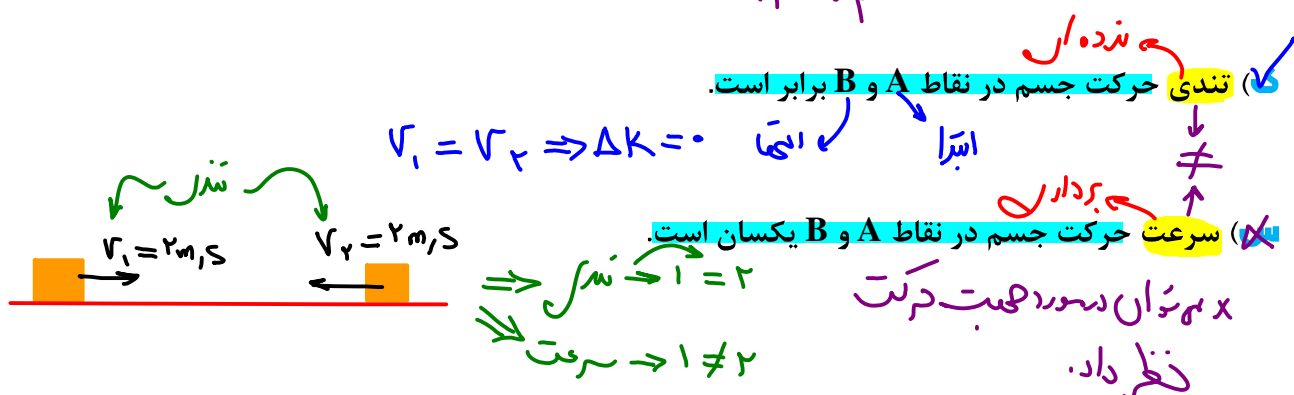
کار نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.

مسیر A تا B یک مسیر مستقیم است. نمی‌توان نظر داد.

انرژی پتانسیل جسم از نقطه A تا B ثابت است.  $\Delta K = 0 \leftarrow W_T$   
 به ارتفاع وابسته است!  $\Delta h \neq 0 \Rightarrow \Delta U \neq 0$   
 انرژی جنبشی در طول این مسیر ثابت است.

جسم بدون تغییر جهت حرکت می کند.  $v_1 = v_2$   
 می توان گفت که در اما فقط در این انرژی جنبشی اولیه و ثانویه برابر است در مورد طول حرکت اطلاعاتی نزنیم!

جسم بدون تغییر جهت حرکت می کند.  $v_1 = v_2$   
 می توان گفت که در اما فقط در این انرژی جنبشی اولیه و ثانویه برابر است در مورد طول حرکت اطلاعات نزنیم!

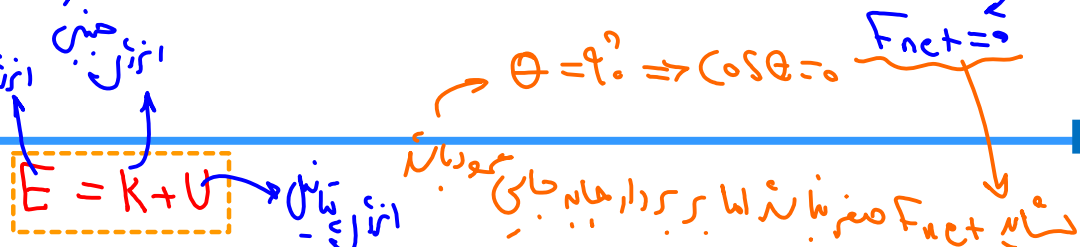


نکته: اگر کار برآیند نیروها صفر باشد یا  $\Delta K = 0$ ، طبق فرمول  $W_T = F_{net} \cdot d \cdot \cos\theta$  سه حالت امکان دارد:

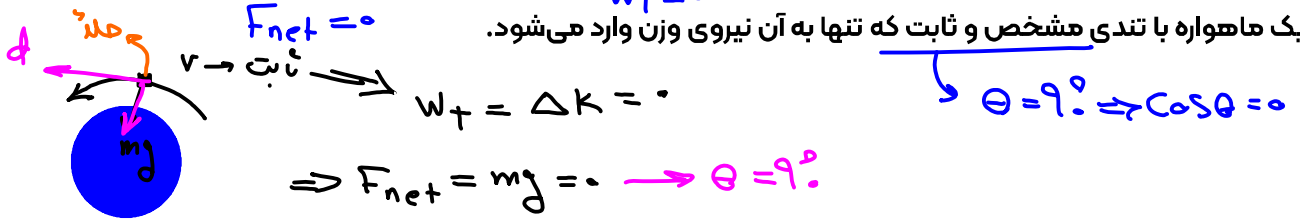
- یا نیروی خالص صفر باشد. ( $F_{net} = 0$ )  
 نه این که نیروی به جسم وارد شود
  - یا جابه جایی صفر باشد. ( $d = 0$ )  
 یا نیروی خالص بر جابه جای عمود باشد. ( $\theta = 90^\circ$  و  $\cos\theta = 0$ )  
 نه این که تک تک نیروها بر جابه جایی عمود باشند!
- $W_T = F_{net} d \cos\theta = 0$   
 $W_T = \Delta K = 0$

سوال: اگر تندی جسمی در یک مسیر ثابت بماند، کدام موارد الزاماً درست است؟ (تجربی ۱۴۰۰)

- (الف) کار نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.  $W_T = W_{F_{net}} = \Delta K = 0$   
 انرژی مکانیکی جسم ثابت می ماند.  $\Delta E = 0$   
 نیروی خالص وارد بر جسم صفر است.  $F_{net} = 0$   
 (الف) (ب) (پ) (د) (ه) (و) (ز) (ح) (ط) (ی) (ک) (خ) (د) (ه) (و) (ز) (ح) (ط) (ی) (ک) (خ) (د) (ه) (و) (ز) (ح) (ط) (ی) (ک) (خ)



**نکته:** پس توجه کنید که نمی توان گفت هر گاه کار خالص صفر باشد، حتماً نیروی خالص هم صفر است. مثلاً حرکت یک ماهواره با تندی مشخص و ثابت که تنها به آن نیروی وزن وارد می شود.



«خیلی سبز»

**سوال:** کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

کار کل انجام شده روی یک جسم نمی تواند منفی باشد. اگر  $k_1 > k_2$  در نتیجه  $\Delta K < 0$  و  $W_T < 0$

اگر نیروی خالص وارد بر جسمی صفر نباشد، ممکن است انرژی جنبشی جسم ثابت بماند.  $F_{net} \neq 0$

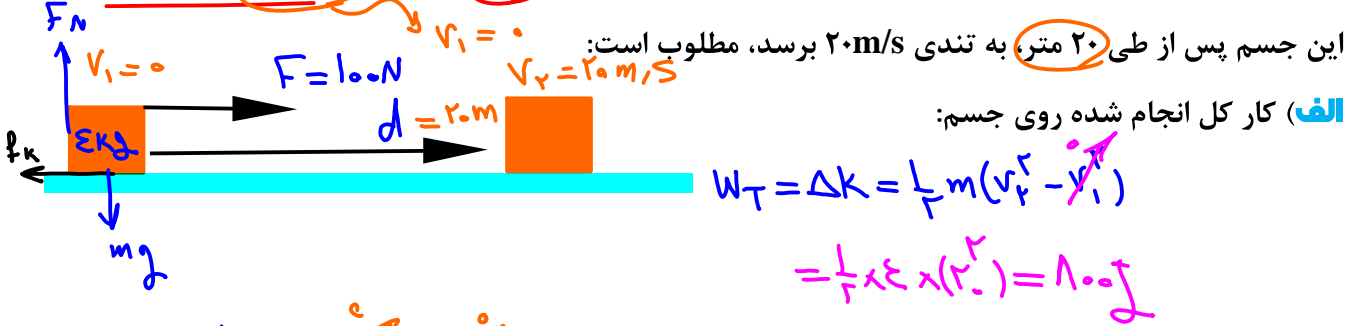
اگر نیروی خالص وارد بر جسمی صفر باشد، امکان ندارد انرژی پتانسیل آن تغییر کند.  $\theta = 90^\circ \Rightarrow W_T = \Delta K = 0 \Rightarrow v_1 = v_2 \Rightarrow k_1 = k_2$

اگر تندی یک جسم کاهش یابد، انرژی جنبشی آن منفی می شود.  $F_{net} = 0 \Rightarrow W_T = 0$

کار کل انجام شده روی یک جسم نمی تواند منفی باشد. اگر  $k_1 > k_2 \Rightarrow \Delta K < 0$

خدمت باسنز ثابت در سطح تیزباد (در راستای قائم) خود آرزوی جسمی (یعنی  $k_1$  و  $k_2$ ) خواهد داشت.

**سوال:** جسمی به جرم ۴kg بر روی یک سطح افقی تحت تاثیر نیروی افقی  $F=100N$  شروع به حرکت می کند. اگر



این جسم پس از طی ۲۰ متر، به تندی ۲۰m/s برسد، مطلوب است:

(الف) کار کل انجام شده روی جسم:

(ب) مقدار نیروی اصطکاک:

$$W_T = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 4 \times (20^2 - 0) = 800 \text{ J}$$

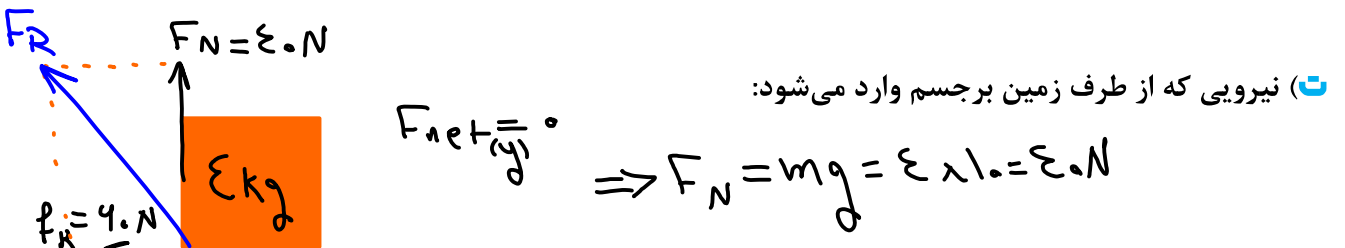
$$W_T = 800 \text{ J} \Rightarrow W_{F_N} + W_{m_g} + W_F + W_{f_k} = 800$$

$$\Rightarrow F \cdot d \cdot \cos\theta + f_k \cdot d \cdot \cos\theta = 800$$

$$\Rightarrow 100 \times 2 \times (1) - f_k \times 2 = 800 \Rightarrow -2 \cdot f_k = -1200 \Rightarrow f_k = 600 \text{ N}$$

(پ) کاری که از طرف زمین بر جسم انجام می شود:

$$W_R = W_{F_N} + W_{f_k} = -f_k \cdot d = -600 \times 2 = -1200 \text{ J}$$



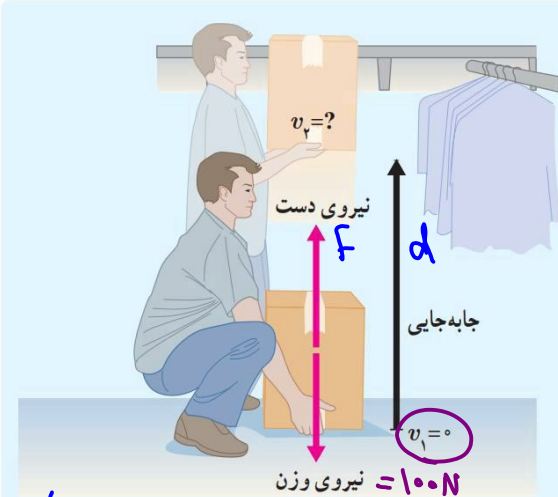
$$\Rightarrow F_R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} = \sqrt{40^2 + 60^2} = \sqrt{5200} = \sqrt{400 \times 13} = 20\sqrt{13} \text{ N}$$

زاویه ۵۹.۹۱°

از طرف زمین بر جسم

تمرین ۳-۶

@tajrobi10jashani



شکل روبه‌رو شخصی را نشان می‌دهد که با وارد کردن نیروی ثابت  $150\text{ N}$ ، جعبه‌ای به جرم  $10\text{ kg}$  را از حال سکون در امتداد قائم جابه‌جا می‌کند.  $(g=10)$   
 $\downarrow mg = 100\text{ N}$   
 الف) کار انجام شده توسط شخص و کار انجام شده توسط نیروی وزن را روی جعبه تا ارتفاع  $1.5\text{ m}$  به‌طور جداگانه حساب کنید.  
 ب) کار کل انجام شده روی جعبه تا ارتفاع  $1.5\text{ m}$  چقدر است؟  
 پ) با استفاده از قضیه کار-انرژی جنبشی، تندی نهایی جعبه را

در ارتفاع  $1.5\text{ m}$  حساب کنید

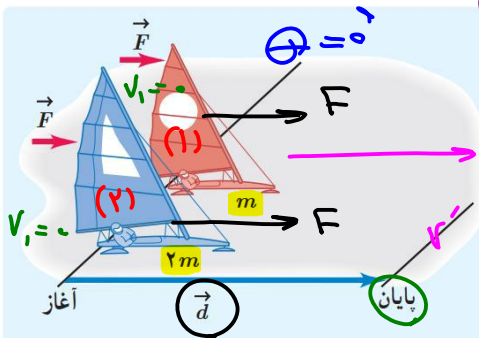
الف) 
$$W_F = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ = 150 \times 1.5 \times (1) = 225\text{ J}$$
  

$$W_{mg} = -mgh = -10 \times (10) \times 1.5 = -150\text{ J}$$

ب) 
$$W_T = \Delta K = 75\text{ J} \Rightarrow v_f = \sqrt{15}\text{ m/s}$$
  

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 10 \times (v_f^2 - 0) = 75$$

تمرین ۳-۸



دو قایق بادبانی مخصوص حرکت روی سطوح یخ‌زده، دارای جرم‌های  $m$  و  $2m$ ، روی دریایچه افقی و بدون اصطکاک قرار دارند و نیروی ثابت و یکسان  $\vec{F}$  با وزیدن باد به هر دو وارد می‌شود (شکل روبه‌رو). هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و پس از جابه‌جایی  $d$ ، از خط پایان می‌گذرند. انرژی جنبشی و تندی قایق‌ها را درست پس از عبور از خط پایان، با هم مقایسه کنید.

$$W_T(1) = W_T(2) = F \cdot d \cdot \cos 0^\circ \Rightarrow \Delta K_1 = \Delta K_2$$

(۱) 
$$W_T = \Delta K \Rightarrow F \cdot d \cdot \cos 0^\circ = \frac{1}{2} m (v^2 - v_1^2)$$

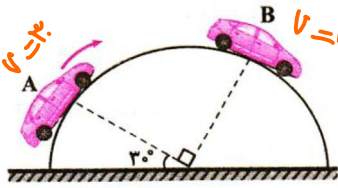
(۲) 
$$W_T = \Delta K' \Rightarrow F \cdot d \cdot \cos 0^\circ = \frac{1}{2} \times 2m \times (v'^2 - v_1'^2)$$

$$\Rightarrow 1 = \frac{v^2 - v_1^2}{v'^2 - v_1'^2} \Rightarrow v = \sqrt{2} v'$$

$$K_2 = K_1$$

**سوال:** شخصی به جرم  $75\text{ kg}$  درون قطار مترو نشسته است. قطار از ایستگاه دانشگاه علم و صنعت از حال سکون شروع به حرکت می‌کند و در ایستگاه دانشگاه شریف متوقف می‌شود. اگر بیشینه تندی قطار در طول مسیر  $40\text{ m/s}$  باشد، کار نیروی خالص وارد بر شخص از ایستگاه دانشگاه علم و صنعت تا ایستگاه دانشگاه شریف چند کیلوژول است؟

$$W_T = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = 0 \leftarrow W_{F_{net}}$$

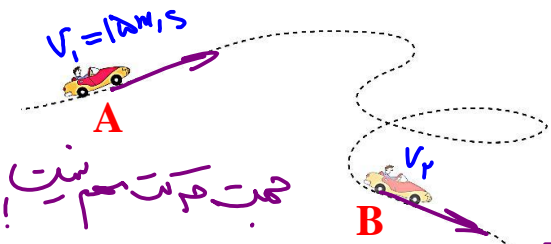


**سوال:** در شکل مقابل، خودرویی به جرم ۱۲۰۰kg بر روی یک مسیر نیم‌دایره‌ای شکل  $v=10$  با تندی ۳۰m/s از نقطه A شروع و با تندی ۱۰m/s به نقطه B می‌رسد. کار برآیند نیروهای وارد بر این خودرو چند مگاژول است؟

$$W_T = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 1200 \times (10^2 - 30^2) = 600 \times (-800) = -480000 \text{ J}$$

$$\div 10^6 \Rightarrow W_T = \Delta K = -0.48 \text{ MJ}$$

**سوال:** جرم یک خودروی الکتریکی به همراه راننده‌اش ۱۰۰۰ kg است. وقتی این خودرو از موقعیت A به موقعیت B می‌رود، کار کل انجام شده روی خودرو ۸۷/۵ kJ است. اگر تندی خودرو در موقعیت A برابر ۵۴ km/h باشد، تندی آن در موقعیت B چند کیلومتر بر ساعت است؟ (تجربی ۱۴۰۳)



$$W_T = \Delta K = 87.5 \times 10^3$$

$$\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = 87.5 \times 10^3$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 1000 \times (v_2^2 - 15^2) = 87.5 \times 10^3$$

$$\Rightarrow v_2^2 - 225 = 175 \Rightarrow v_2^2 = 400$$

$$\Rightarrow v_2 = 20 \text{ m/s} \times 3.6 = 72 \text{ km/h}$$

**سوال:** جسمی به جرم ۲ کیلوگرم را روی یک سطح افقی با سرعت ۲۰ متر بر ثانیه پرتاب می‌کنیم و جسم پس از طی مسافت ۴۰ متر متوقف می‌شود. اگر این جسم را با نیروی افقی ۱۰۰ نیوتونی روی همین سطح از حال سکون به حرکت واداریم، پس از ۴۰ متر چه تندی ای خواهد داشت؟

«تالیفی»

$$W_T = \Delta K$$

$$W_{FN} + W_{mg} + W_{fK} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow -f_K d = \frac{1}{2} \times 2 \times (0 - 20^2)$$

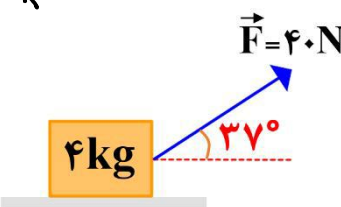
$$\Rightarrow -40 f_K = -400 \Rightarrow f_K = 10 \text{ N}$$

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_{FN} + W_{mg} + W_F + W_{fK} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow 100 \times 40 \times (1) - 10 \times 40 = \frac{1}{2} \times 2 \times v_2^2 \Rightarrow 7 v_2^2 = 3400$$

$$\Rightarrow v_2 = 40 \text{ m/s}$$

**سوال:** مطابق شکل مقابل، به جسمی به جرم ۴kg روی سطح افقی نیروی  $F=40\text{N}$  وارد می‌شود و پس از طی مسافت ۱/۶ متر، تندی‌اش از صفر به ۴m/s می‌رسد. نیروی اصطکاک چند نیوتون است؟ (۹۸ ریاضی)



«ریاضی ۹۸»

(۱) ۴ (۲) ۱۲ (۳) ۲۰ (۴) ۳۲

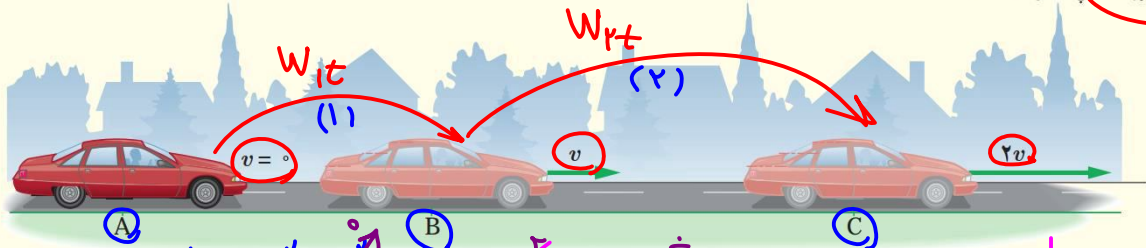
$$W_T = \Delta K$$

$$W_{FN} + W_{mg} + W_F + W_{fK} = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \Rightarrow 40 \times \frac{1}{6} \times \cos 37^\circ - f_K \times \frac{1}{6} = \frac{1}{2} \times 4 \times 4^2$$

$$\Rightarrow 22 - f_K = 20$$

$$\Rightarrow f_K = 2 \text{ N}$$

برای آنکه تندی خودرویی از حال سکون در نقطه A به v در نقطه B برسد، باید کار کل  $W_{1t}$  روی آن انجام شود. همچنین برای آنکه تندی خودرو از v در نقطه B به  $2v$  در نقطه C برسد، باید کار کل  $W_{2t}$  روی آن انجام شود (شکل زیر). نسبت  $W_{1t}/W_{2t}$  چقدر است؟



$$(1) W_{1t} = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) = \frac{1}{2}mv^2 \quad \rightarrow \quad \frac{W_{1t}}{W_{2t}} = \frac{1}{3}$$

$$(2) W_{2t} = \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_B^2) = \frac{1}{2}m((2v)^2 - v^2) = 3(\frac{1}{2}mv^2)$$

**سوال:** برای اینکه سرعت وزنه‌ای با جرم معین از صفر به v برسد، باید کار  $W_1$  روی آن انجام شود و برای اینکه سرعت این وزنه از v به  $3v$  برسد، باید کار  $W_2$  روی آن انجام شود. نسبت  $W_2$  به  $W_1$  چقدر است؟ **«تجربی ۹۸»**

$$(1) W_1 = \frac{1}{2}m(v^2 - 0) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$(2) W_2 = \frac{1}{2}m((3v)^2 - v^2) = 4(\frac{1}{2}mv^2)$$

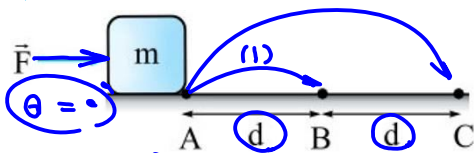
$\frac{W_2}{W_1} = 4$

**سوال:** نیروی خالص F با انجام کار W تندی جسم را از صفر به v می‌رساند. در ادامه با انجام کار W بر روی جسم، تندی از v به چند v می‌رسد؟ **«خیلی سبز»**

$$W = \frac{1}{2}m(v^2 - 0) = \frac{1}{2}mv^2$$

$$W = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v^2) \Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v^2) \Rightarrow v_f^2 = 2v^2 \Rightarrow v_f = \sqrt{2}v$$

**سوال:** مطابق شکل زیر به جسم ساکنی که روی سطح افقی بدون اصطکاکی قرار دارد، نیروی افقی و ثابت F وارد می‌شود. نسبت تندی جسم در نقطه C به تندی جسم در نقطه B کدام است؟ **«خیلی سبز»**



$$(1) \text{ مسیر } AB \Rightarrow W_t = \Delta K \Rightarrow F \cdot d = \frac{1}{2}m(v_B^2 - v_A^2) \Rightarrow Fd = \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$(2) \text{ مسیر } AC \Rightarrow W_t = \Delta K \Rightarrow F \cdot 2d = \frac{1}{2}m(v_C^2 - v_A^2) \Rightarrow 2Fd = \frac{1}{2}mv_C^2$$

$$\Rightarrow v_C^2 = 2v_B^2 \Rightarrow v_C = \sqrt{2}v_B$$

**سوال:** جسمی با سرعت  $10\text{ m/s}$  در جهت مثبت محور  $x$  حرکت می کند و انرژی جنبشی آن  $(100\text{ J})$  است. پس از مدتی، سرعت این جسم تغییر کرده و در جهت منفی محور  $x$  به  $20\text{ m/s}$  می رسد. مجموع کار نیروهای وارد بر جسم در این مدت چند ژول است؟

«کنکور قدیمی»

- (۱)  $-500$       (۲)  $-300$       (۳)  $500$       (۴)  $300$

$$K_1 = 100\text{ J} \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = 100 \Rightarrow m = 2\text{ kg}$$

$$K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 20^2 = 400\text{ J}$$

$$W_T = \Delta K = K_2 - K_1 = 400 - 100 = +300\text{ J}$$

**سوال:** جسمی به جرم  $8\text{ kg}$  با سرعت ثابت  $10\text{ m/s}$  روی خط راست حرکت می کند. چه نیرویی بر حسب نیوتون و در کدام جهت، باید در راستای حرکت به آن وارد شود تا پس از طی مسافت  $8\text{ m}$ ، انرژی جنبشی آن به  $1200\text{ J}$  برسد؟

«کنکور قدیمی»

- (۱)  $100$  و در جهت حرکت      (۲)  $50$  و در جهت حرکت  
(۳)  $50$  و در خلاف جهت حرکت      (۴)  $100$  و در خلاف جهت حرکت

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \times 8 \times 10^2 = 400\text{ J}$$



$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{FN} + W_F + W_{ft} - \Delta K = 1200 - 400 = 800$$

$F = 100\text{ N}$

$$F \cdot \cos\theta \times 8 = 800 \Rightarrow F \cdot \cos\theta = 100\text{ N}$$

$\Rightarrow \theta = 0 \Rightarrow F \times (1) = 100$

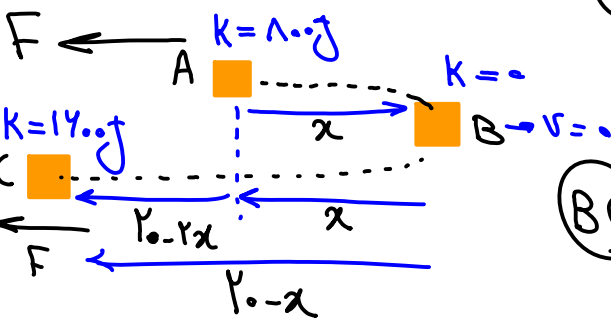
**سوال:** جسمی به جرم  $4\text{ kg}$  بر روی یک سطح افقی با تندی ثابت  $20\text{ m/s}$  در حال حرکت است. چند نیوتن نیرو در خلاف جهت حرکت این جسم به آن وارد کنیم تا انرژی جنبشی آن پس از طی مسافت  $20\text{ متری}$  به  $1600\text{ ژول}$  برسد؟

«تالیفی - پیشرفته»

- (۱)  $80$       (۲)  $100$       (۳)  $120$       (۴)  $160$

$$K_1 = \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 20^2 = 800\text{ J}$$

(AB) ✓  $W_T = \Delta K \Rightarrow F \cdot x (-1) = 0 - 800$   
 $\Rightarrow F \cdot x = 800$



(BC) ✓  $W_T = \Delta K \Rightarrow F \cdot (20-x) \times (1) = 1600 - 0$

$$\Rightarrow 20 \cdot F - F \cdot x = 1600$$

$$20 \cdot F = 1600 + 800$$

$$\Rightarrow F = 120\text{ N}$$

**سوال:** جسمی دارای انرژی جنبشی ۱۰۰ ژول است. اگر به این جسم نیروی  $F_1$  خالصی به بزرگی ۲۰ نیوتون وارد شود، در طی ۶/۹ متر جابه‌جای افقی، تندی آن ۳۰ درصد افزایش می‌یابد. در این صورت زاویه بین این نیرو و جابه‌جایی

جسم چند درجه است؟

$$v_2 = v_1 + \frac{30}{100} v_1 = 1.3 v_1$$

$$W_T = \Delta K \Rightarrow F_{net} d \cdot \cos \theta = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow 20 \times 4.9 \times \cos \theta = 149 - 100 = 49$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \cos \theta = 1 \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2} \Rightarrow \theta = 60^\circ$$

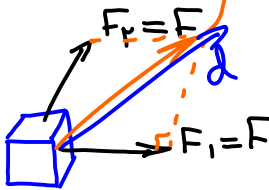
$$\frac{K_2}{K_1} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^2 = \left(\frac{1.3 v_1}{v_1}\right)^2$$

$$\Rightarrow K_2 = 1.69 \times K_1 = 169 \text{ J}$$

**سوال:** جسم ۶ کیلوگرمی روی یک سطح افقی و بدون اصطکاک تحت تاثیر دو نیروی عمودبرهم و یکسان، در طی مسافت ۳۰ متر، تندی خود را از ۲۰ به ۴۰ متر بر ثانیه می‌رساند. مقدار هر کدام از این نیروها تقریباً چند نیوتون

است؟

$$F_{net} = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} = \sqrt{F^2 + F^2} = \sqrt{2} F$$



$$W_T = \Delta K \Rightarrow F_{net} \cdot d \cdot \cos \theta = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} F \times \frac{1}{2} \times 30 = \frac{1}{2} \times 6 \times (40^2 - 20^2)$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} F = 120 \Rightarrow F = \frac{120}{\sqrt{2}} \text{ N} \approx 84 \text{ N}$$

**سوال:** سه نیروی ثابت  $F_1$ ،  $F_2$  و  $F_3$  به جسمی اثر می‌کنند و جسم با تندی ثابت حرکت می‌کند. اگر نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  بر هم عمود باشند و کار انجام شده توسط آن‌ها در یک جابه‌جایی معین به ترتیب ۳۰ J و ۴۰ J باشد، کار انجام شده توسط نیروی  $F_3$  در همان جابه‌جایی چند ژول است؟

توسط نیروی  $F_3$  در همان جابه‌جایی چند ژول است؟

$$F_1 + F_2 + F_3 = 0 = F_{net}$$

$$F_{net} = 0 \rightarrow W_{F_{net}} = W_T = \Delta K = 0 \Rightarrow W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} = 0$$

$$\Rightarrow 30 + 40 + W_{F_3} = 0$$

$$\Rightarrow W_{F_3} = -70 \text{ J}$$

**سوال:** جسمی تحت تاثیر نیروهای  $F_1, F_2, F_3, F_4$  با تندی ثابت در حرکت است. اگر در یک جابه‌جایی معین، کار نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  به ترتیب  $50\text{J}$  و  $-16\text{J}$  باشد، مجموع کار نیروهای  $F_3$  و  $F_4$  در این جابه‌جایی چند ژول است؟

«(Q جامع)»

(۱۴) -۶۶

(۱۳) ۶۶

(۱۲) -۳۴

(۱۱) ۳۴

$$F_{نت} = 0 \Rightarrow \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = 0 \xrightarrow{\text{کته}} \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = -\vec{F}_4$$

$$W_T = \Delta K = 0$$

$$W_{F_1} + W_{F_2} + W_{F_3} + W_{F_4} = 0 \Rightarrow W_{F_3} + W_{F_4} = -34\text{J}$$

**سوال:** گلوله‌ای به جرم  $40\text{g}$  با سرعت افقی که بزرگی آن  $300\text{m/s}$  است، به دیواری برخورد می‌کند و پس از طی مسافت  $20\text{cm}$  داخل دیوار، متوقف می‌شود. کار نیرویی که دیوار به گلوله وارد می‌کند، چند ژول است؟

«(ریاضی ۹۹)»

(۱۴) -۶۰۰

(۱۳) -۶

(۱۲) -۱۸۰۰

(۱۱) -۱۸

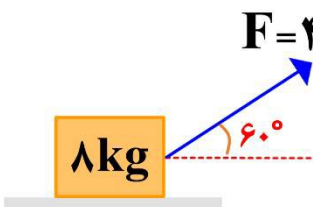
$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_{F_{دیوار}} + W_{mg} = \Delta K \Rightarrow W_F = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow W_F = -\frac{1}{2} \times 40 \times 10^{-3} \times (300)^2 = -1800\text{J}$$

**سوال:** در سوال قبل، اندازه این نیرو چند نیوتون است؟

$$F \cdot d \cdot (\cos 11^\circ) = -1800 \Rightarrow F \times \frac{1}{10} \times (1) = -1800 \Rightarrow F = 1800\text{N}$$

**سوال:** در شکل زیر، نیروی ثابت  $F$ ، جسم را روی سطح افقی از حال سکون به حرکت در می‌آورد و بعد از طی مسافت  $5$  متر، سرعت جسم را به  $2/5\text{ m/s}$  می‌رساند. بزرگی نیروی اصطکاک در این حرکت چند نیوتن است؟



$F = 40\text{N}$  «(ریاضی ۱۴۰۲)»

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_{fk} + W_F = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow -f_k \cdot (5) + 40 \cdot (5) \cdot \cos 60^\circ = \frac{1}{2} \times 1 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2$$

$$\Rightarrow -5 f_k = -75 \Rightarrow f_k = 15\text{N}$$

(۱۱) ۲۰

(۱۲) ۱۶

(۱۳) ۱۵

(۱۴) ۱۲

**سوال:** جسمی به جرم ۲۰۰ g از ارتفاع ۱۵ متری سطح زمین با تندی ۱۰ m/s پرتاب می‌شود و با تندی ۱۸ m/s به سطح زمین می‌رسد. کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟  $(g=10\text{ m/s}^2)$  (تجربی ۱۴۰۲)

$$W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} + W_{fk} = \Delta K \Rightarrow +1.2 \times 10^{-1} \times 15 + W_{fk} = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-1} \times (18^2 - 10^2)$$

مزدوج

$$\Rightarrow W_{fk} = 22.8 - 3.0 = -19.8 \text{ J}$$

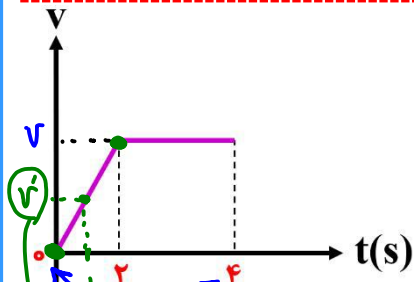
۲۸ × ۸  
۱۴ × ۱۴  
(۱۰ + ۴) × ۱۶

**سوال:** معادله سرعت - زمان جسم ۲۰ کیلوگرمی در SI به صورت  $v = 2t - 6$  است. کار برآیند نیروهای وارد بر این جسم در بازه زمانی  $t_1 = 2\text{ s}$  تا  $t_2 = 4\text{ s}$  چند ژول است؟

$$W_t = \Delta K \left\{ \begin{array}{l} t_1 = 2\text{ s} \rightarrow v_1 = 2(2) - 6 = -2 \text{ m/s} \\ t_2 = 4\text{ s} \rightarrow v_2 = 2(4) - 6 = +2 \text{ m/s} \end{array} \right. \Rightarrow W_t = \frac{1}{2} \times 20 \times (2^2 - (-2)^2) = 0$$

تندر (۲) = تندر (۱)  $\Delta K = 0$

**سوال:** نمودار سرعت - زمان جسمی که بر روی یک سطح افقی در حال حرکت است، مطابق شکل نشان داده شده است. اگر کل کار انجام شده بر روی جسم در ۴ ثانیه اول حرکت برابر با ۶۰ J باشد، در ۱ ثانیه اول حرکت، کل کار انجام شده بر روی جسم چند واحد SI است؟

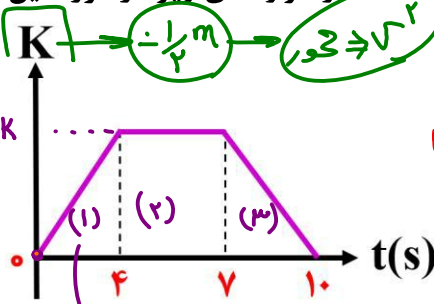


آزمون‌های گاج

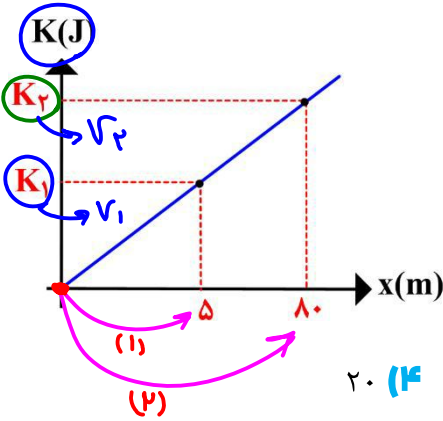
$$W_t = \Delta K = 4 \cdot J \Rightarrow \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) = 4 \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = 60$$

$$v = \frac{0 + v}{2} \Rightarrow v = \frac{v}{2} \Rightarrow t = 1\text{ s} \Rightarrow W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v^2 - 0) = 15 \text{ J}$$

**سوال:** نمودار انرژی جنبشی جسمی بر حسب زمان به صورت مقابل است. چه تعداد از گزاره‌های زیر در مورد این جسم صحیح است؟



- در بازه زمانی ۴s تا ۷s، هیچ نیرویی به جسم وارد نمی‌شود.  $W_t = 0$
- (۱) در ۴ ثانیه اول حرکت، کار نیروی خالص وارد بر جسم مثبت است.  $W_t > 0$
  - (۲) در ۳ ثانیه آخر حرکت، زاویه بین  $d$  و  $F_{net}$  منفی است.  $W_t < 0$
  - (۳) در بازه زمانی ۴s تا ۷s، جسم ساکن است.  $W_t = 0$
- افزایش تندر  $\Delta K > 0 \Rightarrow W_t > 0$   
تندر ثابت است  $\Delta K = 0 \Rightarrow W_t = 0$   
کاهش تندر  $\Delta K < 0 \Rightarrow W_t < 0$
- ساکن نیست بلکه با تندر ثابت در حرکت است!



**سوال:** جسمی به جرم  $m$  بر روی یک سطح افقی تحت تاثیر یک نیروی افقی خالص و ثابت  $F$ ، شروع به حرکت می کند. در صورتی که نمودار مقابل مربوط به انرژی جنبشی بر حسب مکان جسم باشد، اگر تندی جسم در لحظه  $K_1$ ،  $30\text{m/s}$  از تندی جسم در لحظه  $K_2$  بیشتر باشد، تندی جسم در لحظه  $K_1$  چند  $\text{m/s}$  است؟

«تالیفی»

$$v_2 = v_1 + 30$$

(1)  $0 \rightarrow 5\text{m} \Rightarrow W_T = \Delta K \Rightarrow F_{\text{net}} \times 5 \times (1) = \frac{1}{2} m (v_1^2 - 0)$

(2)  $0 \rightarrow 10\text{m} \Rightarrow W_T = \Delta K \Rightarrow F_{\text{net}} \times 10 \times (1) = \frac{1}{2} m ((v_1 + 30)^2 - 0)$

$$\Rightarrow \frac{1}{16} = \left( \frac{v_1}{v_1 + 30} \right)^2 \Rightarrow \sqrt{\dots}$$

$$\Rightarrow 4v_1 = v_1 + 30 \Rightarrow v_1 = 10\text{m/s}$$

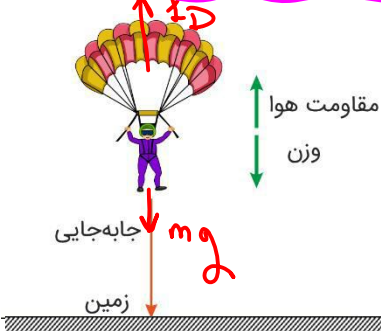
**سوال:** شخصی در طبقه سوم ساختمان، سوار آسانسور می شود و به طبقه دهم می رود. جرم شخص  $70\text{kg}$  است و یک کوله پشتی به جرم  $5\text{kg}$  بر دوش دارد. آسانسور بین طبقات پنجم تا هفتم مسافت  $6\text{m}$  را در مدت  $2\text{s}$  با سرعت ثابت طی می کند. در این کار نیرویی که آسانسور به شخص وارد می کند، چند ژول است؟ ( $g = 10\text{m/s}^2$ )

تجربی ۹۶

$$W_T = \Delta K = 0 \Rightarrow W_{mg} + W_{FN} = 0$$

$$\Rightarrow W_{FN} = -W_{mg} = -(-mgh) = +75 \times 10 \times 2 = 1500\text{J}$$

**سوال:** چتربازی به جرم کل  $100\text{kg}$  از بالنی در ارتفاع  $500$  متر از سطح زمین با سرعتی به بزرگی  $1/5\text{m/s}$  به بیرون بالن می پرد. اگر او با سرعتی به بزرگی  $4/5\text{m/s}$  به زمین برسد، کار نیروی مقاومت هوا روی چترباز در طول مسیر سقوط چند کیلوژول است؟ ( $g = 10\text{m/s}^2$ )



«تجربی ۹۹»

$$W_T = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$W_{FD} + W_{mg} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$\Rightarrow W_{FD} + 100 \times 10 \times 500 = \frac{1}{2} \times 100 \times \left( \frac{16}{25} - \frac{1}{25} \right)$$

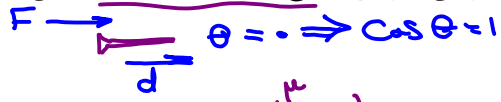
$$\Rightarrow W_{FD} = 900 - 500,000 = 10^3 (9 - 500) = -499,1\text{kJ}$$

- (1) -900
- (2) -500/9
- (3) -500
- (4) -499/1



**سوال:** مطابق شکل، چکشی به جرم ۱kg به میخی ضربه می‌زند. اگر در اثر برخورد چکش به میخ، ۲/۵ ژول انرژی به گرما تبدیل شود و هدر رود، چکش با تندی چند متر بر ثانیه باید به میخ برخورد کند تا با وارد کردن نیروی افقی متوسط  $10^3 N$  به میخ، آن را ۱cm درون

تخته فرو ببرد؟



همه انرژی‌ها زرد است  
انرژی‌هایی که چکش می‌کشد

«کاج»

$$K = W_F + W_{\text{انرژی هدر}} = F \cdot d \cdot \cos \theta + 2.5$$

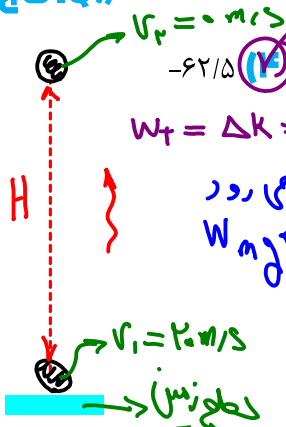
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times (1) \times v^2 = 10 + 2.5 = 12.5$$

$$\Rightarrow v^2 = 25 \Rightarrow v = 5 \text{ m/s}$$

فقط زرد و سبز

**سوال:** گلوله‌ای به جرم ۵۰۰g با تندی ۲۰m/s از سطح زمین در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌شود. اگر اندازه متوسط نیروی مقاومت هوا در برابر حرکت گلوله، ۳N باشد، کار نیروی وزن گلوله از لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن به بالاترین نقطه مسیر حرکتش (نقطه اوج) چند ژول است؟ ( $g=10 \text{ m/s}^2$ )

«کاج»



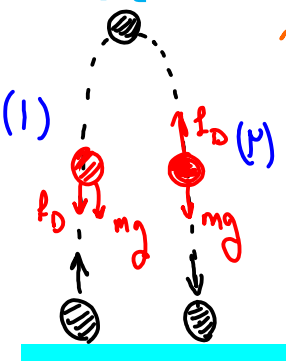
$$W_F = \Delta K \Rightarrow W_{F_D} + W_{mg} = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_0^2) \Rightarrow -3 \times H - 10 \times 10 \times H = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times 10^2$$

$$\Rightarrow -11H = -100 \Rightarrow H = \frac{100}{11} = 9.09 \text{ m}$$

$$W_{mg} = -mgh = -\frac{1}{2} \times 10 \times 9.09 = -45.45 \text{ J}$$

**سوال:** گلوله‌ای از سطح زمین با تندی اولیه  $v_0$  در راستای قائم به سمت بالا پرتاب شده و با تندی  $\frac{v_0}{3}$  به محل پرتاب اولیه بازمی‌گردد. اگر کار نیروی مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت گلوله یکسان باشد، ارتفاع اوج گلوله از سطح زمین برابر کدام است؟ (g شتاب گرانش است.)

«کاج جامع - پیشرفته»



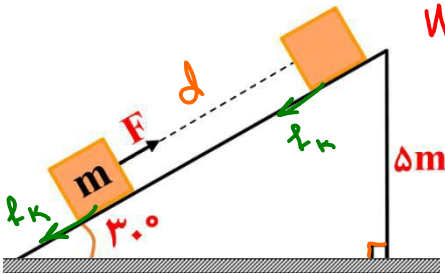
$$\frac{\Delta v_0^2}{16g} \quad \frac{\Delta v_0^2}{8g} \quad \frac{v_0^2}{4g} \quad \frac{v_0^2}{2g}$$

$$(1) \rightarrow W_F = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_0^2) \Rightarrow W_{F_D} - mgh = -\frac{1}{2} m v_0^2$$

$$(2) \rightarrow W_F = \Delta K = \frac{1}{2} m \left( \left( \frac{v_0}{3} \right)^2 - 0 \right) \Rightarrow W_{F_D} + mgh = +\frac{1}{2} m \left( \frac{1}{9} v_0^2 \right)$$

$$\Rightarrow 2mgh = \frac{5}{9} \times \frac{1}{2} m v_0^2 \Rightarrow H = \frac{5 v_0^2}{14g}$$

**سوال:** در شکل مقابل، جسمی به جرم ۴kg تحت تاثیر نیروی ثابت F با تندی ثابت بر روی یک سطح دارای اصطکاک از پایین تا بالای سطح شیبدار جابه جا می شود. اگر اندازه کار نیروی F، ۲/۵ برابر اندازه کار نیروی وزن جسم باشد، به ترتیب از راست به چپ، نیروی اصطکاک وارد بر جسم و کار نیروی F هر کدام چند واحد SI است؟ (g=۱۰m/s<sup>2</sup>)



$$W_F = 2,5 |W_{mg}| = 2,5 \times 40 = 100 \text{ J}$$

$$W_T = \Delta K = 0$$

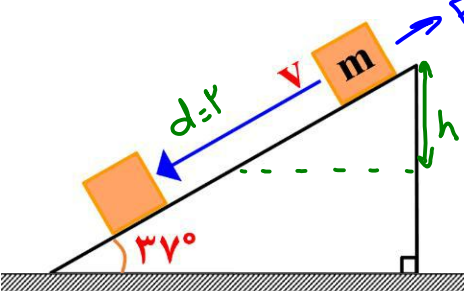
$$W_{f_k} + W_{mg} + W_F = 0$$

$$-f_k \times 10 - 200 + 1000 = 0$$

$$\Rightarrow -10 f_k = -200 \Rightarrow f_k = 20 \text{ N}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{\Delta m}{d} = \frac{1}{2} \Rightarrow d = 10 \text{ m}$$

**سوال:** در شکل مقابل، به جسمی به جرم m=۲۰kg نیروی مناسب F به موازات سطح شیبدار وارد می شود و جسم با سرعت ثابت به سمت پایین حرکت می کند. کار نیروی F در مدتی که جسم ۲ متر روی سطح پایین می آید، چند ژول است؟ (g=۱۰m/s<sup>2</sup>، sin ۳۷°=۰/۶) اصطکاک سطح ناچیز است.



«کنکور ریاضی»

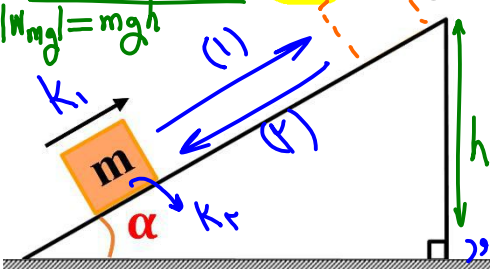
$$W_T = \Delta K = 0$$

$$W_{mg} + W_F = 0$$

$$\Rightarrow W_F = -W_{mg} = -(+mgh) = -20 \times 10 \times 1,2$$

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{d} = \frac{4}{10} \Rightarrow h = 1,2 \text{ m}$$

**سوال:** مطابق شکل، جسمی به جرم m از پایین سطح شیبدار با انرژی جنبشی K<sub>۱</sub> رو به بالا پرتاب می شود. جسم در بالای سطح متوقف شده و با انرژی جنبشی K<sub>۲</sub> به محل پرتاب اولیه باز می گردد. اندازه کار نیروی وزن جسم از لحظه پرتاب تا لحظه تغییر جهت دادن آن کدام است؟



«Q جامع»

$$K_1 - K_2$$

$$K_1 + K_2$$

$$\frac{K_1 - K_2}{2}$$

$$\frac{K_1 + K_2}{2}$$

$$\Rightarrow mgh - (-mgh) = K_2 - (-K_1)$$

$$\Rightarrow 2mgh = K_2 + K_1$$

$$\Rightarrow |W_{mg}| = mgh = \frac{K_2 + K_1}{2}$$

$$W_T = \Delta K = K_B - K_A \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = -K_1 \Rightarrow -mgh + W_{f_k} = -K_1$$

$$W_T = \Delta K = K_B - K_A \Rightarrow W_{mg} + W_{f_k} = K_2 \Rightarrow +mgh + W_{f_k} = K_2$$

سوال: در سوال قبل، کار نیروی اصطکاک در هنگام بالا رفتن جسم بر روی سطح شیبدار از لحظه پرتاب تا لحظه

تغییر جهت حرکت جسم کدام است؟

«IQ جامع»

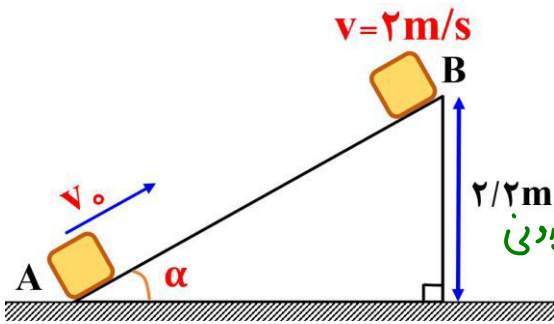
$$K_1 - K_2 \quad K_2 - K_1 \quad K_1 - K_2 \quad K_1 + K_2$$

$(1) \rightarrow W_f = \Delta K = K_B - K_A \Rightarrow W_{mg} + W_{fk} = -K_A \Rightarrow -mgh + W_{fk} = -K_A$   
 $(2) \rightarrow W_f = \Delta K = K_B - K_A \Rightarrow W_{mg} + W_{fk} = K_B \Rightarrow mgh + W_{fk} = K_B$

$W_{fk} = K_2 - K_1$   
 $\Rightarrow W_{fk} = \frac{K_2 - K_1}{2}$

سوال: مطابق شکل زیر، جسم از نقطه A مماس با سطح پرتاب می شود و تا رسیدن به نقطه B، ۲۵ درصد انرژی

جنبشی اولیه آن توسط اصطکاک تلف می شود. تندی اولیه جسم چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )



هوان جابرسی می شود:

مربوط به سبب کار و انرژی درونی

$W_f = \Delta E$

$2\sqrt{2}$  (1)  
 $4\sqrt{2}$  (2)  
 $8$  (3)  
 $4$  (4)

سوال: به جسم ساکنی به جرم ۶ کیلوگرم تنها دو نیروی  $F_1 = 15 \text{ N}$  و  $F_2$  وارد می شود. بعد از  $12 \text{ m}$  جابه جایی تندی

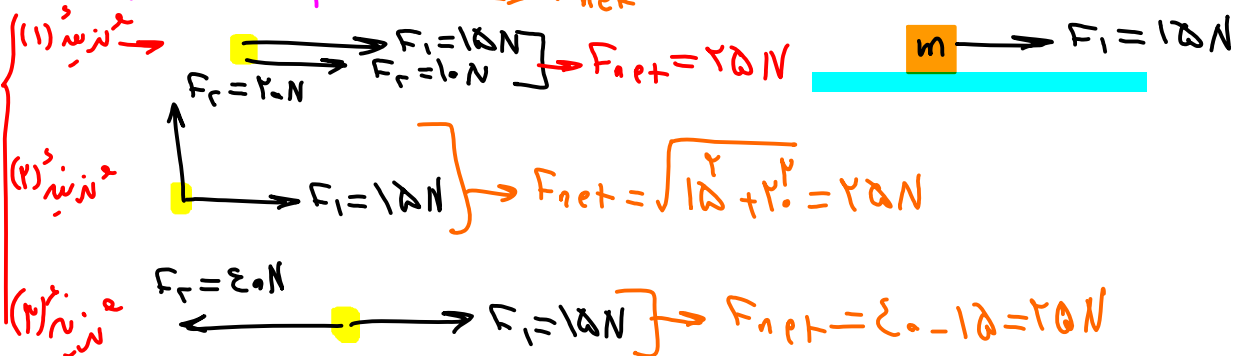
جسم به  $10 \text{ m/s}$  می رسد.  $F_2$  چند نیوتون و در چه جهتی می تواند باشد؟

«سری Z»

$W_f = F_{net} \cdot d \cdot \cos \theta = \Delta K = K_2 - K_1$   
 $F_1 = 15 \text{ N}$  (1)  
 $F_2 = 20 \text{ N}$  (2) با عمود بر  $F_1$   
 $F_2 = 40 \text{ N}$  (3) در خلاف جهت  $F_1$

هر سه گزینه می تواند صحیح باشد.

$F_{net} \times 12 \times 1 = \frac{1}{2} \times 6 \times 10^2$   
 $\Rightarrow F_{net} = 25 \text{ N}$



**سوال:** در شکل زیر، وزنه  $m$  از ارتفاع  $h$  در بالای فنر، بدون تندی اولیه در شرایط خلأ سقوط می‌کند و پس از برخورد با فنر، آن را حداکثر به اندازه  $\Delta L$  متراکم می‌سازد. کار نیروی فنر در این جابه‌جایی کدام است؟

$W_T = \Delta K = K_f - K_i = 0$   
 $\Rightarrow W_{mg} + W_{\text{فنر}} = 0 \Rightarrow W_{\text{فنر}} = -W_{mg} = -(+mg(h + \Delta L)) = -mg(h + \Delta L)$

**سوال:** تویی به جرم  $200$  گرم مطابق شکل، از پایین تپه‌ای با تندی اولیه  $8 \text{ m/s}$  به سمت بالای تپه پرتاب می‌شود. توپ پس از بالا رفتن از تپه، فنر را فشرده کرده و در یک لحظه متوقف می‌شود. اگر اندازه کاری که اصطکاک از لحظه پرتاب تا این لحظه انجام می‌دهد، برابر  $2/4$  ژول باشد، کار نیروی فنر تا این لحظه چند ژول خواهد بود؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

و از مقاومت هوا صرف نظر شود.

**«آزمون‌های گاج»**

$W_T = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$   
 $W_{\text{ک}} + W_{\text{فنر}} + W_{mg} = -\frac{1}{2} m v_i^2$   
 $\Rightarrow -2.4 + W_{\text{فنر}} - 0.2 \times 10 \times 1.5 = -\frac{1}{2} \times 0.2 \times 8^2$   
 $\Rightarrow W_{\text{فنر}} = -9.6 + 1.4 + 1 = -7.2 \text{ J}$

**سوال:** گلوله‌ای به جرم  $500$  گرم را از ارتفاع  $20$  متری سطح آب در شرایط خلأ در بالای یک استخر با عمق  $40$  متر رها می‌کنیم. این گلوله با تندی  $30 \text{ m/s}$  به کف استخر برخورد می‌کند. اگر این گلوله را با نخ سبکی به درون ظرفی پر از آب روی یک ترازو وارد کنیم، عدد این ترازو چند نیوتون و چگونه تغییر می‌کند؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ) و چگالی آب استخر و آب درون ظرف برابر است.

**«تالیفی - پیشرفته»**

افزایش،  $\frac{13}{8}$  (۴)      افزایش،  $\frac{15}{8}$  (۵)      کاهش،  $\frac{13}{8}$  (۲)      کاهش،  $\frac{15}{8}$  (۱)

$W_T = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$   
 $W_{mg} + W_{F_b} = \frac{1}{2} m v_f^2 \Rightarrow +10 \times 10 \times (40) - F_b \times 40 = \frac{1}{2} \times 0.5 \times 30^2$   
 $\Rightarrow +F_b \times 40 = 225 - 300 = -75 \Rightarrow F_b = \frac{75}{40} = \frac{15}{8} \text{ N}$

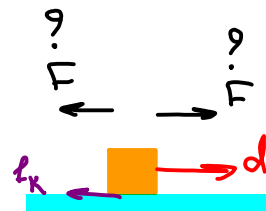
عدد ترازو = عدد قبلی +  $F_b'$

عدد ترازو به اندازه  $F_b'$  (یعنی  $F_b$ ) افزایش می‌یابد!

**سوال:** جسمی به جرم ۱ kg با تندی اولیه  $10 \text{ m/s}$  روی سطح افقی پرتاب می شود. اگر نیروی اصطکاک بین جسم و سطح در طول مسیر ثابت و برابر  $5 \text{ N}$  باشد، چه نیرویی بر حسب نیوتون و در چه جهتی بر جسم وارد کنیم تا جسم مسافت  $4 \text{ m}$  را قبل از توقف طی کند؟

**«نردبام»**

۱) صفر، در خلاف جهت حرکت  
 ۲) ۵، در جهت حرکت  
 ۳) ۵، در خلاف جهت حرکت  
 ۴) ۷/۵، در خلاف جهت حرکت



$$W_f = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = -\frac{1}{2} \times 1 \times 10^2 = -50 \text{ J}$$

$$\Rightarrow -f_k \cdot d + F \cdot d \cos \theta = -50 \Rightarrow -5 \times 4 + F \times 4 \cos \theta = -50$$

$$\Rightarrow 4F \cos \theta = -30 \Rightarrow F \cos \theta = -7.5 \text{ N}$$

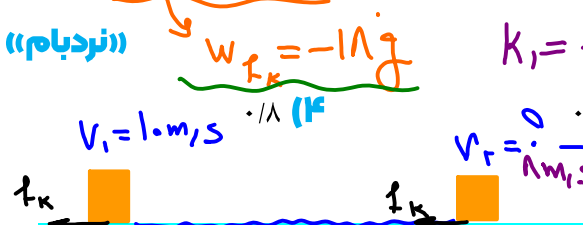
راندن صحت یا  $\theta > 90^\circ$

**سوال:** جسمی به جرم ۱ kg با تندی اولیه  $10 \text{ m/s}$  بر روی یک سطح افقی بدون اصطکاک در حال حرکت است. این جسم در ادامه مسیر خود وارد سطح افقی با اصطکاک شده و پس از  $5 \text{ s}$  انرژی جنبشی آن  $18 \text{ J}$  کاهش می یابد.

**نیروی اصطکاک در این مسیر چند نیوتون است؟**

۱) ۱  
 ۲) ۰/۲  
 ۳) ۰/۴  
 ۴) ۰/۱۸

**«نردبام»**



$$K_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 10^2 = 50 \text{ J}$$

$$\Delta K = K_2 - K_1 \Rightarrow K_2 = 32 \text{ J}$$

$$\Rightarrow K_2 = \frac{1}{2} m v_2^2 \Rightarrow 32 = \frac{1}{2} \times 1 \times v_2^2 \Rightarrow v_2 = 8 \text{ m/s}$$

فانژل دو

$$v_1 = 10 \text{ m/s}$$

$$v_2 = 8 \text{ m/s}$$

$$\Delta t = 5 \text{ s} \Rightarrow a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{8 - 10}{5} = -0.4 \text{ m/s}^2$$

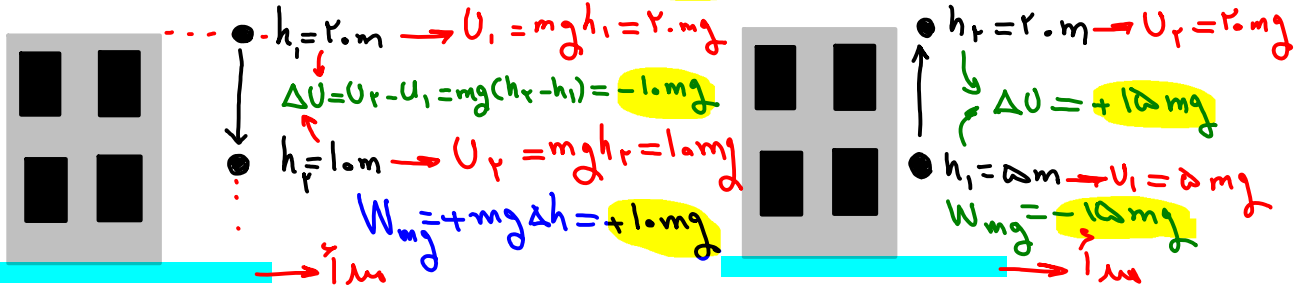
$$F_{\text{net}(x)} = ma \Rightarrow 0 - f_k = 1 \times (-0.4) \Rightarrow f_k = 0.4 \text{ N}$$

مرور نکات و فرمول های این درسنامه

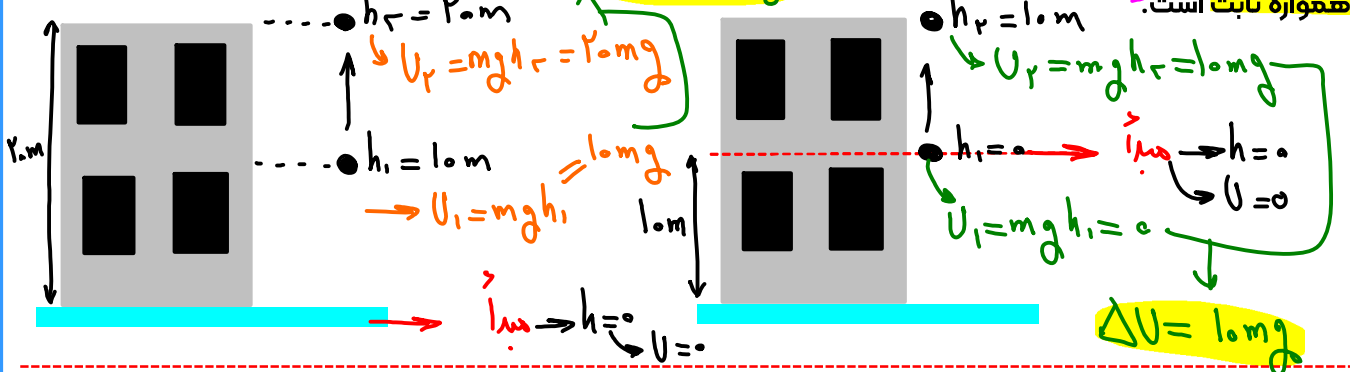
### کار نیروی وزن و تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی

$$W_{mg} = -\Delta U \Rightarrow \Delta U = -W_{mg}$$

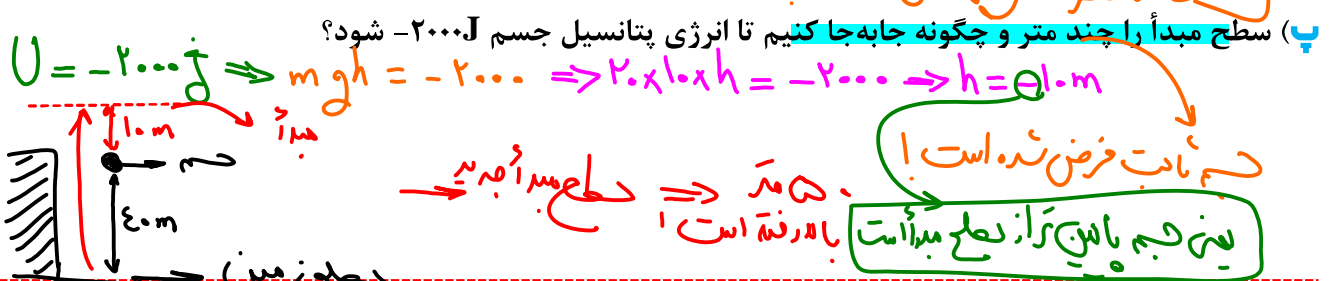
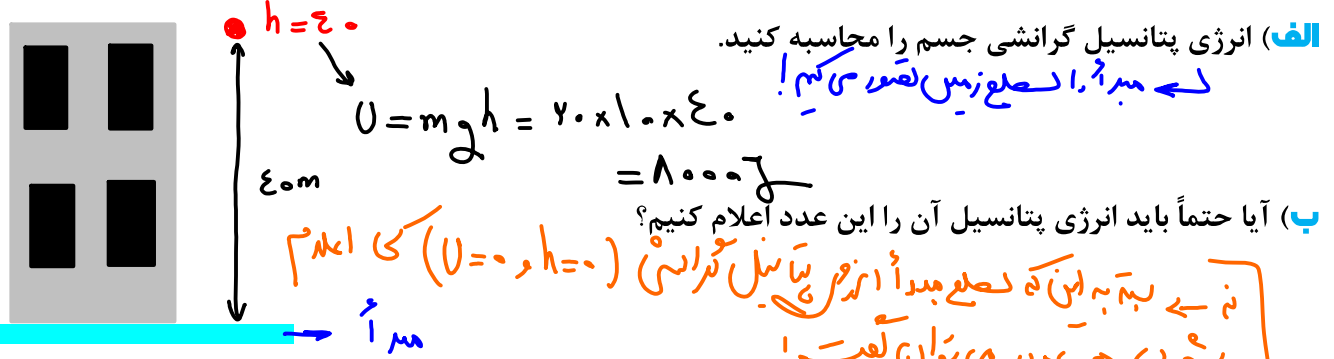
کار نیروی وزن در هر نوع جابه‌جایی و با هر مسیری همواره برابر با قرینه تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی است. اثبات:



**نکته:** بسته به اینکه مبدأ کجا فرض شود،  $h$  تغییر کرده و انرژی پتانسیل در ارتفاع  $h$  هم تغییر می‌کند ( $U$ )؛ اما  $\Delta U$  همواره ثابت است.



**سوال:** جسمی به جرم  $20\text{kg}$  در ارتفاع  $40$  متری سطح زمین قرار دارد. مطلوب است: ( $g = 10\text{N/kg}$ )



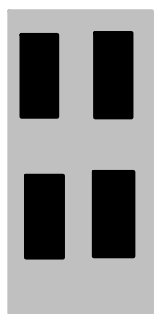
**نکته:** اگر  $U=0$  یعنی جسم در سطح مبدأ قرار دارد... اگر  $U < 0$  یعنی جسم پایین تر از سطح مبدأ قرار دارد و اگر  $U > 0$  یعنی جسم بالاتر از سطح مبدأ قرار دارد.

**نکته:** اگر  $\Delta U = 0$  یعنی جسم تغییر ارتفاع نمی‌دهد... اگر  $\Delta U < 0$  یعنی جسم به سمت پایین حرکت کرده است و اگر  $\Delta U > 0$  یعنی جسم به سمت بالا می‌رود.

$$\Delta U = m\Delta h$$

مبدأ یکی و مهم

**سوال:** کار نیروی گرانشی بر روی جسمی به جرم  $10 \text{ kg}$  که تنها تحت تاثیر نیروی گرانشی قرار دارد، در مدت جابه جایی از نقطه (۱) تا (۲)،  $100 \text{ J}$  است. اگر انرژی پتانسیل جسم در نقطه (۲) برابر  $200 \text{ J}$  باشد، موقعیت دقیق جسم را در نقطه (۱) مشخص کنید: ( $g=10 \text{ N/kg}$ )



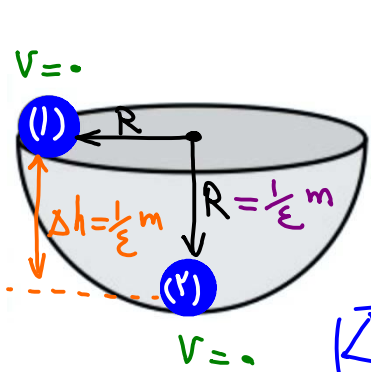
جسم با پس می رود  $\rightarrow W_{mg} > 0$

$$\Delta U = -W_{mg} = -100 \Rightarrow U_2 - U_1 = -100 \Rightarrow U_1 = -100 \text{ J}$$

$$mgh_1 = -100 \Rightarrow 10 \times 10 \times h_1 = -100 \Rightarrow h_1 = -1 \text{ m}$$

جسم در نقطه (۱) اینتر پاس تر از سطح مبدأ انرژی قرار دارد.

**سوال:** گلوله ای را مطابق شکل از لبه نیم کره رها می کنیم. گلوله پس از چند بار رفت و برگشت در نهایت در کف نیم کره متوقف می شود. اگر قطر نیم کره،  $0.5 \text{ m}$  و جرم گلوله  $20 \text{ g}$  باشد، مطلوب است: ( $g=10 \text{ N/kg}$ ) و از ابعاد گلوله صرف نظر شود.



فقط یک نقطه

$$R = \frac{D}{2} = 25 \text{ cm} = 0.25 \text{ m} = \frac{1}{4} \text{ m}$$

$$m = 2 \times 10^{-2} \text{ kg}$$

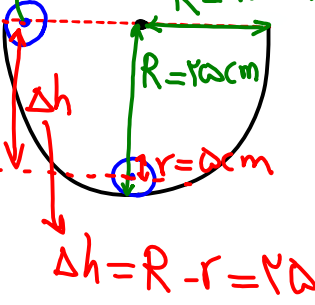
کار نیروی وزن و کار برآیند نیروها از لحظه رها کردن تا توقف کامل گلوله:

$$W_{mg} = +mgR = 2 \times 10^{-2} \times 10 \times \frac{1}{4} = 0.5 \text{ J}$$

$$\Delta U = -\frac{5}{10} \text{ J}$$

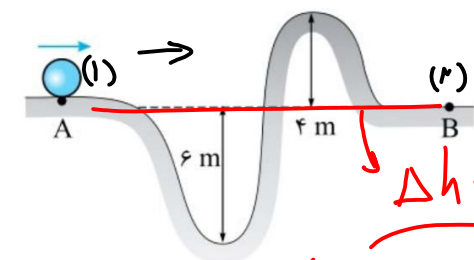
تغییرات انرژی پتانسیل در این جابه جایی:

**پ)** اگر گلوله دیگری با قطر  $10 \text{ cm}$  و جرم  $10 \text{ kg}$  در همین نیم کره و به همین صورت حرکت کند، تغییر انرژی پتانسیل گرانشی آن را محاسبه کنید.



در نیم کره ممکن ماداران ابعاد آن با هم وسط هم را به عنوان محل اسلج تصور کنید و مدل نشان می کنیم.

$$\Delta U = -mg(R-r) = -10 \times 10 \times 0.2 = -20 \text{ J}$$

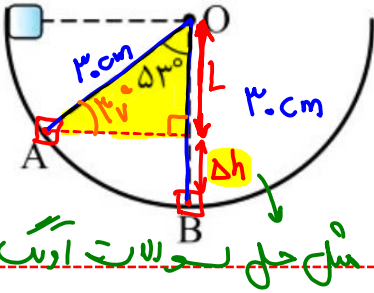


**سوال:** در شکل روبرو گلوله ای به جرم  $200 \text{ g}$  در نقطه A با تندی  $5 \text{ m/s}$  به سمت راست در حال حرکت است و پس از مدتی به نقطه B می رسد. کار نیروی وزن و تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جسم در این جابه جایی چند ژول است؟ ( $g=10 \text{ N/kg}$ )

$\Delta h = 0$

$$\Delta U = -W_{mg} = 0$$

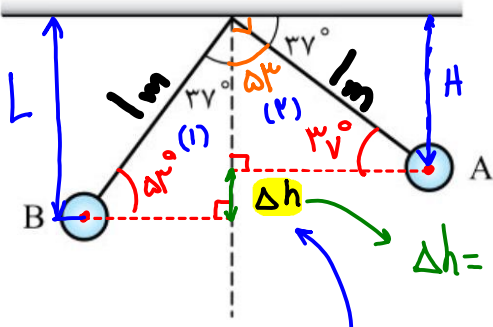
**سوال:** جسم  $m$  به جرم  $10g$  درون نیم کره صیقلی به قطر  $60cm$  به پایین می لغزد. تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم از  $A$  تا  $B$  چند ژول است؟  $(\sin 53^\circ = 0.8)$



$R = 30cm$  (کنکور قدیمی)  
 $\sin 37^\circ = \frac{L}{R} = \frac{4}{30} \Rightarrow L = 18cm$   
 $\Rightarrow \Delta h = R - L = 30 - 18 = 12cm = 0.12m$

$\Delta U < 0 \Rightarrow \Delta U = -0.01 \times 10 \times 0.12 = -0.012J$

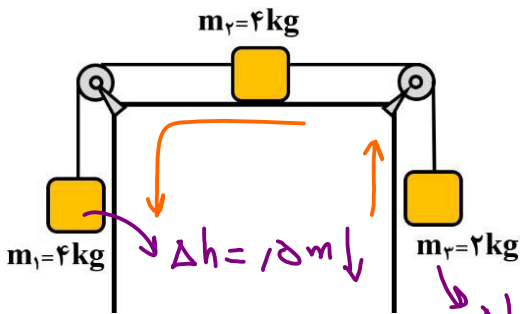
**سوال:** مطابق شکل روبهرو آونگی که طول نخ آن  $1m$  و جرم وزنه آن  $0.5kg$  است، از نقطه  $A$  رها می شود و در طرف مقابل تا نقطه  $B$  بالا می آید. کار نیروی وزن در جابه جایی از  $A$  تا  $B$  چند ژول است؟  $(\sin 37^\circ = 0.6 \text{ و } g = 10N/kg)$



$\Delta h = L - H = 1 - 0.6 = 0.4m$

$W = +mgh$   
 $= +0.5 \times 10 \times 0.4 = +2J$   
 (۱)  $\sin 53^\circ = \frac{L}{1} = 0.8 \Rightarrow L = 1.25m$   
 (۲)  $\sin 37^\circ = \frac{H}{1} = 0.6 \Rightarrow H = 0.6m$

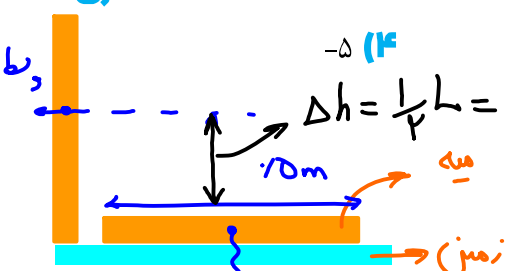
**سوال:** در شکل روبهرو اگر جسم  $m_2$  به اندازه  $0.5m$  به سمت چپ جابه جا می شود، تغییر انرژی پتانسیل گرانشی جسم های  $m_1$  و  $m_2$  به ترتیب از راست به چپ چند ژول است؟  $(g = 10N/kg)$



- (۲)  $+10, +20, -20$
- (۳)  $+10, \text{ صفر}, -20$
- (۴)  $-10, -20, +20$
- (۵)  $+20, \text{ صفر}, -10$

$\Delta U_1 = -m_1gh = -4 \times 10 \times 1.5 = -60J$   
 $\Delta U_2 = +m_2gh = +2 \times 10 \times 1.5 = +30J$

**سوال:** میله همگنی به طول  $0.5m$  و جرم  $4kg$  را که روی زمین افتاده بود، بلند کرده و به صورت قائم روی زمین نگه داشته ایم. کار نیروی وزن در این جابه جایی چند ژول است؟  $(g = 10N/kg)$  و قطر میله در مقایسه با طول آن ناچیز است.



$\Delta h = \frac{1}{2}L = \frac{0.5}{2} = 0.25m$   
 $W = -mgh = -4 \times 10 \times 0.25 = -10J$

**سوال:** جسم A به جرم ۲۰kg در ارتفاع ۱۲m و جسم B به جرم ۲۵kg در ارتفاع ۶m از سطح زمین قرار دارند. سطح مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی را کجا انتخاب کنیم تا انرژی پتانسیل گرانشی دو جسم برابر شود؟ **(سری Z)**

۱۱ متر بالاتر از سطح زمین  $U_A = U_B \Rightarrow m_A g h_A = m_B g h_B$

۱۸ متر پایین تر از سطح زمین  $\Rightarrow \frac{20}{25} \times (12-L) = 25 \times (4-L)$

۱۸ متر بالاتر از سطح زمین  $\Rightarrow 48 - 20L = 100 - 25L$

۸ متر پایین تر از سطح زمین  $\Rightarrow L = -18m$

سطح مبدأ انرژی

سطح زمین

نسبت به سطح زمین این برابری است

بسیار کجا باید تا انرژی پتانسیل گرانشی A و B برابرند؟

**سوال:** به دو سر میله سبکی، دو گلوله، هر یک به جرم m متصل است. مطابق شکل میله می تواند حول نقطه O در سطح قائم بچرخد. میله را از وضع افقی رها می کنیم؛ لحظه ای که به وضع قائم در می آید، مجموع انرژی جنبشی گلوله ها چقدر است؟ (از نیروهای اتلافی صرف نظر کنید). **(سری Z)**

$\frac{1}{6} mgL$  (۲)  $\Delta E = 0$   $\frac{1}{3} mgL$  (۳)

$\frac{1}{3} mgL$  (۴)  $\frac{1}{3} mgL$  (۳)

$\Delta K$   $W_t = \Delta K \Rightarrow W_{mg} = \Delta K$

$\Rightarrow \Delta K = -\Delta U$

$\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \Delta K = -\Delta U$

$\Delta U_1 = +mg \times \frac{L}{3}$  (۱)  $\Delta K = +\frac{mgL}{3}$

$\Delta U_2 = -mg \times \frac{2L}{3}$  (۲)  $\Delta U = \Delta U_1 + \Delta U_2 = -\frac{mgL}{3}$

**سوال:** جسم ساکنی به جرم ۲ kg را از ارتفاع یک متری زمین به ارتفاع ۱/۵ متری زمین می بریم و دوباره به حالت سکون می رسانیم. کار نیروی وزن در این جابه جایی، چند ژول است؟  $(g = 10 N/kg)$  **(تجربی ۱۴۰۲)**

$W_{mg} = -mgh = -2 \times 10 \times \frac{1}{5} = -4J$

$\Delta h = 1.5 - 1 = 0.5m$

پایستگی انرژی مکانیکی

به مجموع انرژی‌های ..... جسمی ..... و ..... تبدیل ..... برای یک جسم، انرژی مکانیکی آن جسم می‌گویند.

انرژی تبدیل →

$$E = K + U$$

← انرژی مکانیکی

**نکته:** به طور معمول اگر نیروی مقاومی در برابر حرکت یک جسم وجود نداشته باشد، انرژی مکانیکی آن در طول

مسیر ثابت می‌ماند. (پایستگی انرژی مکانیکی)

پایستگی انرژی مکانیکی ⇒  $E_2 = E_1 ⇒ ΔE = 0$  در دست برابر

سوال: نشان دهید که تغییرات انرژی مکانیکی برابر مجموع تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل است.

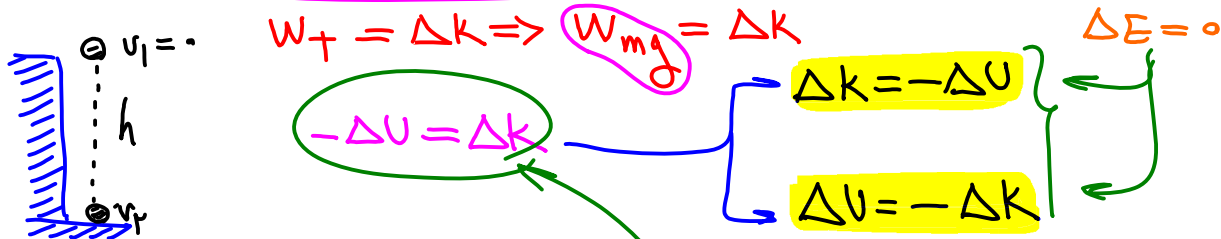
$$ΔE = E_2 - E_1 = (K_2 + U_2) - (K_1 + U_1) = (K_2 - K_1) + (U_2 - U_1)$$

$ΔK$                        $ΔU$

$$⇒ ΔE = ΔK + ΔU$$

**سوال:** جسمی در حال سقوط به طرف زمین است. اگر در این حرکت از مقاومت هوا صرف نظر کنیم و تنها نیروی

وارد بر جسم نیروی وزن باشد، نشان دهید که تغییرات انرژی جنبشی و پتانسیل قرینه هم هستند.  $ΔE = 0$



**نکته:** از این نکته می‌توان متوجه شد که برای پایسته ماندن انرژی مکانیکی، باید انرژی مکانیکی بدون تغییر

باشد ( $ΔE = 0$ ) و با توجه به این که  $ΔE = ΔK + ΔU$ ، می‌توان فهمید که برای پایسته ماندن انرژی مکانیکی،

به هر اندازه‌ای که انرژی جنبشی کاهش می‌یابد باید انرژی پتانسیل افزایش یابد و بالعکس!

**سوال:** در هر کدام یک از حالات زیر، وضعیت پایستگی یا نوع تغییر انرژی مکانیکی را بررسی کنید.

$$ΔE = ΔK + ΔU$$

الف) جسم با تندی ثابت روی یک سطح شیب‌دار بالا می‌رود:

↓  $ΔU > 0$                       ↓  $ΔK = 0$

$$ΔE = ΔK + ΔU ⇒ ΔE > 0$$

ب) جسم با تندی ثابت روی یک سطح شیبدار پایین می‌رود:

$$\Delta E = \cancel{\Delta K} + \Delta U \Rightarrow \Delta E < 0 \quad \left. \begin{array}{l} \Delta U < 0 \\ \Delta K = 0 \end{array} \right\}$$

پ) تندی حرکت جسم روی یک سطح افقی افزایش می‌یابد:

$$\Delta E = \Delta U + \Delta K \Rightarrow \Delta E > 0 \quad \left. \begin{array}{l} \Delta U = 0 \\ \Delta K > 0 \end{array} \right\}$$

ت) تندی حرکت جسم روی یک سطح افقی کاهش می‌یابد:

$$\Delta E = \Delta K + \cancel{\Delta U} \Rightarrow \Delta E < 0 \quad \left. \begin{array}{l} \Delta K < 0 \\ \Delta U = 0 \end{array} \right\}$$

ث) جسمی با سرعت ثابت روی یک سطح افقی حرکت می‌کند:

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U \Rightarrow \Delta E = 0 \quad \left. \begin{array}{l} \Delta U = 0 \\ \Delta K = 0 \end{array} \right\}$$

از نظر مکانیکی پایسته ماند.

ج) جسمی را در حضور هوا با تندی  $v$  به بالا پرتاب می‌کنیم:

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U \Rightarrow \Delta E < 0 \quad \left. \begin{array}{l} \Delta U > 0 \\ \Delta K < 0 \end{array} \right\} \quad \left| \Delta K \right| > \Delta U$$

تندی ↓

ج) جسمی در شرایط خلأ به سمت بالا پرتاب می‌شود:

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0 \Rightarrow \left| \Delta K \right| = \Delta U \quad \left. \begin{array}{l} \Delta U > 0 \\ \Delta K < 0 \end{array} \right\}$$

تندی ↓

ح) جسمی را در شرایط خلأ با  $\alpha$  نسبت به افق پرتاب می‌کنیم:

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U = 0$$

تندی ↓

سوال: کدام یک از عبارات زیر همواره درست است؟

- الف) اگر انرژی مکانیکی در نوعی حرکت ثابت نباشد، قطعاً نوعی نیروی مقاوم عامل این نابرابری بوده است.
- ب) اگر کار برآیند نیروهای وارد بر جسم صفر باشد، قطعاً انرژی مکانیکی در این حرکت پایسته است.
- وجود نیروی محرک  $\Delta E < 0$
- وجود نیروی مقاوم  $\Delta E > 0$
- تندی ثابت در سطح افقی  $\Delta E = 0$

$$\Delta E = \Delta K + \Delta U$$

$\Delta E > 0 \Rightarrow$  **نیروی جسم باشد تا نسبت به سمت بالا برود**  
 که به دلیل وجود نیروی مقاوم  
 در جهت مخالف و غیر تندی در مقابل  
 $\Delta E < 0 \Rightarrow$  **نیروی جسم باشد تا نسبت به سمت پایین برود**

$W_T = \Delta K = 0$

پ) اگر مجموع کار نیروهای وارد بر جسمی منفی باشد، حتماً انرژی مکانیکی جسم کاهش یافته است.


$$\Delta E = \Delta K + \Delta U$$

$\oplus \rightarrow \Delta E < 0$   
 $\ominus \rightarrow \Delta E < 0$   
 $\oplus \rightarrow \begin{cases} \Delta U > |\Delta K| \rightarrow \Delta E > 0 \\ \Delta U < |\Delta K| \rightarrow \Delta E < 0 \end{cases}$

سوال: جسمی از ارتفاع h بدون سرعت اولیه و در حضور هوا رها می شود تا با تندی v به زمین برخورد کند. مطلوب است:

نیروی انداختنی داریم  $\Delta E < 0$   
 $v_1 = v_2 = 0$


الف) در این جابه جایی اندازه تغییرات انرژی جنبشی نسبت به اندازه تغییرات انرژی پتانسیل را مقایسه کنید.



$\Delta E = \Delta K + \Delta U$   
 $\Delta U < 0$  (پایین آمدن)  
 $\Delta K > 0$  (افزایش تندی)  
 $|\Delta U| > \Delta K$   
 $\Delta E < 0$   
 $W_t = \Delta K > 0$   
 به دلیل افزایش تندی

سوال: به جسمی در ارتفاع h نیروی رو به بالای F را وارد می کنیم. اگر از نیروی مقاومت هوا صرف نظر شود، در

حالت های مختلف حرکت اولیه جسم در راستای قائم، وضعیت  $\Delta K$ ،  $\Delta U$  و  $\Delta E$  را مشخص کنید. ( $F > mg$ )



$\Delta K > 0$   
 $\Delta U < 0$   
 $\Delta E = \Delta K + \Delta U > 0$   
 $\Delta E = \Delta K + \Delta U < 0$   
 $\Delta E = 0 + 0 < 0$  (از توقف به بعد)

۱) اگر جسم حالت با تندی حرکت نماید به سمت بالا  
 ۲) اگر جسم در حال حرکت به سمت بالا باشد  
 ۳) جسم در حال حرکت به سمت پایین است

سوال: گلوله ای را با تندی اولیه  $v_0$  در شرایط خلأ از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می کنیم. مطلوب است:

الف) ارتفاع اوج (ارتفاع محل تغییر جهت):  
 $E_1 = E_2$  (پایانه است)

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2 \Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 + mg \cdot 0 = \frac{1}{2}mv_2^2 + mgh_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}v_0^2 = gh_2 \Rightarrow h_2 = \frac{v_0^2}{2g}$$

$K_3 = U_3 \Rightarrow E_3 = K_3 + U_3$   
 $E = K_{max} = \frac{1}{2}mv_0^2$   
 $h = 0$

$E_3 = 2U_3 \Rightarrow mgh = 2mgh_3 \Rightarrow h_3 = \frac{H_{a1}}{2}$

در نقطه پایانی است  $E = K_{max} = U_{max}$

(پ) ارتفاعی که انرژی جنبشی  $\frac{1}{3}$  برابر با انرژی پتانسیل باشد:  $h = ?$

$$K' = \frac{1}{3} U' \Rightarrow E' = K' + U' = \frac{1}{3} U' + U'$$

$$\Rightarrow E' = E = U_{max} = \frac{2}{3} U' \Rightarrow mgh = \frac{2}{3} mgh \Rightarrow h' = \frac{2}{3} H$$

(ت) در  $\frac{1}{3}$  ارتفاع اوج، انرژی جنبشی چند برابر انرژی پتانسیل است؟

$$h = \frac{1}{3} H_{aوج} \Rightarrow U = mgh = \frac{1}{3} mgh_{aوج} \Rightarrow U = \frac{1}{3} E \Rightarrow K = E - U = E - \frac{1}{3} E \Rightarrow K = \frac{2}{3} E \Rightarrow \frac{K}{U} = \frac{\frac{2}{3} E}{\frac{1}{3} E} = 2$$

(ث) در ارتفاعی که تندی گلوله نصف تندی اولیه است، انرژی جنبشی چند برابر انرژی پتانسیل است؟

$$v = \frac{1}{2} v_0 \Rightarrow K = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow K = \frac{1}{4} m v_0^2 \Rightarrow K = \frac{1}{4} E \Rightarrow U = E - K = \frac{3}{4} E \Rightarrow \frac{K}{U} = \frac{1}{3}$$

**سوال:** در هر سه شکل، جسم‌ها بدون تندی اولیه از نقطه A رها می‌شوند. اگر نیروی اتلافی وجود نداشته باشد،

مطلوب است:  $E_1 = E_2$

(الف) مقایسه تندی هر سه جسم در نقطه B:  $v_1 = v_2 = v_3$

(ب) مقایسه انرژی جنبشی هر سه جسم در نقطه B:  $K_2 > K_1 = K_3$

**سوال:** جسمی به جرم m در ارتفاع h از سطح زمین قرار دارد. تندی برخورد جسم به زمین را محاسبه کنید، اگر:

(الف) جسم را رها کنیم:  $v_0 = 0$

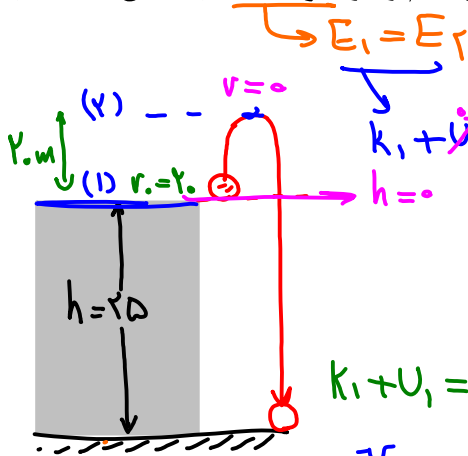
(ب) جسم را با تندی اولیه  $v_0$  در راستای قائم پرتاب کنیم:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 + mgh = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow v = \sqrt{v_0^2 + 2gh}$$

**سوال:** گلوله‌ای به جرم ۲kg را از ارتفاع ۲۵ متری سطح زمین در راستای قائم و در شرایط خلأ با تندی ۲۰m/s به

سمت بالا پرتاب می‌کنیم. مطلوب است: (g=۱۰N/kg)

**الف)** ارتفاع اوج گلوله:



$$E_1 = E_2$$

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = m g H$$

$$\Rightarrow H = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{20^2}{2 \times 10} = 20 \text{ m}$$

ارتفاع اضافی از سطح زمین  
۲۵ + ۲۰ = ۴۵m

**ب)** تندی گلوله به هنگام برخورد به زمین:

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$v_{\text{فرد}} = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \sqrt{20^2 + 2 \times 10 \times 45} = \sqrt{1000} = 31.6 \text{ m/s}$$

**پ)** تندی گلوله در هنگام عبور از کنار محل پرتاب:  $\Delta E = 0$  چون  $\Delta E = 0$  از پرتاب تا عبور از کنار محل پرتاب

$\Delta U = 0$  خواهد شد، قطعاً  $\Delta K = 0$  پس  $v_0 = v$  عبور از کنار محل پرتاب

**ت)** انرژی مکانیکی گلوله یک ثانیه قبل از برخورد به زمین:

$$E_1 = E_2 = K_{\text{max}} = U_{\text{max}} = E$$

$$E_2 = K_2 + U_2 = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 3^2 = 9 \text{ J}$$

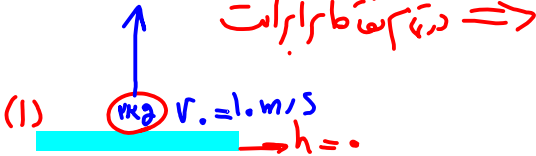
**سوال:** جسمی به جرم ۲ kg را (در شرایط خلأ) با سرعت ۱۰ m/s در راستای قائم، رو به بالا پرتاب می‌کنیم؛ مطلوب

است: (مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی محل پرتاب فرض شده است)

$$E_1 = E_2 \text{ در ارتفاع } h$$

**الف)** انرژی مکانیکی جسم در نصف ارتفاع اوج:

$$= K_1 + U_1 = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^2 = 100 \text{ J}$$



**ب)** انرژی مکانیکی جسم در ارتفاع اوج و ارتفاع ۳ متری:

$$100 \text{ J}$$

**نکته:** طبق این سوال مشخص است که در صورت پایسته بودن انرژی مکانیکی، می‌توان گفت انرژی مکانیکی

در همه لحظات حرکت جسم برابر است (بر اوج - در نصف ارتفاع اوج - در لحظه

برخورد - در لحظه تاب - در ...)

**سوال:** جسم A به جرم m از ارتفاع ۱۰ متری سطح زمین و جسم B به جرم ۲m، از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین رها می‌شوند. انرژی جنبشی جسم B در لحظه رسیدن به سطح زمین، چند برابر انرژی جنبشی جسم A در لحظه رسیدن به سطح زمین است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود).

«تکنور ریاضی»

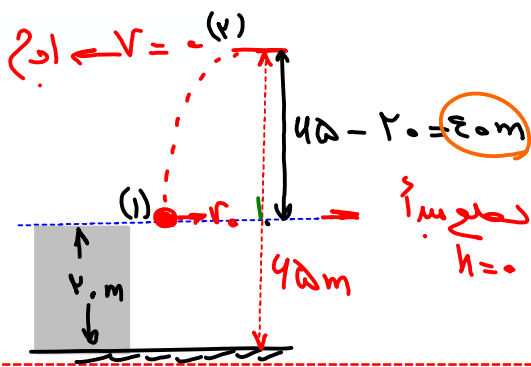
$$v = \sqrt{2gh + v_0^2}$$

برهورد  
به جرم جسم و آبش نداز

$$\frac{K_B}{K_A} = \frac{m_B}{m_A} \frac{v_B^2}{v_A^2} = \frac{m_B}{m_A} \frac{(2gh_B + v_0^2)}{(gh_A + v_0^2)} = \frac{m_B}{m_A} \frac{2gh_B}{gh_A}$$

$$= \frac{2m}{m} \times \frac{20}{10} = 4 \Rightarrow K_B = 4K_A$$

**سوال:** گلوله‌ای را از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین با سرعت اولیه v در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم. در ارتفاع ۶۵ متری سطح زمین سرعت گلوله به صفر می‌رسد. اگر  $g = 10 \text{ m/s}^2$  باشد، v چند متر بر ثانیه است؟ (مقاومت هوا ناچیز است).



روشن (۳): پایی انرژی مکانیکی

$$K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

$$\frac{1}{2}mv^2 = mgh$$

$$v_0 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 45} = 30\sqrt{2} \text{ m/s}$$

روشن اول: فرمول

$$H = \frac{v^2}{2g} \Rightarrow 45 = \frac{v_0^2}{2 \times 10}$$

$$\Rightarrow v_0^2 = 1000$$

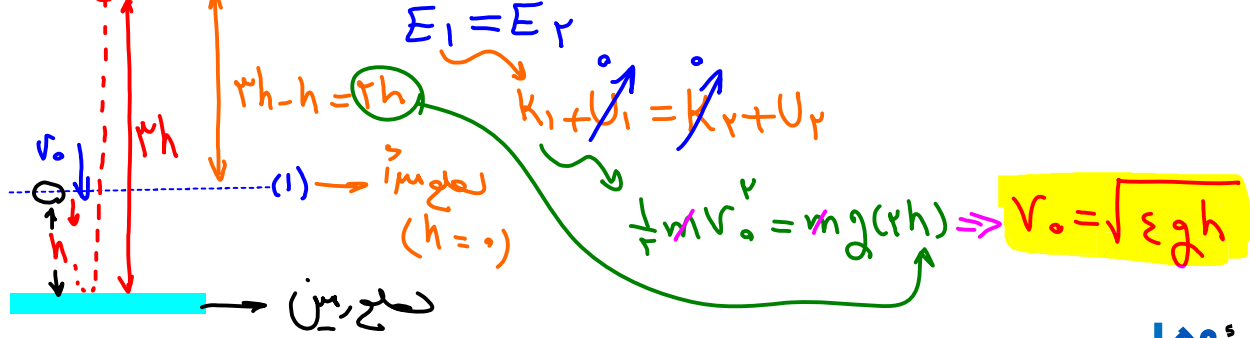
$$\Rightarrow v_0 = 31.6 \text{ m/s}$$

**سوال:** سرعت اولیه گلوله‌ای را که در شرایط خلأ و در راستای قائم رو به بالا پرتاب می‌کنیم، چند برابر کنیم تا ارتفاع اوج آن دو برابر شود؟

$$H_{\text{اوج}} = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow H_{\text{اوج}} \propto v_0^2$$

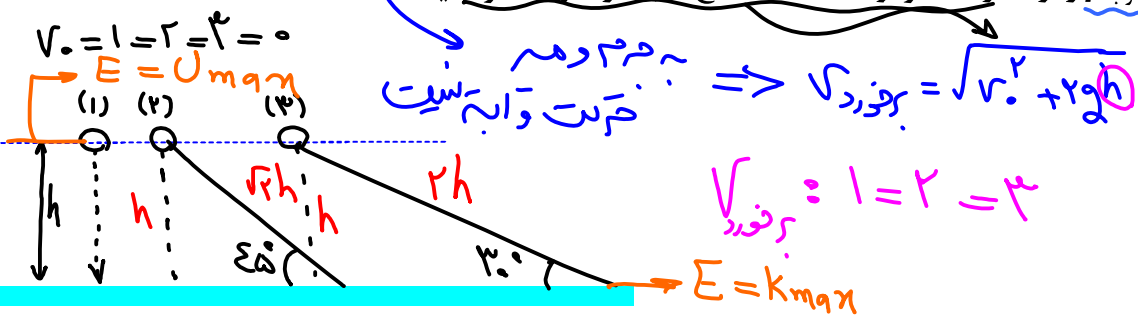
$$\frac{H_2}{H_1} = \left(\frac{v_{0(2)}}{v_{0(1)}}\right)^2 \Rightarrow v_{0(2)} = \sqrt{2} v_{0(1)}$$

**سوال:** تویی را از ارتفاع h به سمت پایین انداخته‌ایم. اگر این توپ پس از برخورد با زمین تا سه برابر ارتفاع اولیه خود بالا بیاید، سرعت اولیه توپ را بیابید. (از کلیه نیروهای اتلافی صرف نظر کنید)

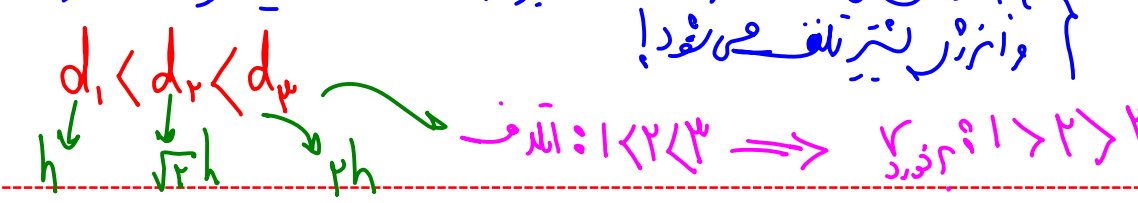


**سوال:** سه گلوله هم حجم چوبی، آهنی و طلایی را از ارتفاع  $h$  به ترتیب به صورت قائم روی سطح شیبدار  $45^\circ$  درجه و روی سطح شیبدار  $30^\circ$  درجه رها می‌کنیم. تندی این گلوله‌ها را به هنگام رسیدن به زمین مقایسه کنید. **آهن**

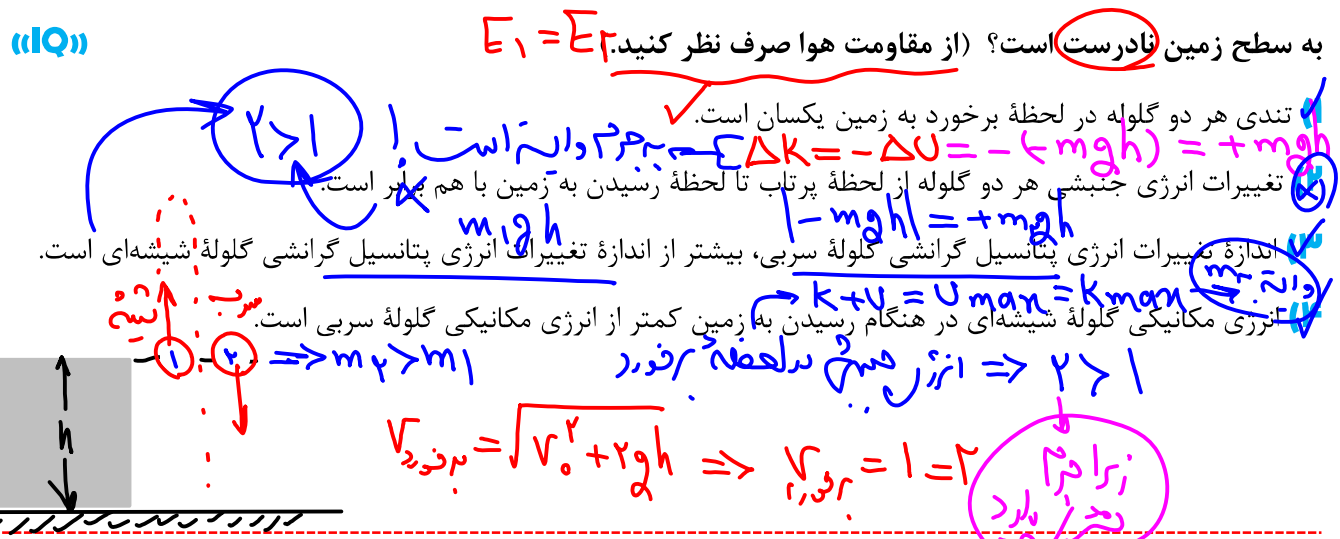
(طلا)  $\rho < \rho_{\text{آهن}} < \rho_{\text{چوب}}$  و از مقاومت هوا و اصطکاک سطح شیبدار صرف نظر کنید)



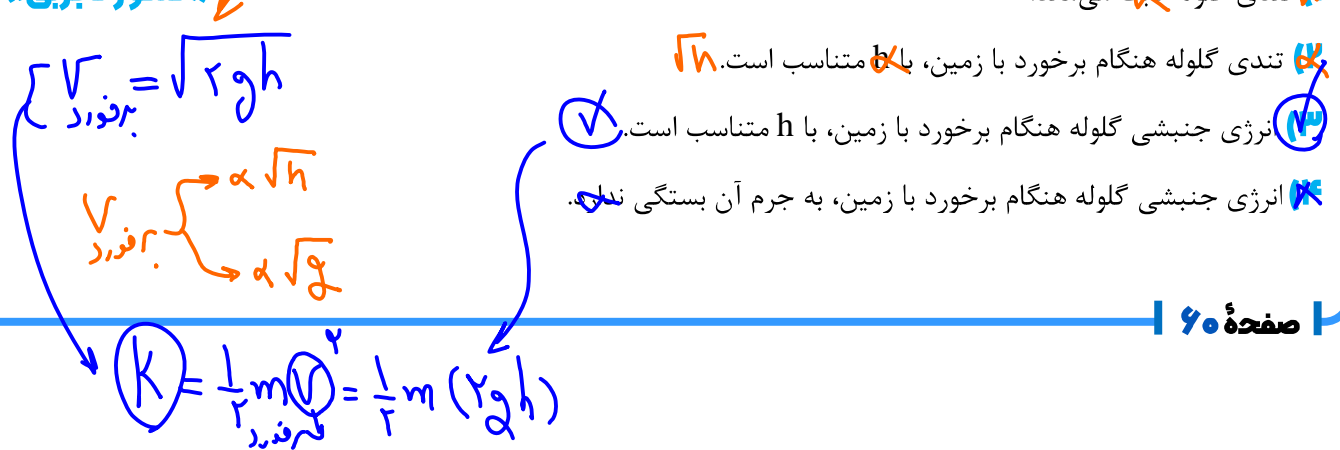
**سوال:** در سوال قبل اگر مقاومت هوا و اصطکاک سطح موثر باشد، تندی گلوله‌ها را به هنگام رسیدن به زمین مقایسه کنید.



**سوال:** از بالای ساختمان بلندی، دو گلوله هم حجم شیشه‌ای و سربی با تندی اولیه برابر در راستای قائم به ترتیب به سمت بالا و پایین پرتاب شده‌اند. کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد این دو گلوله از لحظه پرتاب تا لحظه رسیدن به سطح زمین نادرست است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر کنید.  $E_1 = E_2$ )

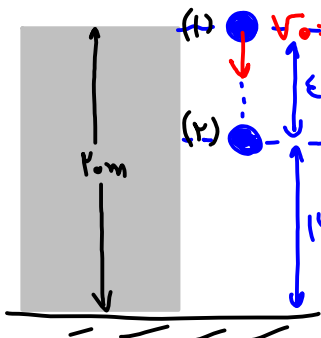


**سوال:** گلوله‌ای به جرم  $m$  از ارتفاع  $h$  بدون سرعت اولیه رها می‌شود. اگر مقاومت هوا ناچیز باشد:  $E_1 = E_2$



**سوال:** گلوله‌ای از ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین، با تندی اولیه  $4 \text{ m/s}$  در راستای قائم رو به پایین پرتاب می‌شود. انرژی جنبشی این گلوله بعد از ۴ متر پایین آمدن، چند برابر می‌شود؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ) و از مقاومت هوا صرف نظر شود.

«کنکور تجربی»



۱۱ (۳)  $E_1 = E_2$

۱۲ (۲)  $v_{\text{افت}} = \sqrt{v_0^2 + 2gh} = \sqrt{4 + 2 \times 10 \times 4} = \sqrt{84} = 4\sqrt{6} \text{ m/s}$

۱۳ (۱)  $\frac{K_2}{K_1} = \frac{\frac{1}{2}mv_2^2}{\frac{1}{2}mv_1^2} = \left(\frac{4\sqrt{6}}{2}\right)^2 = 4$

**سوال:** گلوله‌ای در شرایط خلأ، از سطح زمین با سرعت اولیه  $30 \text{ m/s}$  در راستای قائم، به طرف بالا پرتاب می‌شود. در چند متری سطح زمین، انرژی جنبشی گلوله نصف پتانسیل گرانشی آن است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

«کنکور تجربی»

۱۴ (۳)  $E = U_{\text{max}} = K_{\text{max}}$

۱۵ (۱)  $E = K_{\text{max}}$

۱۶ (۲)  $K = \frac{1}{2}U \Rightarrow E = \frac{1}{2}U + U = \frac{3}{2}U$

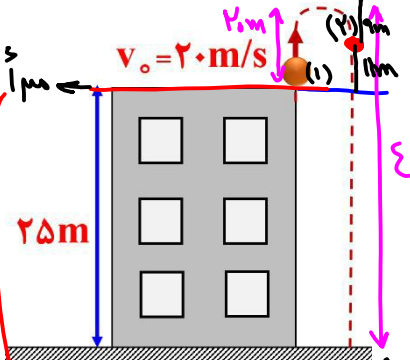
۱۷ (۳)  $\frac{3}{2}U = U_{\text{max}} = K_{\text{max}}$

۱۸ (۲)  $\frac{3}{2} \times mgh = \frac{1}{2}mv^2$

۱۹ (۱)  $\Rightarrow h = \frac{v^2}{3g} = \frac{30^2}{3 \times 10} = 30 \text{ m}$

**سوال:** مطابق شکل، گلوله‌ای به جرم ۲ کیلوگرم با سرعت اولیه  $20 \text{ m/s}$  از بالای ساختمانی به سمت بالا پرتاب می‌شود. در لحظه‌ای که فاصله گلوله از سطح زمین، ۴ برابر فاصله گلوله از بالاترین نقطه مسیر آن است، انرژی

جنبشی گلوله چند ژول است؟ ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ) و از مقاومت هوا صرف نظر شود.



۲۰ (۱)  $H_{\text{اوج}} = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{20^2}{2 \times 10} = 20 \text{ m}$

۲۱ (۲)  $d + 4d = 45 \Rightarrow d = 9 \text{ m}$

۲۲ (۳)  $K = 0$

۲۳ (۱)  $E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$

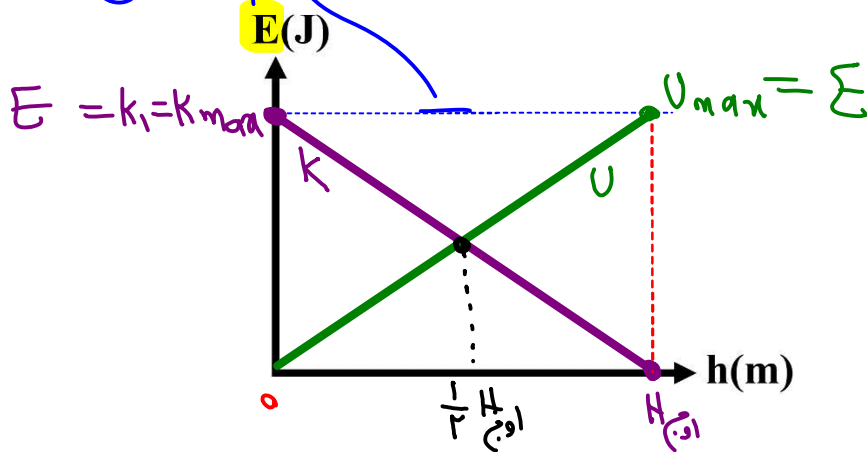
۲۴ (۲)  $\Rightarrow \frac{1}{2}mv_0^2 = K_2 + mgh \Rightarrow 110 = K_2 + 220$

۲۵ (۱)  $\Rightarrow K_2 = 110 - 220 = -110 \text{ J}$

نمودارشناسی در بحث انرژی مکانیکی

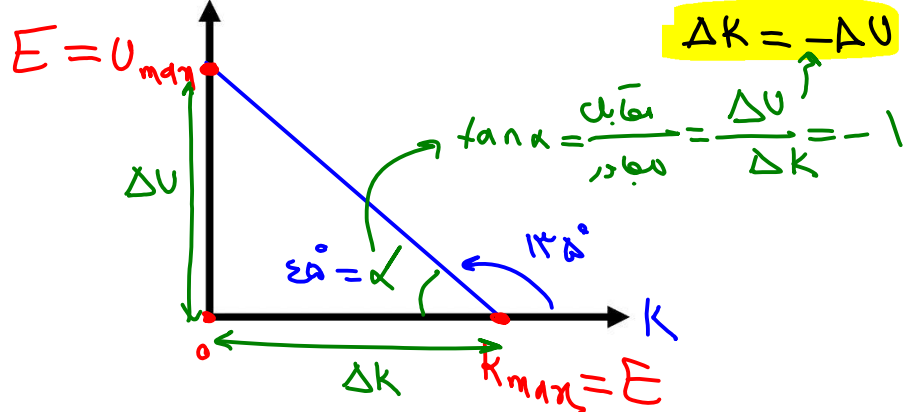
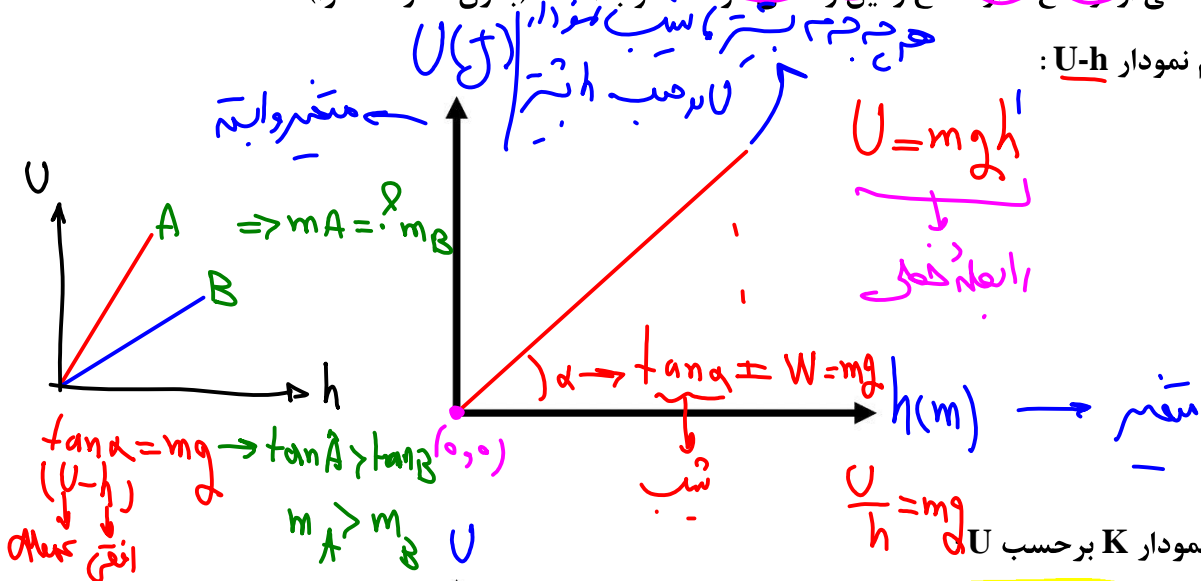
@tajrob10jashani

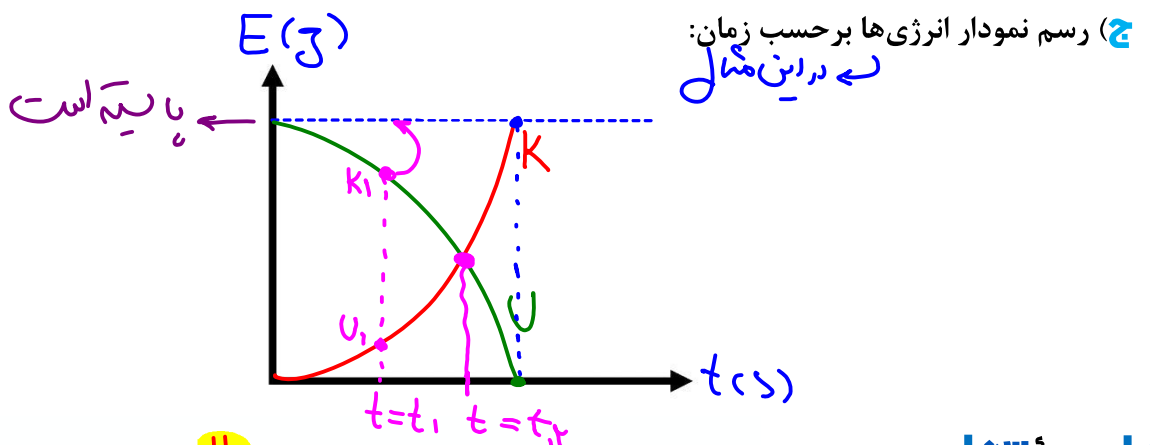
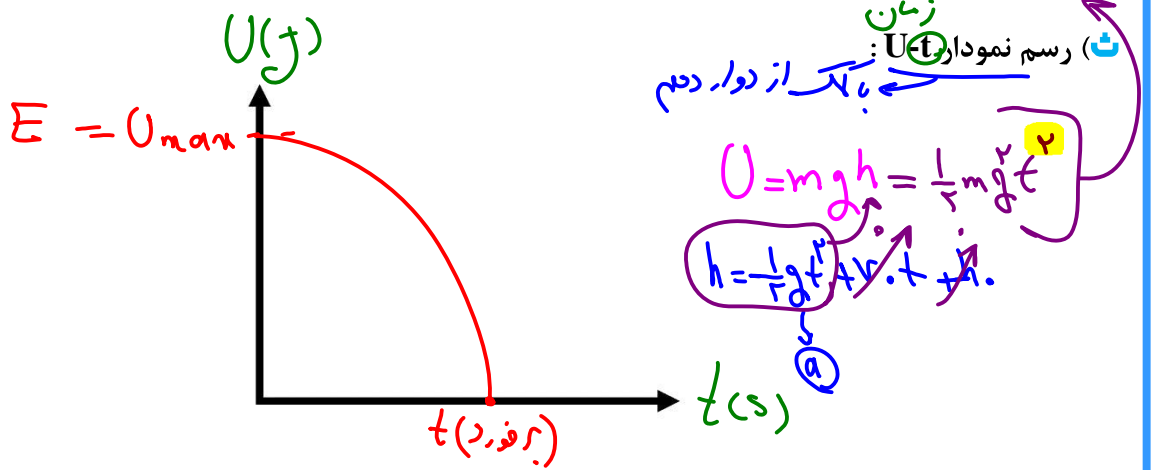
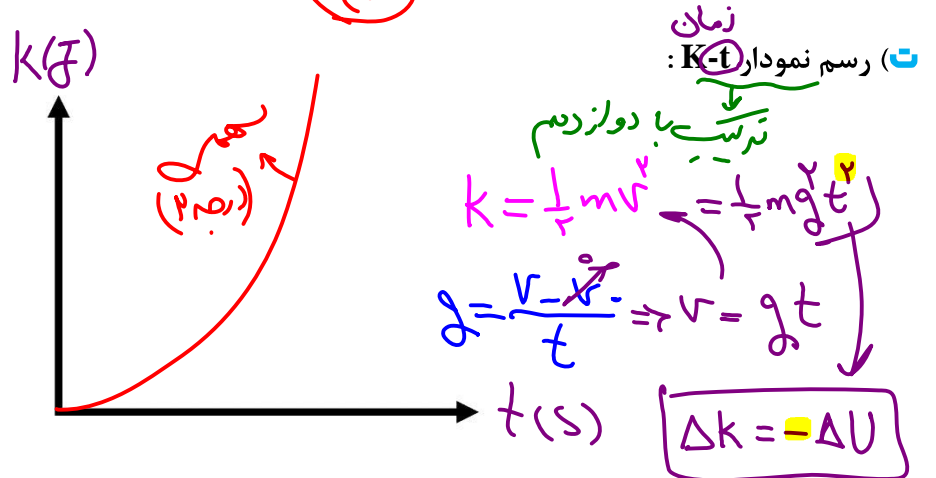
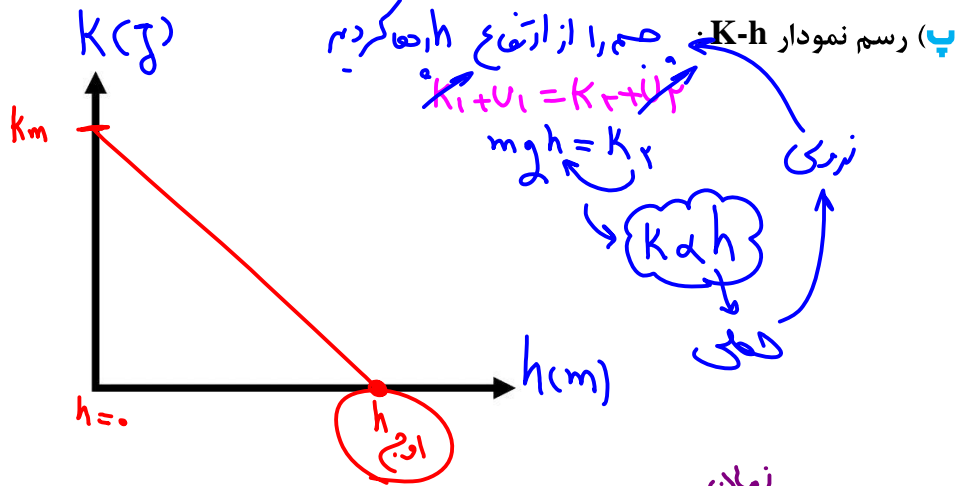
**سوال:** جسم با تندی اولیه به سمت بالا پرتاب می‌شود تا به ارتفاع اوج برسد. نمودارهای انرژی پرحسب ارتفاع را روی یک نمودار برای این جسم رسم کنید. (از مقاومت هوا صرف نظر کنید).  
 (رهنه نگاه  $E_1 = E_2 = E_3$ )  
 انرژی مکانیکی همیشه



**سوال:** جسمی از ارتفاع  $h$  از سطح زمین رها می‌شود. مطلوب است: (بدون مقاومت هوا)

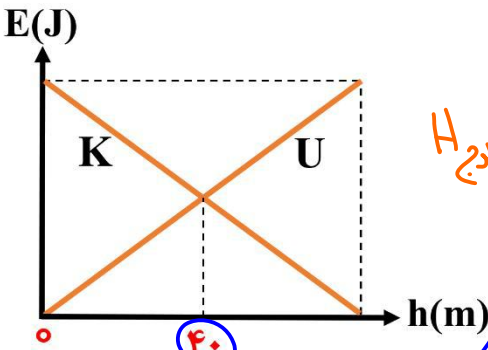
الف) رسم نمودار  $U-h$





لحظه رسیدن به اوج است!

**سوال:** گلوله‌ای به جرم ۴ kg در شرایط خلأ با سرعت اولیه  $v_0$  در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود. نمودار انرژی جنبشی و پتانسیل گلوله بر حسب ارتفاع از سطح زمین مطابق شکل مقابل است. مطلوب است:



(الف)  $v_0$  چند متر بر ثانیه است؟

$$H_{\text{ادج}} = \frac{v_0^2}{2g} \Rightarrow 10 = \frac{v_0^2}{2 \times 10} \Rightarrow v_0^2 = 1400 \Rightarrow v_0 = 37.4 \text{ m/s}$$

(ب) انرژی پتانسیل گلوله در ارتفاع اوج چند برابر انرژی جنبشی اولیه گلوله است؟

$$U_{\text{max}} = E = K_{\text{max}} \Rightarrow \frac{U_{\text{max}}}{K_{\text{max}}} = 1$$

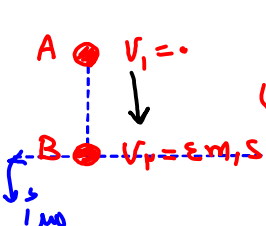
(پ) مقدار عددی انرژی مکانیکی چند است؟ آن را بر روی نمودار نشان دهید.

$$E = K_{\text{max}} = U_{\text{max}} = mgh = 4 \times 10 \times 10 = 400 \text{ J}$$

$$K_{\text{max}} = \frac{1}{2}mv_0^2 = \frac{1}{2} \times 4 \times 37.4^2 = 2800 \text{ J}$$

**سوال:** جسمی به جرم ۵۰۰ g از نقطه A رها می‌شود و با تندی ۴ m/s از نقطه B عبور می‌کند. انرژی پتانسیل گرانشی جسم در نقطه B ..... ژول ..... از انرژی پتانسیل گرانشی جسم در نقطه A است. (از اتلاف انرژی صرف نظر کنید).

(خیلی سبز)



$$\Delta K = -\Delta U \Rightarrow \Delta U = -\Delta K = -(K_2 - K_1) = -\frac{1}{2}mv_2^2$$

$$\Rightarrow \Delta U = -\frac{1}{2} \times (0.5) \times 4^2 = -5 \text{ J}$$

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow U_A = K_B = \frac{1}{2}mv_2^2 = 5 \text{ J}$$

$$\Rightarrow \Delta U = U_B - U_A = 0 - 5 = -5 \text{ J}$$

**سوال:** در شرایط خلأ در راستای قائم، از سطح زمین، گلوله با سرعت  $v_0$  به طرف بالا پرتاب می‌کنیم. در لحظه‌ای که سرعت گلوله به  $\frac{v_0}{5}$  می‌رسد، انرژی پتانسیل گلوله چه کسری از انرژی مکانیکی آن است؟

(خیلی سبز)

$$v_r = \frac{1}{5}v_0 \Rightarrow K_r = \frac{1}{25}K_{\text{max}} = \frac{1}{25}E \Rightarrow E_r = K_r + U_r$$

$$U_r = E - K_r = E - \frac{E}{25} = \frac{24}{25}E$$

**سوال:** جسمی را از ارتفاع  $h$  از سطح زمین رها می کنیم. اگر تندی جسم در ارتفاع  $\frac{3}{4}h$  از سطح زمین  $18 \text{ m/s}$  باشد،

تندی آن در ارتفاع  $\frac{1}{9}h$  از سطح زمین چند متر بر ثانیه است؟ (از مقاومت هوا چشم پوشی کنید). **«خیلی سبز»**

$(1) v_1 = 0$   
 $(2) v_2 = 18 \text{ m/s}$   
 $(3) v_3 = ?$

$E_1 = E_2$   
 $K_1 + U_1 = K_2 + U_2$   
 $0 + mgh = \frac{1}{2}mv_2^2 + mg(\frac{3}{4}h)$   
 $\Rightarrow gh = \frac{1}{2}v_2^2 + \frac{3}{4}gh$   
 $\Rightarrow \frac{1}{4}gh = \frac{1}{2}v_2^2$   
 $\Rightarrow gh = 2 \times \frac{1}{2} \times 18^2$

$E_1 = E_3$   
 $K_1 + U_1 = K_3 + U_3$   
 $0 + mgh = \frac{1}{2}mv_3^2 + mg(\frac{1}{9}h)$   
 $\Rightarrow gh = \frac{1}{2}v_3^2 + \frac{1}{9}gh$   
 $\Rightarrow \frac{8}{9}gh = \frac{1}{2}v_3^2$   
 $\Rightarrow v_3 = \sqrt{2 \times \frac{8}{9} \times 2 \times 18^2} = 2 \times \frac{1}{3} \times 18 = 12 \text{ m/s}$

**سوال:** گلوله ای بدون سرعت اولیه از ارتفاع  $h$  رها می شود و پس از طی  $\Delta h$ ، انرژی جنبشی آن با انرژی پتانسیل

گرنشی آن برابر می شود  $\frac{\Delta h}{h}$  چقدر است؟ (مبدأ پتانسیل سطح زمین است و مقاومت هوا ناچیز فرض شود).

$(1) v_1 = 0$   
 $(2) v_2 = ?$

$E = U_{max} = mgh$   
 $K_2 = \frac{1}{2}U_2 \Rightarrow E_2 = E = K_2 + U_2 = \frac{1}{2}U_2 + U_2 = \frac{3}{2}U_2 = E = U_{max}$   
 $\Rightarrow \frac{3}{2}U_2 = U_{max} \Rightarrow \frac{3}{2} \times mg(h - \Delta h) = mgh$   
 $\Rightarrow \frac{3}{2}h - \frac{3}{2}\Delta h = h \Rightarrow h = 2\Delta h \Rightarrow \frac{\Delta h}{h} = \frac{1}{2}$

**سوال:** مطابق شکل، گلوله ای در شرایط خلا از بالای ساختمانی به ارتفاع  $h$  با تندی اولیه  $v$  و انرژی جنبشی  $180$

ژول به سمت بالا پرتاب شده و هنگام عبور از نقطه A در ارتفاع  $\frac{6}{5}h$ ، تندی آن برابر با  $v$  می شود. انرژی جنبشی

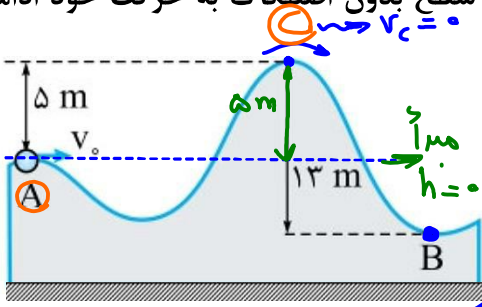
این گلوله هنگام برخورد به سطح زمین چند ژول است؟ **«Q جامع»**

$(1) v$   
 $(2) v$   
 $(3) v_f$

$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$   
 $\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 + mgh = \frac{1}{2}m(\frac{2v}{3})^2 + mg(\frac{6}{5}h)$   
 $\Rightarrow \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{9}mv^2 = \frac{6}{5}mgh - mgh$   
 $\Rightarrow \frac{4}{9}mv^2 = \frac{1}{5}mgh$   
 $\Rightarrow \frac{4}{9} \times 180 = \frac{1}{5}mgh \Rightarrow mgh = 500 \text{ J}$

$E = K_{max}$   
 $K_{max} = E = K_1 + U_1 = 180 + 500 = 680 \text{ J}$

**سوال:** جسمی مطابق شکل با تندی  $v_0$  از نقطه A عبور کرده و روی سطح بدون اصطکاک به حرکت خود ادامه می‌دهد. برای اینکه جسم به نقطه B برسد،  $v_0$  باید ..... برابر با



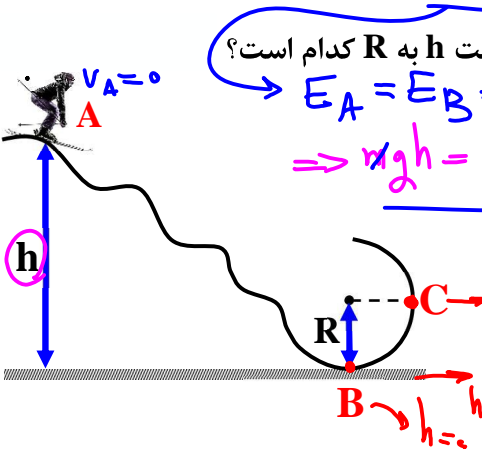
..... متر بر ثانیه باشد. ( $g = 10 \text{ N/kg}$  و مقاومت هوا ناچیز است.)

- «خیلی سبز»  
 حد اقل - ۱۰  
 حد اکثر - ۱۰  
 حد اقل -  $4\sqrt{10}$   
 حد اکثر -  $4\sqrt{10}$

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C \Rightarrow \frac{1}{2} m v_0^2 = m g h_C \Rightarrow \frac{1}{2} v_0^2 = 10 \times 5$$

$$\Rightarrow v_0^2 = 100 \Rightarrow v_0 = 10 \text{ m/s}$$

**سوال:** مطابق شکل زیر، اسکی‌بازی از نقطه A روی سطح بدون اصطکاک، بدون سرعت اولیه شروع به حرکت می‌کند. اگر تندی او در نقطه B، ۲ برابر تندی اش در نقطه C باشد، نسبت h به R کدام است؟

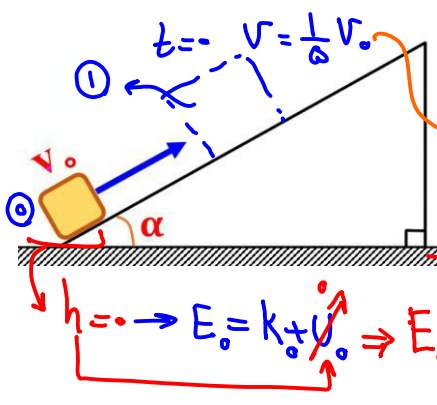


$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_B^2 \Rightarrow gh = \frac{1}{2} v_B^2$$

$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C \Rightarrow mgh = \frac{1}{2} m v_C^2 + mgR$$

$$\Rightarrow g(h-R) = \frac{1}{2} v_C^2 \Rightarrow \frac{h}{h-R} = \left(\frac{v_B}{v_C}\right)^2 \Rightarrow h = \frac{4}{3}(h-R) = \frac{4}{3}h - \frac{4}{3}R$$

**سوال:** مطابق شکل، جعبه‌ای از پایین سطح شیب‌داری به سمت بالا پرتاب می‌شود و در لحظه  $t_0$ ، تندی جعبه به  $\frac{1}{5}$  مقدار اولیه اش می‌رسد. نسبت انرژی جنبشی به انرژی پتانسیل گرانشی جعبه در لحظه  $t_0$  و نسبت تغییرات انرژی جنبشی به تغییرات انرژی پتانسیل گرانشی جعبه از لحظه شروع حرکت تا لحظه  $t_0$ ، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ (از اصطکاک صرف نظر کنید و سطح مبدأ پتانسیل گرانشی را سطح زمین در نظر بگیرید.) «IQ گاج»



$$\Delta E = 0 \Rightarrow \Delta U = -\Delta K \Rightarrow \frac{\Delta K}{\Delta U} = -1$$

$$K_1 = \frac{1}{25} K_0 = \frac{1}{25} E$$

$$U_1 = E - \frac{1}{25} E = \frac{24}{25} E$$

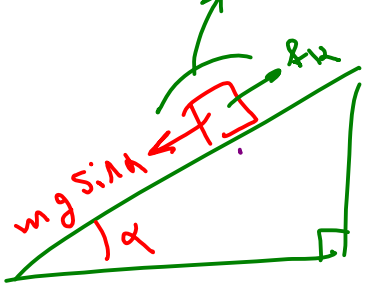
$$\frac{K_1}{U_1} = \frac{\frac{1}{25} E}{\frac{24}{25} E} = \frac{1}{24}$$

**سوال:** جسمی روی یک سطح شیبدار، آزادانه می لغزد و با تندی ثابت پایین می آید. برای این جسم کدام موارد

(ریاضی ۱۴۰۱)

$W_R = W_{fk} + W_{FN} \neq 0$

قطعا اصطکاک داریم  
 $f_k = -mg \sin \alpha$   
 خنثی  
 سلب برابر با نیروی اصطکاک



$\Delta K = 0$   
 $\Delta U < 0$   
 پلس مساوی تدریج ثابت

$\Delta E = \Delta K + \Delta U < 0$

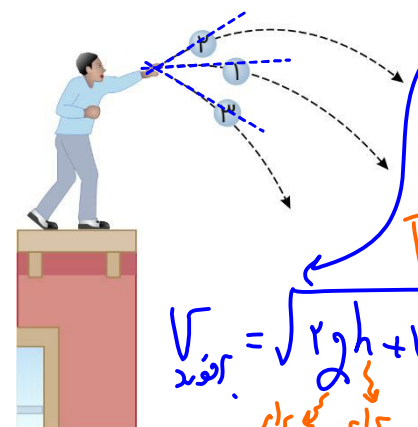
(۴) پ و ت

(۳) الف و ب

(۲) ت

(۱) ب

**سوال:** در شکل زیر، سه توپ مشابه با تندی یکسان از بالای ساختمان پرتاب می شوند. توپ (۱) در راستای افقی و



دو توپ دیگر با زاویه‌های بالاتر و پایین‌تر از سطح افق پرتاب می شوند. برای این توپ‌ها، از لحظه پرتاب تا رسیدن به زمین، کدام موارد درست است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود.)

$E_1 = E_2$  (ریاضی خارج ۱۴۰۲)

(الف) تندی توپ‌های (۱) و (۳) پیوسته افزایش می یابند.

$v = \sqrt{2gh + v_0^2}$   
 فقط برابر توپ (۱)  
 هر سه توپ با تندی یکسان به زمین برخورد می کنند.

(ب) تندی توپ‌های (۱) و (۲) ابتدا کاهش و سپس افزایش می یابند.

(پ) هر سه توپ با تندی یکسان به زمین برخورد می کنند.

(ت) زمان حرکت هر سه توپ با هم برابر است.

$v = 1 = 2 = 3$   
 برخورد

(۴) ب و پ

(۳) ب و ت

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

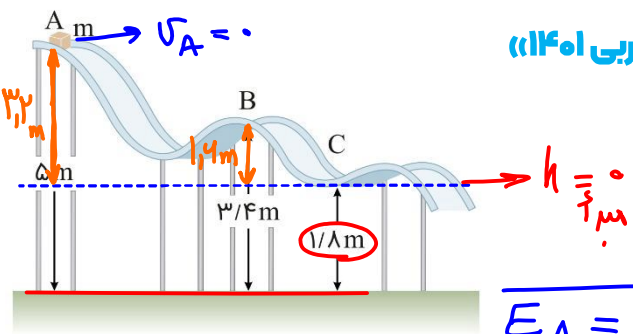
$2 < 1 < 3 = \text{زمان حرکت تا رسیدن به زمین (طول مسیر)}$

**سوال:** در سوال قبل، اگر از مقاومت هوا صرف نظر نشود، تندی توپ‌ها هنگام برخورد با زمین را مقایسه کنید.

مسافت بیشتر باشد، انرژی جنبشی بیشتری است و انرژی تلف می شود  
 و تندی کمتر افزایش می یابد

۳ > ۱ > ۲ : مسافت حرکت  
 ۲ < ۱ < ۳ : تندی برخورد

**سوال:** جسمی به جرم  $m$  روی سطح بدون اصطکاکی مطابق شکل زیر، از نقطه  $A$  رها می شود. تندی جسم در نقطه  $C$ ، چند برابر تندی آن در نقطه  $B$  است؟



چند برابر تندی آن در نقطه  $B$  است؟ (تجربی ۱۴۰۵)

$$E_A = E_B \Rightarrow K_A + U_A = K_B + U_B$$

$$\Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B$$

$$\Rightarrow 3.2g = \frac{1}{2}v_B^2 + 1.2g \Rightarrow v_B^2 = 4g$$

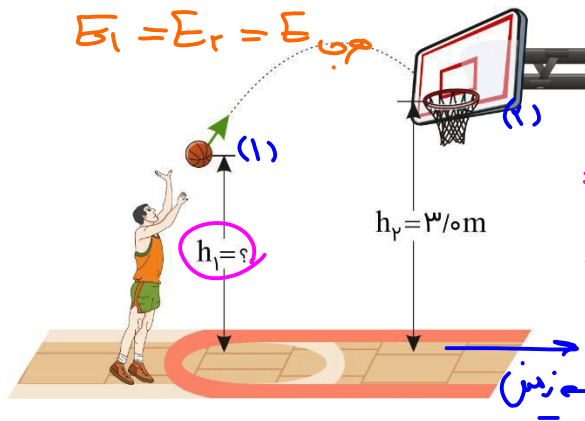
$$E_A = E_C \Rightarrow K_A + U_A = K_C + U_C$$

$$\Rightarrow mgh_A = \frac{1}{2}mv_C^2 \Rightarrow 3.2g = \frac{1}{2}v_C^2$$

- ۱)  $\frac{\sqrt{17}}{3}$
- ۲)  $\sqrt{2}$
- ۳)  $\frac{17}{9}$

$$v_C^2 = 2 \times v_B^2 \Rightarrow v_C = \sqrt{2} v_B$$

**سوال:** در شکل زیر، ورزشکار توپ را با تندی (سرعت) اولیه  $6 \text{ m/s}$  پرتاب می کند و اندازه سرعت توپ در لحظه ورود به سبد  $5 \text{ m/s}$  است. فاصله نقطه پرتاب توپ تا سطح زمین ( $h$ ) چند متر است؟ (مقاومت هوا ناچیز است و  $g = 10 \text{ N/kg}$ )



(ریاضی ۹۹)

$$E_1 = E_2 \Rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$$

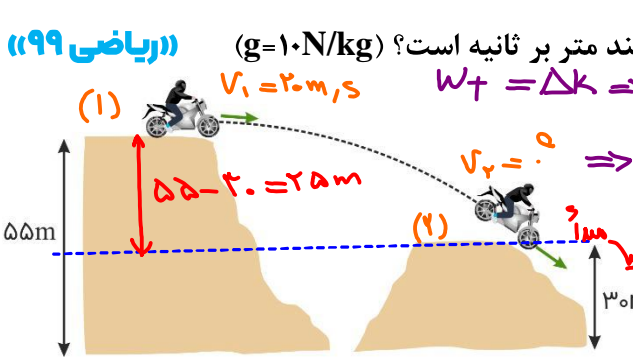
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 6^2 + mgh_1 = \frac{1}{2} \times 5^2 + mgh_2$$

$$\Rightarrow 18 + 10h_1 = 12.5 + 30$$

$$\Rightarrow 10h_1 = 24.5 \Rightarrow h_1 = 2.45$$

- ۱)  $\frac{2}{45}$
- ۲)  $\frac{2}{46}$
- ۳)  $\frac{2}{55}$
- ۴)  $\frac{2}{64}$

**سوال:** در شکل زیر، موتورسوار با سرعتی به بزرگی  $20 \text{ m/s}$  از تپه اول جدا می شود. اگر تنها نیروی مؤثر، نیروی وزن باشد، بزرگی سرعت آن در لحظه رسیدن به تپه دوم، چند متر بر ثانیه است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )



(ریاضی ۹۹)

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_{mg} = K_2 - K_1$$

$$\Rightarrow +m \cdot g \cdot (55 - 30) = \frac{1}{2}m(v_2^2 - 20^2)$$

$$25 \cdot 10 = \frac{1}{2}(v_2^2 - 400)$$

$$250 \cdot 2 = v_2^2 - 400 \Rightarrow v_2^2 = 900 \Rightarrow v_2 = 30 \text{ m/s}$$

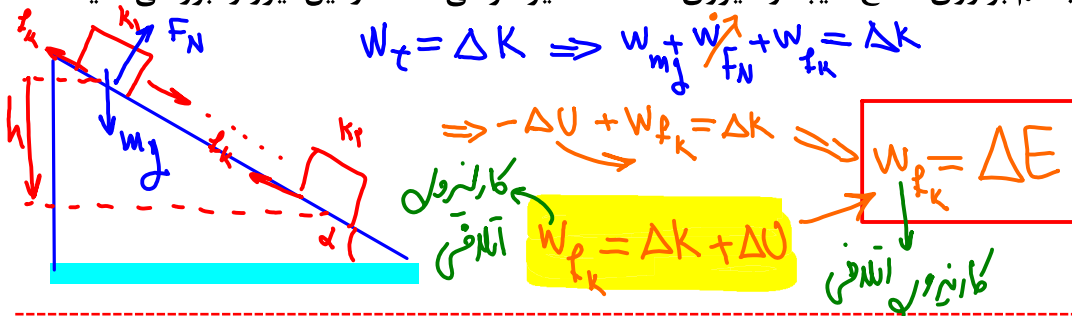
- ۱) ۲۵
- ۲) ۲۸
- ۳) ۳۰
- ۴) ۴۰

## کار و انرژی درونی

$$\Delta E \neq 0$$

نیروهایی مانند اصطکاک و مقاومت هوا برخلاف نیروهایی مانند وزن می‌توانند انرژی مکانیکی را تغییر دهند. (به این نیروها که وابسته به مسیر حرکت هستند، نیروهای ناپایستار می‌گویند.)

**سوال:** در لغزیدن یک جسم بر روی سطح شیبدار، نیروی اصطکاک نیز اثر می‌کند. کار این نیرو را بررسی کنید.



**نکته:** از این سوال متوجه می‌شویم کار نیروهای اتلافی (اصطکاک و مقاومت هوا) که همواره در خلاف و مانع حرکت هستند، دقیقاً برابر با میزان کاهش انرژی مکانیکی است.

**نکته:** طبق اصل پایستگی انرژی، در یک سامانهٔ منزوی مقدار کل انرژی‌ها همواره ثابت است. سوال اینجاست که اگر انرژی پایسته است پس در مثال قبل انرژی مکانیکی کاهش یافته، به چه انرژی‌ای تبدیل می‌شود؟ پاسخ انرژی درونی است.

**انرژی درونی:** به مجموع (نه میانگین) انرژی ذرات تشکیل دهندهٔ هر جسم، انرژی درونی آن جسم می‌گویند. پس میزان آن به دو عامل وابسته است:

- ۱) میزان انرژی هر ذرهٔ جسم ← با  $\uparrow$  دما  $\uparrow$  می‌یابد!
- ۲) تعداد ذرات جسم ← هر چه جسم بزرگتر باشد، انرژی درونی بیشتر دارد.

**نکته:** معمولاً با گرم شدن یک جسم، انرژی درونی آن افزایش می‌یابد. پس در این مثال، انرژی مکانیکی هدر رفته به صورت گرما در سطح و جسم ذخیره شده و انرژی درونی آن‌ها را افزایش می‌یابد.

**نکته:** چون نمی‌توان از انرژی درونی استفاده کرد، به نیروهایی که انرژی مکانیکی را به انرژی درونی تبدیل می‌کنند نیروهای اتلافی می‌گویند.

**نکته:** به سامانه‌ای که نه از محیط اطراف انرژی بگیرد و نه به آن انرژی دهد، سامانهٔ منزوی می‌گویند. در این سامانه‌ها مجموع کل انرژی‌ها همیشه پایسته است.

نه لزوماً "انرژی در آن"  $\Delta E = 0$  باشد ← نه مجموع کل انرژی‌ها هم پایسته است!

یعنی  $\Delta E$  می‌تواند هم‌رساند اما انرژی کل پایسته بماند.

سوال: وقتی یک خودرو ترمز می کند تا متوقف شود، انرژی جنبشی آن کجا می رود؟

$$K_1 \quad K_2 = 0$$

$\Delta K < 0$  به سمت انرژی درونی، لاگتیب و سطح جاده دمنوی می شود.

پرسی ۳-۴



شخصی توپ در حال حرکتی را با دست خود می گیرد (شکل روبه رو). پس از توقف توپ، انرژی جنبشی آن کجا رفته است؟

به انرژی درونی در دست فرد تبدیل می شود

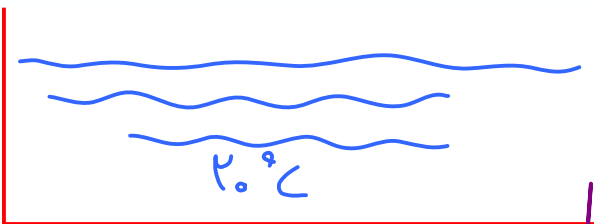
سوال: ..... آب داغ درون یک لیوان بیشتر از یک دریاچه با دمای معمولی (۲۰ درجه سانتی گراد) است.

۱) انرژی درونی

۲) میانگین انرژی درونی

۳) مجموع انرژی جنبشی مولکول های سازنده

۴) میانگین انرژی جنبشی مولکول های سازنده



به دلیل جنبش و دمای زیاد / انرژی درونی که مقدار ذره

سوال: درستی یا نادرستی هر یک از عبارات زیر را بررسی کنید:

الف) انرژی درونی یک جسم، مجموع انرژی های ذره های تشکیل دهنده آن است.  $\Delta E < 0$  به مجموع انرژی درونی ذرات

ب) اگر انرژی هر یک از ذرات تشکیل دهنده دو جسم برابر باشد، انرژی درونی این دو جسم الزاماً برابر است.

ج) در یک سامانه منزوی، انرژی مکانیکی کل پایسته می ماند.

د) معمولاً با گرم تر شدن یک جسم، انرژی درونی آن بالا می رود.  $\Delta E < 0$  به دلیل افزایش میانگین انرژی جنبشی ذرات است

ه) جسمی که در هوا سقوط می کند، انرژی مکانیکی آن مرتباً کاهش می یابد.  $\Delta E < 0$  به دلیل تبدیل انرژی

و) در جسمی که در هوا سقوط می کند، کاهش انرژی پتانسیل گرانشی برابر گرمایی است که تولید می کند.

به قسمتی به افزایش انرژی جنبشی جسم و قسمتی به انرژی درونی (تلف شد)

$$|AU| = |W_f| + \Delta K$$

تبدیل می شود

**سوال:** در شکل روبرو، به جز نیروهای وزن و عمودی سطح، نیروهای اتلافی هم به جسم وارد می شود به طوری که مجموع کار نیروهای اتلافی در جابه جایی از نقطه (۱) تا (۲) برابر  $W_f$  است. اگر  $\Delta U$  و  $\Delta K$  به ترتیب تغییر انرژی پتانسیل و تغییر انرژی جنبشی جسم در جابه جایی بین دو نقطه (۱) و (۲) باشند، کدام گزینه الزاماً درست است؟



«برگرفته از کتاب درسی»

$\Delta U + \Delta K \approx W_f$  (۱)

$\Delta U + \Delta K = W_f$  (۲)

$|\Delta U| < |\Delta K|$  (۳)

$|\Delta U| < \Delta K$  (۴)

$W_f = \Delta U + \Delta K < 0 \Rightarrow |\Delta U| > \Delta K$

**سوال:** جسمی به جرم  $200\text{ g}$  از ارتفاع  $80\text{ m}$ ، بدون تندی اولیه، در هوا سقوط می کند و با تندی  $35\text{ m/s}$  به زمین می رسد. کار نیروی مقاومت هوا، ضمن سقوط جسم چند ژول است؟ ( $g = 10\text{ N/kg}$ )

$W_f = \Delta U + \Delta K = (U_2 - U_1) + (K_2 - K_1) = (0 - \frac{1}{2} \times 0.2 \times 10^2) + (\frac{1}{2} \times 0.2 \times 35^2 - 0)$

$= -10 + 122.5 = -112.5\text{ J}$

$(30 + 5)(30 + 5)$   
 $900 + 250 + 250 = 1400$

**سوال:** جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  را روی سطح افقی با تندی اولیه  $v_0$  پرتاب می کنیم. در لحظه ای که انرژی درونی جسم  $5\text{ J}$  و انرژی درونی محیط  $40\text{ J}$  افزایش می یابد، تندی جسم  $5\text{ m/s}$  کمتر از تندی اولیه آن است. تندی اولیه جسم چند متر بر ثانیه بوده است؟

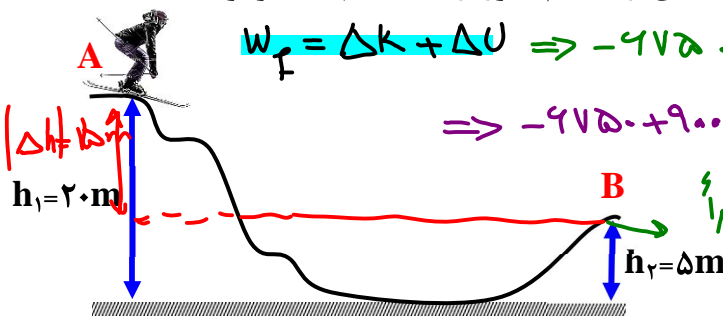
$W_f = -45\text{ J} \leftarrow |W_f| = 40 + 5 = 45$

$W_f = \Delta K + \Delta U = \frac{1}{2} \times 2 \times ((v_0 - 5)^2 - v_0^2) = -45$

$\frac{1}{2} \times 2 \times (v_0^2 + 25 - 10v_0 - v_0^2) = -45 \Rightarrow v_0 = \frac{v_0}{1} = 7\text{ m/s}$

$2v_0 - 5 = 9 \Rightarrow 2v_0 = 14 \Rightarrow v_0 = 7\text{ m/s}$

**سوال:** در شکل زیر جرم اسکی باز  $60\text{ kg}$  است. اگر تندی او در هنگام عبور از نقطه A،  $5\text{ m/s}$  باشد و از A تا B مقدار انرژی درونی هدر رود، تندی او هنگام عبور از نقطه B چند متر بر ثانیه است؟

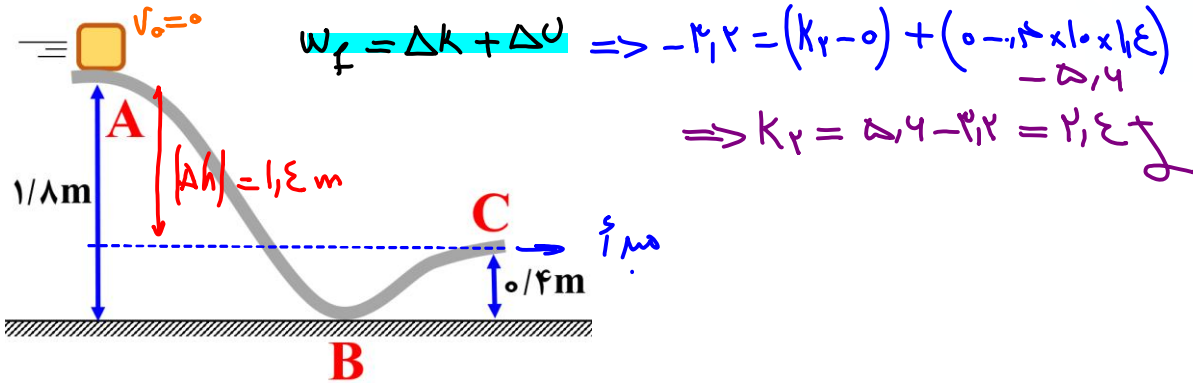


$W_f = \Delta K + \Delta U \Rightarrow -9750 = \frac{1}{2} \times 60 \times (v^2 - 5^2) + (0 - 60 \times 10 \times 15)$

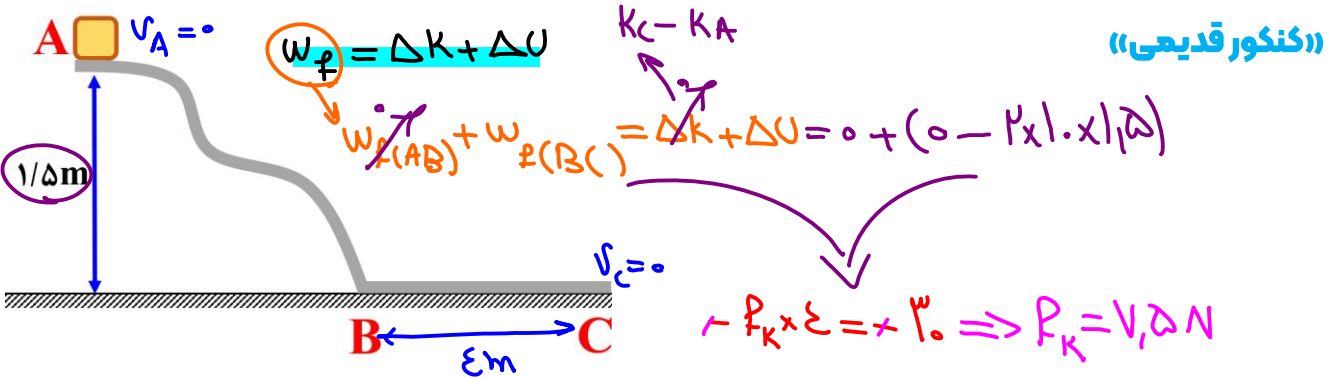
$\Rightarrow -9750 + 9000 = 30 \times (v^2 - 25)$

$2250 + 750 = 30v^2$   
 $\Rightarrow 3000 = 30v^2 \Rightarrow v^2 = 100 \Rightarrow v = 10\text{ m/s}$

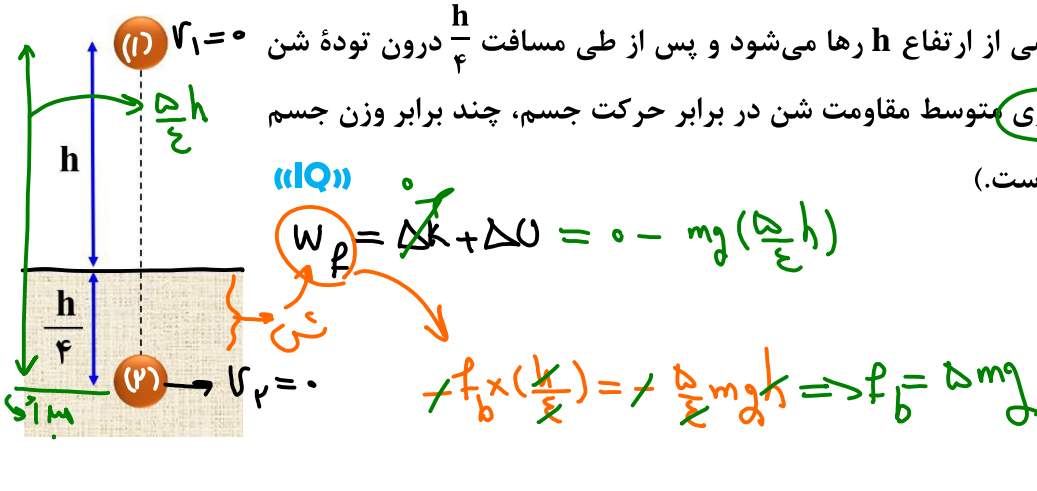
**سوال:** در شکل روبه‌رو، وزنه‌ای به جرم  $0.4\text{kg}$  از نقطه A بدون تندی اولیه به پایین می‌لغزد. اگر در مسیر ABC،  $3/2\text{ J}$  انرژی، به انرژی درونی تبدیل شود. انرژی جنبشی جسم در نقطه C چند ژول است؟ ( $g=10\text{N/kg}$ )



**سوال:** جسم  $m=2\text{kg}$  از نقطه A بدون سرعت اولیه به پایین لغزیده و پس از طی مسیر افقی  $BC=4\text{m}$  در نقطه C متوقف شده است. اصطکاک در مسیر AB ناچیز است. نیروی اصطکاک در طول BC چند نیوتون است؟ ( $g=10\text{N/kg}$ )



**سوال:** مطابق شکل، جسمی از ارتفاع  $h$  رها می‌شود و پس از طی مسافت  $\frac{h}{4}$  درون توده شن متوقف می‌شود. اندازه نیروی متوسط مقاومت شن در برابر حرکت جسم، چند برابر وزن جسم است؟ (مقاومت هوا ناچیز است.)



- (۱) ۰/۲
- (۲) ۰/۲۵
- (۳) ۴
- (۴) ۵

**سوال:** گلوله‌ای به جرم  $100\text{ g}$  با تندی اولیه  $30\text{ m/s}$  در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود و تا ارتفاع  $30\text{ m}$  بالا می‌رود. مقدار متوسط نیروی مقاومت هوا در مقابل حرکت گلوله چند نیوتون است؟ ( $g=10\text{ N/kg}$ )

$W_f = \Delta U + \Delta K \Rightarrow -f_D \times 30 = (0 - \frac{1}{2} \times \frac{1}{100} \times 30^2) + (\frac{1}{2} \times \frac{1}{100} \times 0^2 - 0)$   
 $\Rightarrow -30 f_D = -15 \Rightarrow f_D = 0.5\text{ N}$

**سوال:** جسمی به جرم  $0.1\text{ kg}$  با تندی  $v_0$  در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌شود و با تندی  $10\text{ m/s}$  به نقطه پرتاب اولیه برمی‌گردد. اگر کاهش انرژی مکانیکی جسم در اثر برخورد با مولکول‌های هوا  $2/2\text{ J}$  باشد،  $v_0$  چند متر بر ثانیه است؟

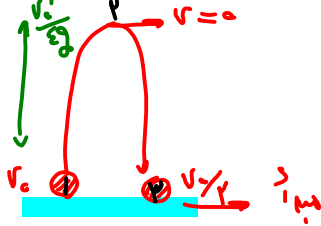
$W_f = \Delta K + \Delta U \Rightarrow -2.2 = \frac{1}{2} \times \frac{1}{0.1} \times (10^2 - v_0^2)$   
 $\Rightarrow -4.4 = 100 - v_0^2 \Rightarrow v_0^2 = 144 \Rightarrow v_0 = 12\text{ m/s}$

**سوال:** مطابق شکل، جسمی از نقطه A بدون تندی اولیه به پایین می‌لغزد و با تندی  $4\text{ m/s}$  از نقطه C می‌گذرد. اگر کار نیروی اصطکاک در مسیر AB، سه برابر مسیر BC باشد، تندی جسم در نقطه B چند برابر نقطه C است؟

$W_{f(AB)} = 3 W_{f(BC)}$   
 $W_f = \Delta K + \Delta U$   
 $A \rightarrow B \Rightarrow W_{f(AB)} = \frac{1}{2} m (v_B^2 - 0) + (0 - 2mg)$   
 $A \rightarrow C \Rightarrow W_{f(AB)} + W_{f(BC)} = \frac{1}{2} m (v_C^2 - 0) + (1mg - 2mg)$   
 $\Rightarrow 3(-\frac{m}{2}) = \frac{1}{2} m (v_C^2) - 2m$   
 $\Rightarrow -3 = \frac{v_C^2}{2} - 2 \Rightarrow v_C^2 = 2 \Rightarrow v_C = \sqrt{2}\text{ m/s}$

**سوال:** گلوله‌ای با تندی اولیه  $v_0$  در هوا در راستای قائم به سمت بالا پرتاب می‌کنیم. جسم تا ارتفاع  $\frac{v_0^2}{4g}$  از نقطه

پرتاب بالا رفته و با تندی  $\frac{v_0}{2}$  به محل پرتاب باز می‌گردد. در مقایسه کار مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت کدام اظهار نظر صحیح است؟



۱) اندازه کار مقاومت هوا در مسیرهای رفت و برگشت با هم برابر است.

۲) اندازه کار مقاومت هوا در مسیر رفت بیشتر از مسیر برگشت است.

۳) اندازه کار مقاومت هوا در مسیر رفت کم‌تر از مسیر برگشت است.   
 ۴) اظهار نظر قطعی ممکن نیست.

$$1 \rightarrow 2 \Rightarrow W_{F(m)} = (0 - \frac{1}{2}mv_0^2) + (mg \times \frac{v_0^2}{4g} - 0) = -\frac{1}{2}mv_0^2 + \frac{1}{4}mv_0^2 = -\frac{1}{4}mv_0^2$$

$$2 \rightarrow 3 \Rightarrow W_{F(m)} = (\frac{1}{2}m(\frac{v_0}{2})^2 - 0) + (0 - mg \times \frac{v_0^2}{4g}) = \frac{1}{8}mv_0^2 - \frac{1}{4}mv_0^2 = -\frac{1}{8}mv_0^2$$

**سوال:** در سوال قبل، اگر کار مقاومت هوا در مسیر رفت و برگشت یکسان بوده و حداکثر ارتفاع گلوله از سطح زمین

$\frac{v_0^2}{3g}$  باشد، تندی گلوله در هنگام بازگشت به محل پرتاب کدام است؟

«IQ جامع»

$$1 \rightarrow 2 \Rightarrow W = -\frac{1}{2}mv_0^2 + mg(\frac{v_0^2}{3g}) = -\frac{1}{6}mv_0^2$$

$$2 \rightarrow 3 \Rightarrow W = \frac{1}{2}mv_c^2 - mg(\frac{v_0^2}{3g})$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{6}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_c^2 - \frac{1}{3}mv_0^2 \Rightarrow \frac{1}{4}mv_0^2 = \frac{1}{2}mv_c^2 \Rightarrow v_c = \frac{1}{2}v_0$$

**سوال:** جسمی در نزدیکی سطح زمین در حال سقوط است. اگر در یک جابه‌جایی معین،  $\frac{|\Delta U|}{\Delta K} = 4$  باشد، نسبت کار

نیروی مقاومت هوا به کار نیروی وزن کدام است؟

«خیلی سبز»  $\Delta U = -4\Delta K$

$$W_{FD} = \Delta K + \Delta U = -\frac{\Delta U}{4} + \Delta U = \frac{3}{4}\Delta U$$

$$\Rightarrow -F_D \times h = \frac{3}{4} \times mg \times h \Rightarrow F_D = -\frac{3}{4}mg$$

$$\frac{W_{FD}}{W_{mg}} = \frac{\Delta K + \Delta U}{-\Delta U} = \frac{\Delta K - 4\Delta K}{-4\Delta K} = \frac{-3\Delta K}{-4\Delta K} = \frac{3}{4}$$

**سوال:** شخصی گلوله‌ای را با تندی  $10 \text{ m/s}$ ، از سطح زمین به سمت بالا پرتاب می‌کند. گلوله حداکثر تا ارتفاع  $4$  متری سطح زمین بالا می‌رود. چند درصد از انرژی مکانیکی اولیه گلوله، در مدت بالا رفتن تلف می‌شود؟ ( $g=10 \text{ N/kg}$ )

**«خیلی سبز»**

و سطح زمین، مبدأ انرژی پتانسیل گرانشی فرض شود.

$E_1 = K = \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} \times m \times 10^2 = 50m$   
 $W_{FD} = \Delta K + \Delta U = \left( \frac{1}{2} m (0 - 10^2) \right) + (m \times g \times 4 - 0) = -10m$   
 $W_{FD} = \frac{-10m}{50m} \times 100 = -20\%$   
 تلف شدن

**سوال:** در شکل زیر توپی با تندی  $8 \text{ m/s}$  از نقطه A می‌گذرد. نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک در سطح تماس توپ با زمین، ۱۹ درصد انرژی جنبشی اولیه توپ را تا رسیدن به نقطه B تلف می‌کنند. تندی توپ در این جابه‌جایی چند متر بر ثانیه کاهش می‌یابد؟

$K_B = K_A - \frac{19}{100} K_A = \frac{81}{100} K_A$   
 $\frac{K_B}{K_A} = \frac{m_B}{m_A} \times \left( \frac{v_B}{v_A} \right)^2 \Rightarrow \frac{81}{100} = \left( \frac{v_B}{8} \right)^2 \Rightarrow v_B = 0.9 \times 8 = 7.2 \text{ m/s}$   
 $v_B - v_A = -0.8 \text{ m/s}$

**سوال:** شخصی سنگی به جرم  $200 \text{ g}$  را از روی زمین برمی‌دارد و آن را از ارتفاع  $160$  سانتی‌متری سطح زمین با تندی  $15 \text{ m/s}$  پرتاب می‌کند. کار انجام‌شده توسط شخص بر روی این سنگ چند ژول است؟ ( $g=10 \text{ N/kg}$ )

$W_F = \Delta K \Rightarrow W_F + W_{mg} = \Delta K \Rightarrow W_F = \Delta K + \Delta U$   
 $\Rightarrow W_F = \frac{1}{2} \times \frac{2}{10} \times (15^2 - 0^2) + 2 \times 10 \times (1.6) = 22.5 + 32 = 54.5 \text{ J}$

**سوال:** گلوله‌ای از ارتفاع  $45$  متری سطح زمین در شرایط خلأ رها می‌شود و در هر برخورد با زمین  $\frac{1}{5}$  انرژی جنبشی خود را از دست می‌دهد. گلوله تا لحظه‌ای که برای دومین بار به زمین برخورد می‌کند، چه مسافتی را طی می‌کند؟ (مسیر حرکت بدون اصطکاک است)

$E_1 = E_2 = m \times g \times 45$   
 $E_2 = E_1 - \frac{1}{5} E_1 = \frac{4}{5} E_1 \Rightarrow E_2 = E_3 \Rightarrow \frac{4}{5} \times m \times g \times 45 = m \times g \times h$   
 $h = 36$   
 $\text{مسافت کل} = 45 + 36 + 36 = 117$

**سوال:** جسمی به جرم ۲kg که از ارتفاع h سقوط کرده، به طور میانگین در هر متر از جابه جایی اش ۵ درصد از انرژی مکانیکی اولیه خود را به علت مقاومت هوا از دست می دهد. اگر تندی جسم در لحظه برخورد به زمین ۱۰m/s باشد،

**«نردبام»**

h چند متر است؟ (g=۱۰N/kg)

$$W_{FD} = -\frac{5}{100} E_i$$

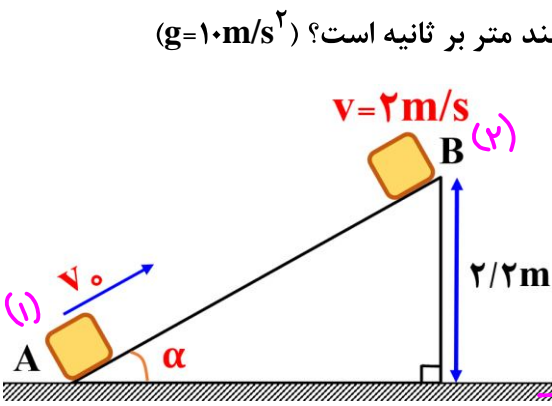
$$W_{FD} = h(-\frac{5}{100} E_i) = mgh$$

$$W_{FD} = \Delta E \Rightarrow -\frac{5}{100} h(mgh) = \frac{1}{2} \times 2 \times (10^2 - 0^2) + (-2 \times 10 \times h)$$

$$-h^2 = 100 - 20h \Rightarrow h^2 - 20h + 100 = 0$$

$$\Rightarrow (h-10)^2 = 0 \Rightarrow h = 10m$$

**سوال:** مطابق شکل زیر، جسم از نقطه A مماس با سطح پرتاب می شود و تا رسیدن به نقطه B، ۲۵ درصد انرژی جنبشی اولیه آن توسط اصطکاک تلف می شود. تندی اولیه جسم چند متر بر ثانیه است؟ (g=۱۰m/s<sup>2</sup>)



**«تجربی ۱۴۰۲»**

$$W_{fk} = \Delta E = -\frac{25}{100} K_1$$

$$E_f - E_i = -\frac{1}{2} K_1$$

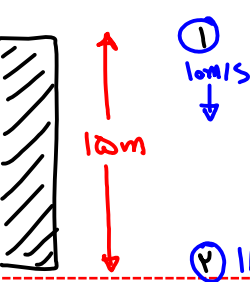
$$(K_f + U_f) - (K_i + U_i) = -\frac{1}{2} K_1$$

$$\rightarrow K_f + U_f = \frac{1}{2} K_1$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times v_f^2 + 2 \times 10 \times \frac{2}{2} = \frac{1}{2} \times 2 \times v_i^2$$

$$\rightarrow v_i^2 = 16 \rightarrow v_i = 4m/s$$

**سوال:** جسمی به جرم ۲۰۰ گرم از ارتفاع ۱۵ متری سطح زمین با تندی ۱۰ m/s پرتاب می شود و با تندی ۱۸ m/s به سطح زمین می رسد. کار نیروی مقاومت هوا چند ژول است؟ (g=۱۰m/s<sup>2</sup>)



**«تجربی ۱۴۰۲»**

$$W_{FD} = \Delta E = \Delta K + \Delta U = (K_f - K_i) + (U_f - U_i)$$

$$\rightarrow W_{FD} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) - mgh_i = \frac{1}{2} \times 0.2 \times (18^2 - 10^2) - 0.2 \times 10 \times 15$$

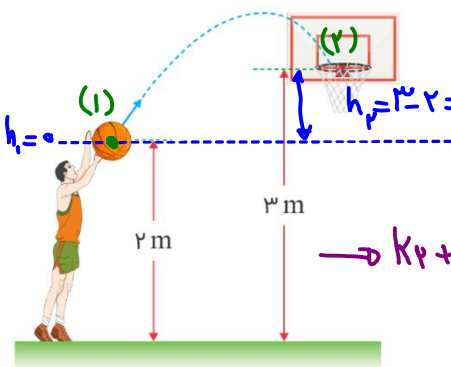
$$= -7.4J$$

**سوال:** گلوله ای با تندی اولیه ۸۰ m/s از سطح زمین پرتاب می شود و در ارتفاع ۲۳۶ متری از سطح زمین، با تندی ۲۰ m/s به صخره ای برخورد می کند. چند درصد انرژی جنبشی اولیه گلوله در اثر مقاومت هوا تلف شده است؟ (g=۱۰N/kg)

**«تجربی ۱۴۰۲»**

$$\text{مربوبه} = \frac{|\Delta E|}{K_i} \times 100 = \frac{|\frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) + mg \Delta h|}{\frac{1}{2} \times 20 \times (80^2 - 20^2) + 20 \times 10 \times 236} \times 100 = 2\%$$

**سوال:** در شکل زیر، توپ با تندی اولیه  $8 \text{ m/s}$  پرتاب می‌شود. اگر کار نیروی مقاومت هوا تا رسیدن توپ به سبد،  $-\frac{1}{8} K_0$  باشد، تندی توپ در لحظه ورود به سبد، چند متر بر ثانیه است؟ ( $K_0$  انرژی جنبشی اولیه و  $g=10 \text{ N/kg}$  است.)



**تجربی (۱۴)**

$$K_2 - K_1 + U_2 - U_1 = -\frac{1}{8} K_1$$

$$W_p = \Delta K + \Delta U = -\frac{1}{8} K_1$$

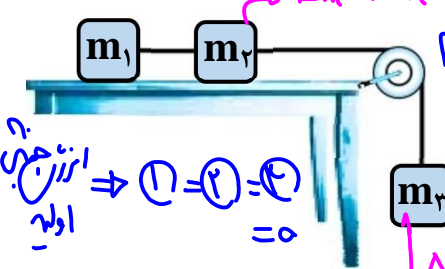
$$K_2 + U_2 = \frac{1}{8} K_1 \rightarrow \frac{1}{2} m v_2^2 + m g h_2 = \frac{1}{8} \times \frac{1}{2} m v_1^2$$

$$\frac{1}{2} v_2^2 = 18 \rightarrow v_2^2 = 36 \rightarrow v_2 = 6 \text{ m/s}$$

**چند سامانه مورد علاقه طراحان کنکور:**

**۱- قرقره**  $|\Delta U_{\text{دسته}}| = |\Delta K_{\text{دسته}}| \rightarrow$  نزول ابتدای برابر

**سوال:** در شکل زیر، وزنه  $m_3$  از حال سکون رها می‌شود. اگر تا لحظه‌ای که وزنه  $m_3$   $90 \text{ cm}$  پایین می‌آید، مجموع انرژی جنبشی دو وزنه  $m_1$  و  $m_2$  روی سطح افقی به  $22/5 \text{ J}$  برسد،  $m_3$  چند کیلوگرم است؟ ( $m_1=2 \text{ kg}$ ،  $m_2=3 \text{ kg}$ ،  $g=10 \text{ N/kg}$  و کلیه اصطکاک‌ها و جرم نخ و قرقره ناچیز است.)



**تغییر انرژی هر دو دسته**

$$K_1 + K_2 = 22/5 \rightarrow \frac{1}{2} (m_1 + m_2) v^2 = 22/5$$

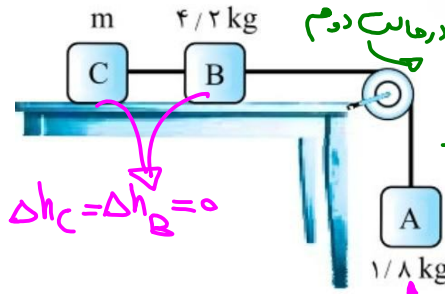
$$v^2 = 9 \rightarrow v = 3 \text{ m/s}$$

$$|\Delta U_{\text{دسته}}| = |\Delta K_{\text{دسته}}| \rightarrow |m_3 g \Delta h_3| = |\Delta K_1 + \Delta K_2 + \Delta K_3|$$

$$-m_3 \times 10 \times 0.9 = \frac{1}{2} (m_1 + m_2 + m_3) v^2$$

$$9 m_3 = \frac{1}{2} \times 9 \times (5 + m_3) \rightarrow 5 + m_3 = 2 m_3 \rightarrow m_3 = 5 \text{ kg}$$

**سوال:** در شکل مقابل، جرم نخ و قرقره و اصطکاک، ناچیز است. دستگاه از حال سکون به حرکت در می‌آید و پس از  $1 \text{ m}$  جابه‌جایی هر یک از وزنه‌ها، مجموع انرژی جنبشی دو وزنه A و B برابر  $15 \text{ J}$  ژول می‌شود. جرم وزنه C چند کیلوگرم است؟ ( $g=10 \text{ N/kg}$ )



**نسی (۲)**

$$K_A + K_B = 15 \rightarrow \frac{1}{2} (m_A + m_B) v^2 = 15$$

$$v = \sqrt{15} \text{ m/s}$$

$$|\Delta U_A| = |\Delta K_A| \rightarrow |m_C g \Delta h_C| = \frac{1}{2} (m_A + m_B + m_C) v^2$$

$$+1/8 \times 10 \times 1 = \frac{1}{2} (4 + m_C)$$

$$m_C = 7/2 - 4 = 1/2 \text{ kg}$$

۲- آونگی

**سوال:** گلوله‌ای به جرم  $g$  به انتهای نخ به طول  $2/5$  m آویزان است. اگر گلوله را  $60^\circ$  درجه از وضع تعادل منحرف کرده و رها کنیم، بیشینه تندی آن چند متر بر ثانیه خواهد شد؟ ( $g=10$  N/kg) و مقاومت هوا ناچیز فرض شود.

$v_B = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)} = \sqrt{2 \times 10 \times 2.5 \times (1-\frac{1}{2})} = 5 \text{ m/s}$   
 $\cos\theta = \frac{L-h}{L} \rightarrow h = L(1-\cos\theta)$   
 $K_A + U_A = K_B + U_B \rightarrow mgl(1-\cos\theta) = \frac{1}{2}mv_B^2$   
 $\rightarrow v_B = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)} = 5 \text{ m/s}$

**سوال:** مطابق شکل روبه‌رو، آونگی به طول  $1/25$  m با سرعت  $v$  از وضعیت نشان داده شده (نقطه A) عبور می‌کند. کم‌ترین مقدار  $v$  چند متر بر ثانیه باشد تا ریسمان بتواند به وضعیت افقی برسد؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود،  $g=10$  N/kg و  $\sin 37^\circ = 0.6$ )

$\cos 37^\circ = \frac{v_A}{v_B} = \frac{h}{L} \rightarrow h = 1 \text{ m}$   
 $K_A + U_A = K_B + U_B \rightarrow \frac{1}{2}mv^2 = gh$   
 $\rightarrow v = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 10 \times 1} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5} \text{ m/s}$

**سوال:** در شکل مقابل، گلوله آونگی از نقطه A رها می‌شود و با سرعت  $v$  از پایین‌ترین نقطه مسیر می‌گذرد. هنگامی که سرعت گلوله به  $\frac{\sqrt{2}}{2}v$  می‌رسد، زاویه نخ با راستای قائم چند درجه است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر شود،  $g=10$  N/kg و  $\cos 53^\circ = 0.6$ )

$v_B = v = \sqrt{2gL(1-\cos\theta)} + v_c \rightarrow v = \sqrt{2gL}$   
 $v_c = \frac{\sqrt{2}}{2}v$   
 $\rightarrow v^2 = 2gL = 2 \times 10 \times L(1-\cos\theta) + \frac{1}{2} \times 2L$   
 $\rightarrow \frac{1}{2} = 2(1-\cos\theta) \rightarrow 1-\cos\theta = \frac{1}{4} \rightarrow \cos\theta = \frac{3}{4}$   
 $\theta = 53^\circ$

**سوال:** شکل مقابل، آونگی را نشان می‌دهد که حداکثر تا زاویه  $60^\circ$  درجه می‌تواند بالا رود. اگر تندی گلوله آونگ در نقطه B، ۲ برابر تندی آن در نقطه A باشد، زاویه  $\alpha$  چند درجه است؟ (جرم نخ آونگ و مقاومت هوا ناچیز است.)

$v_B = \sqrt{2gL(1-\cos 60^\circ)} + v_A \rightarrow v_B = \sqrt{gL}$   
 $v_B = \sqrt{2gL(1-\cos\alpha)} + v_A \rightarrow gL = 2gL(1-\cos\alpha) + \frac{gL}{2}$   
 $\rightarrow \frac{3}{2}gL = 2gL(1-\cos\alpha)$   
 $\rightarrow \frac{3}{4} = 1-\cos\alpha \rightarrow \cos\alpha = \frac{1}{4}$   
 $\alpha = \cos^{-1}(\frac{1}{4})$

- «آزمون‌های گاج»
- ۴۵ (۱)
  - ۳۰ (۲)
  - $\cos^{-1}(\frac{5}{8})$  (۳)
  - $\cos^{-1}(\frac{3}{4})$  (۴)

**سوال:** دو گلوله به جرم‌های  $m$  و  $2m$  به وسیله دو نخ هم طول از یک نقطه آویزان هستند. گلوله سبک‌تر را به اندازه

$60^\circ$  درجه از وضع تعادل منحرف کرده و رها می‌کنیم تا به گلوله دیگر برخورد

کند. اگر در این برخورد  $80\%$  انرژی جنبشی گلوله سبک به گلوله دیگر منتقل شود، گلوله سنگین‌تر حداکثر چند درجه از وضع تعادل منحرف می‌شود؟

(از مقاومت هوا صرف نظر کنید.)

Handwritten notes for the pendulum problem:

- $v_{A1} = 0$  (سبک)
- $v_{B1} = 0$  (سنگین)
- $v_{C1} = 0$  (سبک)
- $v_{B(1)} = \sqrt{2gL(1-\cos 60^\circ)} = \sqrt{gL}$
- $K_{B(1)} = \frac{1}{2} \times m \times gL$
- $K_{B(2)} = \frac{1}{100} \times \frac{1}{2} \times m \times gL = \frac{1}{200} mgL = \frac{1}{2} \times m \times v_{B(2)}^2$
- $v_{B(2)} = \sqrt{2gL(1-\cos \alpha)} + v_C$
- $\frac{1}{2} mgL = \frac{1}{2} m (v_{B(2)}^2) \rightarrow \cos \alpha = \frac{9}{10} \rightarrow \alpha = 27^\circ$

**سوال:** مطابق شکل، جرم گلوله آونگی برابر  $2\text{kg}$  است و با تندی  $1\text{m/s}$  از نقطه A پرتاب می‌شود. آونگ در مسیر

حرکت خود به میله‌ای قائم برخورد کرده و پس از آن حداکثر تا C بالا می‌رود. در طول مسیر AC، (تقریباً) چند ژول

$W_f = \Delta E$

انرژی تلف شده است؟ ( $g=10\text{N/kg}$ )

Handwritten notes for the pendulum problem:

- $W_f = \Delta E = \Delta K + \Delta U = (K_C - K_A) + (U_C - U_A)$
- $h_A = L(1 - \cos 45^\circ) = 2 \times (1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) = 2 - \sqrt{2}$
- $h_C = L(1 - \cos 45^\circ) = 2 \times (1 - \frac{\sqrt{2}}{2}) = 2 - \sqrt{2}$
- $\Delta h = (2 - \sqrt{2}) - (2 - \sqrt{2}) = -1.4\text{m}$
- $W_f = (K_C - K_A) + (U_C - U_A) = -\frac{1}{2} \times 2 \times 1^2 + (2 \times 10 \times (-1)) = -4 - 12 = -16\text{J}$
- $\Delta U = mg \Delta h$

**۳- فنر**

**سوال:** مطابق شکل، وزنه‌ای به جرم  $800\text{gf}$  با تندی  $10\text{m/s}$  روی سطح افقی بدون اصطکاک به فنری برخورد می‌کند.

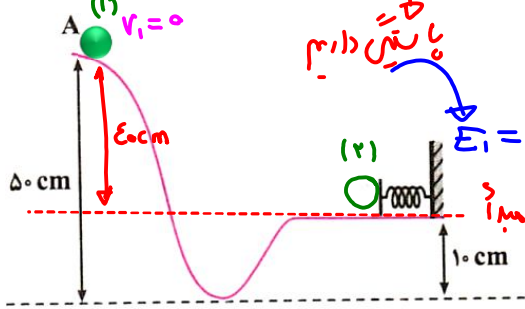
در لحظه‌ای که تندی وزنه به  $50\%$  درصد مقدار اولیه‌اش می‌رسد، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر چند

ژول است؟

Handwritten notes for the spring problem:

- $U_s = 0$
- $v_1 = 10\text{m/s}$
- $m = 0.8\text{kg}$
- $v_2 = \frac{50}{100} v_1 = \frac{1}{2} \times 10 = 5\text{m/s}$  (کشسانی)
- $E_1 = E_2 \rightarrow K_1 + U_1 = K_2 + U_2$
- $K_1 - K_2 = U_2 \rightarrow \frac{1}{2} m (v_1^2 - v_2^2) = U_2$
- $U_2 = \frac{1}{2} \times \frac{800}{1000} \times (10^2 - 5^2) = 3\text{J}$

**سوال:** مطابق شکل، گلوله‌ای از نقطه A رها می‌شود. اگر اصطکاک سطح و مقاومت هوا در برابر حرکت گلوله ناچیز باشد، در لحظه‌ای که انرژی جنبشی گلوله با انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره‌شده در فنر برابر می‌شود، تندی گلوله چند واحد SI است؟ ( $g=10\text{N/kg}$ )



چند واحد SI است؟ ( $g=10\text{N/kg}$ )

پتانسیل گرانشی  $U_g$

پتانسیل کشسانی  $U_F$

$$K_p = U_{F(p)}$$

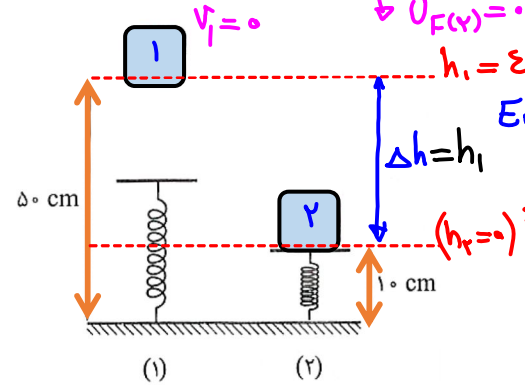
$$E_i = E_r \rightarrow K_i + U_{g(i)} + U_{F(i)} = K_r + U_{g(r)} + U_{F(r)}$$

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_p^2 + \frac{1}{2}kx^2$$

$$10 \times 5 = \frac{1}{2}v_p^2 + \frac{1}{2} \times 10 \times 1^2$$

$$v_p = 2\text{ m/s}$$

**سوال:** در شکل مقابل، مطابق وضعیت (1) جسمی به جرم 1kg از ارتفاع 50cm بدون تندی اولیه رها می‌شود. اگر تندی جسم در وضعیت (2)، 2m/s باشد، انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره‌شده در فنر در این حالت چند ژول است؟ (از مقاومت هوا صرف نظر کنید و  $g=10\text{N/kg}$ )



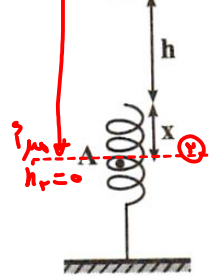
از مقاومت هوا صرف نظر کنید و  $g=10\text{N/kg}$

$$E_i = E_r \rightarrow K_i + U_{g(i)} + U_{F(i)} = K_r + U_{g(r)} + U_{F(r)}$$

$$mgh_1 = \frac{1}{2}mv_p^2 + U_{F(r)}$$

$$U_{F(r)} = 1 \times 10 \times 5 - \frac{1}{2} \times 1 \times 2^2 = 2\text{ J}$$

**سوال:** مطابق شکل، گلوله‌ای به جرم m از ارتفاع h بالای یک فنر قائم رها می‌شود و پس از برخورد به فنر و فشردن آن، تا نقطه A پایین می‌آید. اگر گلوله از ارتفاع 2h از بالای فنر رها شود، انرژی جنبشی آن در همان نقطه A کدام است؟ (شتاب گرانش برابر g است و از اتلاف انرژی صرف نظر شود.)

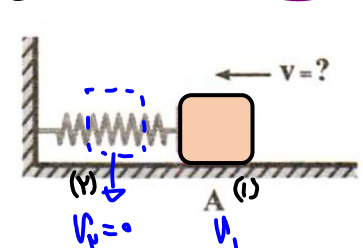


انرژی صرف نظر شود.

دلیل فشردن برابر

$$K_E = U_{g(x)} - U_{F(x)} = mgh$$

**سوال:** مطابق شکل، جسمی روی سطح افقی در نقطه A با فنری برخورد کرده و آن را فشرده می‌کند. اگر بیشترین انرژی ذخیره شده در فنر 6J و اندازه کار نیروی اصطکاک در مسیر فشرده‌کردن فنر 3/2J باشد، انرژی جنبشی جسم هنگام برخورد به فنر چند میکروژول بوده است؟



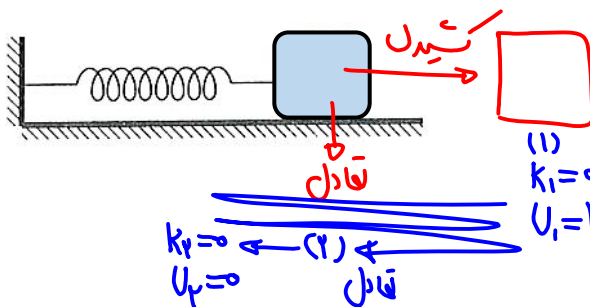
$$W_{fk} = \Delta E = \Delta K + \Delta U_F = (K_1 - K_2) + (U_{F2} - U_{F1}) = -K_1 + U_{F2}$$

$$-3.2 = -K_1 + 6 \rightarrow K_1 = 9.2\text{ J} = 9.2 \times 10^6\text{ }\mu\text{J}$$

**سوال:** در سوال قبل، انرژی جنبشی بسته در مسیر بازگشت در نقطه A چند ژول خواهد بود؟ (کار نیروی اصطکاک در مسیر رفت و برگشت را یکسان در نظر بگیرید). **جواب:** از مقدار ۴J انرژی ذخیره شده در فنر، مقدار ۲J را در نقطه A مصرف می‌کنیم. پس انرژی در نقطه A برابر ۲J خواهد بود.

$$K'_A = 4 - 2 = 2 \text{ J}$$

**سوال:** مطابق شکل، جسمی به جرم ۵kg به وسیله فنری به دیوار متصل شده است. این جسم را به اندازه‌ای به سمت راست می‌کشیم که انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر ۱۰J شود و سپس جسم را رها می‌کنیم. جسم پس از چند نوسان به دلیل نیروی اصطکاک ۲۵ نیوتونی که در مسیر وجود دارد، متوقف می‌شود. کل مسافتی که جسم پیموده است چند سانتی‌متر است؟

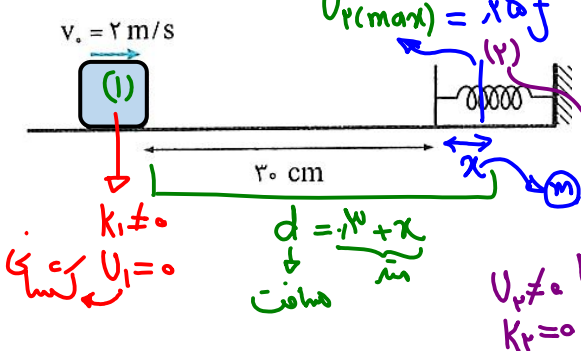


$$W_{f_k} = \Delta E = \Delta K + \Delta U = U_2 - U_1$$

$$+ f_k \cdot d = +10 \rightarrow d = \frac{10}{25} \times 100 = 40 \text{ cm}$$

مسافت طی شده

**سوال:** مطابق شکل جسمی به جرم ۱kg با تندی اولیه ۲m/s روی سطح افقی پرتاب می‌شود. اگر نیروی اصطکاک بین جسم و سطح ۵N باشد و بیشینه انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر ۰/۲۵J باشد، فنر حداکثر چند سانتی‌متر فشرده می‌شود؟



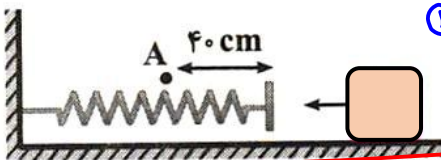
$$W_{f_k} = \Delta E = \Delta K + \Delta U = (U_2 - K_2) + (U_2 - U_1) = -K_2 + U_2$$

$$\rightarrow -f_k \cdot d = +5 \times (x + x) = -\frac{1}{2} \times 1 \times x^2 + 0.25$$

$$\rightarrow x + x = \frac{1.15}{5} \times \frac{1}{2} = 0.23$$

$$\rightarrow x = 0.23 - 0.2 = 0.03 \text{ m} \rightarrow 3 \text{ cm}$$

**سوال:** مطابق شکل، جسمی به جرم ۴kg با تندی ۱۰m/s به فنری برخورد کرده و حداکثر آن را به اندازه ۴۰cm فشرده می‌کند و به نقطه A می‌رسد. اگر جسم را به گونه‌ای پرتاب کنیم که تندی آن در هنگام برخورد به فنر، ۲ برابر شود، انرژی جنبشی جسم در نقطه A چند ژول خواهد شد؟ (نیروی اصطکاک سطح ثابت فرض شود). **«کاج»**



$$W_{f_k} = \Delta K + \Delta U = (U_2 - K_2) + (U_2 - U_1) = -K_2 + U_2$$

حالت ۱:  $640 = 640$

حالت ۲:  $560 = 560$

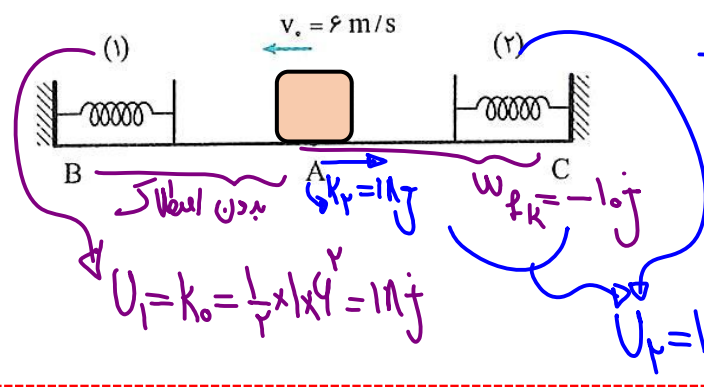
حالت ۳:  $600 = 600$

حالت ۴:  $240 = 240$

$$-K_1 + U_1 = K_2 - K_1 + U_2$$

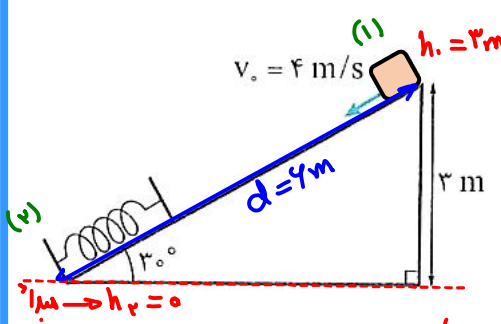
$$\rightarrow K_2 = K_1 - K_1 = \frac{1}{2} \times 4 \times (10^2 - 10^2) = 400 \text{ J}$$

**سوال:** مطابق شکل، جسمی به جرم  $1\text{ kg}$  با تندی  $6\text{ m/s}$  به سمت فنر (۱) در حال حرکت است و آن را تا رسیدن به نقطه B متراکم و پس از بازگشت، فنر (۲) را تا نقطه C متراکم می‌کند. سطح AB بدون اصطکاک و سطح AC دارای اصطکاک است. اگر کار نیروی اصطکاک بر جسم در مسیر AC،  $-10\text{ J}$  باشد، حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر (۱) چند برابر فنر (۲) است؟ **«نردبام - پیشرفته»**



$$\frac{U_1}{U_2} = \frac{11}{1} = \frac{9}{\frac{1}{9}} = \frac{81}{1} = 81$$

۱ (۱)  
 ۱/۷۵ (۲)  
 ۲/۲۵ (۳)  
 ۳/۵ (۴)

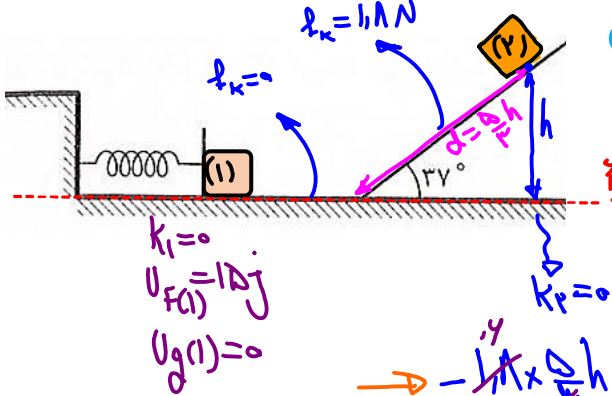


**سوال:** مطابق شکل، جسمی به جرم  $2\text{ kg}$  با تندی  $4\text{ m/s}$  از بالای سطح  $3\text{ m}$  شیب‌داری به سمت پایین شروع به حرکت می‌کند. این جسم پس از برخورد به فنر در انتهای مسیر باعث فشرده شدن آن می‌شود. اگر حداکثر انرژی ذخیره شده در فنر  $10\text{ J}$  شود، متوسط اندازه نیروی اصطکاک وارد بر جسم در طول مسیر چند نیوتون است؟  $g = 10\text{ N/kg}$  و از طول فنر در حالی که بیشترین فشردگی را دارد، صرف نظر شود. **«نردبام - مشابه قلم‌چی»**

$$W_{f_k} = \Delta E = \Delta K + \Delta U_g + \Delta U_F = (K_2 - K_1) + (U_{g2} - U_{g1}) + (U_{F2} - U_{F1}) = -K_1 - U_{g1} + U_{F2}$$

$$\rightarrow +f_k \times 4 = -\frac{1}{2} \times 2 \times 4^2 - 2 \times 10 \times 3 + 10 \Rightarrow f_k = \frac{44}{4} = 11\text{ N}$$

**سوال:** مطابق شکل، جسمی به جرم  $200\text{ g}$  را به اندازه‌ای به فنر فشار می‌دهیم که انرژی پتانسیل ذخیره شده در فنر  $15\text{ J}$  شود. اگر در این حالت جسم را رها کنیم، حداکثر تا چه ارتفاعی بر حسب متر بر روی سطح شیب‌دار بالا می‌رود؟ (مسیر افقی بدون اصطکاک و نیروی اصطکاک بین جسم و سطح شیب‌دار  $1/8\text{ N}$  است و  $\sin 37^\circ = 0.6$  و  $g = 10\text{ N/kg}$ )



**«نردبام»**

$$\sin 37^\circ = \frac{h}{d} = \frac{4}{5} \Rightarrow d = \frac{5}{4}h$$

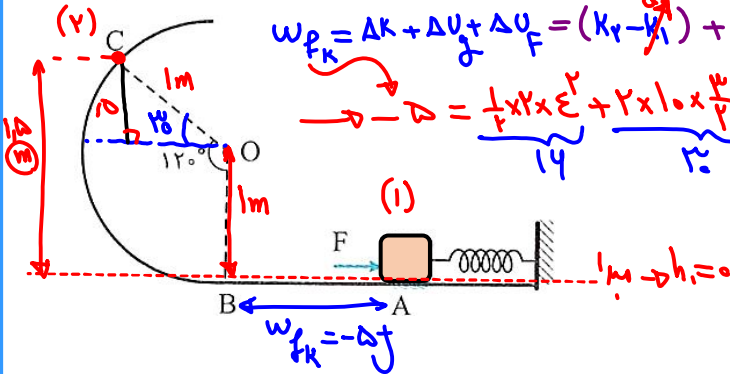
$$W_{f_k} = -f_k d = \Delta K + \Delta U_g + \Delta U_F = U_{g(2)} - U_{F(2)}$$

$$\rightarrow -\frac{1}{8} \times \frac{5}{4}h = 0 - 0.2 \times 10 \times h - 15$$

$$\rightarrow -\frac{5}{32}h = -2h - 15 \Rightarrow 5h = 15 \Rightarrow h = 3\text{ m}$$

**سوال:** در شکل زیر اگر نیروی  $F$  حذف شود، جسم به جرم  $2\text{kg}$  از فنر جدا می‌شود و با تندی  $4\text{m/s}$  از نقطه  $C$  عبور می‌کند. اگر کار نیروی اصطکاک در مسیر  $AB$ ،  $5\text{J}$  - و سطح کروی بدون اصطکاک باشد، حداکثر انرژی پتانسیل کشسانی ذخیره شده در فنر چند ژول است؟ (شعاع کره  $1\text{m}$  و  $g=10\text{N/kg}$  است.)

**نزدبام)**

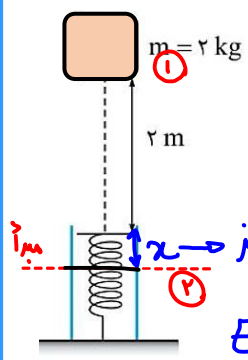


$$W_{Fk} = \Delta K + \Delta U_g + \Delta U_F = (K_2 - K_1) + (U_{g(2)} - U_{g(1)}) + (U_{F(2)} - U_{F(1)}) = K_2 + U_{g(2)} - U_{F(1)} \quad (1)$$

$$-5 = \frac{1}{2} \times 2 \times 4^2 + 2 \times 10 \times \frac{3}{4} - U_{F(1)} \rightarrow U_{F(1)} = 51\text{J} \quad (2)$$

- ۱۹ (۲)
- ۴۱ (۳)
- ۵۱ (۴)

**سوال:** مطابق شکل روبه‌رو، وزنه‌ای به جرم  $2\text{kg}$  را با سرعت اولیه  $2\text{m/s}$  از  $2\text{m}$  متری بالای یک فنر قائم به سمت فنر پرتاب می‌کنیم. اگر از جرم فنر و مقاومت هوا صرف نظر کنیم و پیشینه انرژی ذخیره شده در فنر  $46\text{J}$  باشد، پیشینه تراکم طول فنر چند سانتی‌متر است؟ ( $g=10\text{N/kg}$ )

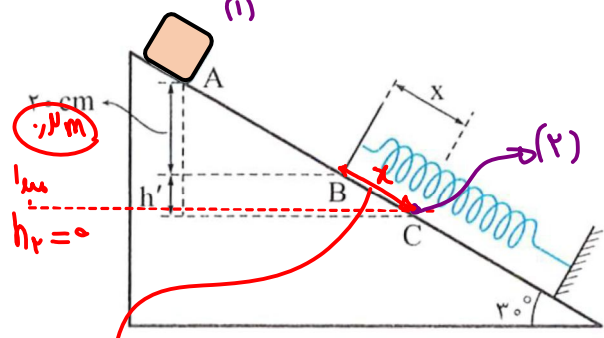


$$E_1 = E_2 \rightarrow K_1 + U_{g(1)} + U_{F(1)} = K_2 + U_{g(2)} + U_{F(2)} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 2 \times 10 \times (2 + x) = 46 \rightarrow 20(2 + x) = 46 \rightarrow 2 + x = 2.1 \rightarrow x = 0.1\text{m} = 10\text{cm} \quad (2)$$

- ۱/۳ (۱)
- ۸ (۳)

**سوال:** جسمی به جرم  $2\text{kg}$  کیلوگرم روی یک سطح شیب‌دار با اصطکاک ناچیز به سمت پایین می‌لغزد و با سرعت  $2\text{m/s}$  از نقطه  $A$  عبور کرده و در نقطه  $B$  به فنر برخورد می‌کند. اگر حداکثر فشردگی فنر  $X$  و پیشینه انرژی ذخیره شده در فنر  $10\text{J}$  ژول باشد،  $X$  چند سانتی‌متر است؟ ( $g=10\text{N/kg}$ )



$$E_1 = E_2 \rightarrow K_1 + U_{g(1)} + U_{F(1)} = K_2 + U_{g(2)} + U_{F(2)} \quad (1)$$

$$\frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 2 \times 10 \times (2 + \frac{1}{4}x) = 10 \rightarrow 4 + \frac{1}{4}x = 2 \rightarrow \frac{1}{4}x = -2 \rightarrow x = -8\text{m} = 8\text{cm} \quad (2)$$

- ۱۰ (۱)
- ۳۰ (۳)



# درسنامه ۳: توان و پراکنده

@tajrobiajashani

## توان ← آهنگ انجام کار

برای شخم زدن یک زمین کشاورزی، هم از گاو و هم از تراکتور می‌توان استفاده کرد. یعنی هر دو کار یکسانی انجام می‌دهند. اما کدام بهتر است؟ تراکتور! چرا؟ زیرا همان کار را در زمان کمتری انجام می‌دهد. یعنی آهنگ انجام کار بالاتری دارد یا توان بیشتری دارد.

**توان متوسط:** برابر است با کار انجام شده (W) در واحد زمان ( $\Delta t$ ). طبق فرمول:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

کار انجام شده / مدت زمان انجام آن کار = توان متوسط

**واحد توان:** به افتخار جیمز وات، واحد توان در SI وات (W) است که برابر است:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{J}{s} = W \Rightarrow 1W = 1J/s = 1kg \cdot m^2/s^3$$

نیوات بر حسب کواها اس

**نکته:** توان همانند کار و انرژی، کمیتی نرده‌ای است و فقط دارای عدد و یکان است و جهت ندارد. منفی یا مثبت بودن توان یک نیرو، به معنی دادن یا گرفتن انرژی در واحد زمان است.

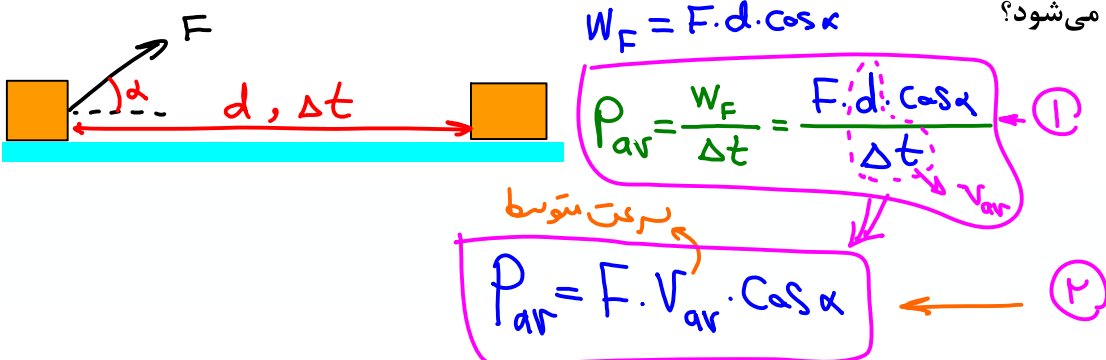
**اسب بخار (horse power):** یکی دیگر از یکه‌های توان است (نه انرژی) که معادل ... ۷۴۶ وات است. این واحد نخستین بار توسط جیمز وات برای ارزیابی توان اختراع جدیدش، ماشین بخار، معرفی شد. توان موتور بیشتر وسایل نقلیه با این یکان بیان می‌شود. (مثلاً توان موتور پراید ۶۷ و بوگاتی شیرون ۱۴۷۹ اسب بخار هستند!!!)

**روش حل:** در حل سوالات مربوط به توان، نخست کار را با استفاده از روش‌هایی که آموختیم، حساب کرده و در آخر بر زمان انجام کار تقسیم می‌کنیم.

## انواع فرمول‌های توان:

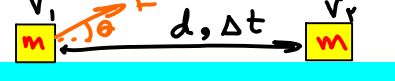
نکته: توان متوسط یک وسیله ۲۰۰ وات یعنی چی؟ یعنی در هر ثانیه ۲۰۰ ژول کار انجام شده است.  $200W = 200 \frac{J}{s}$

**سوال:** نیروی F با زاویه  $\alpha$  منجر به جابه‌جایی d متری جسم در زمان  $\Delta t$  شده است. توان متوسط این نیرو از چه رابطه‌ای محاسبه می‌شود؟



**سوال:** نیروی  $F$  به جسمی به جرم  $m$  که روی سطح افقی بدون اصطکاک با تندی  $v_1$  در حال حرکت است، اثر

می‌کند و ظرف زمان  $\Delta t$  ثانیه تندی آن را به  $v_2$  می‌رساند. توان متوسط این نیرو از چه رابطه‌ای محاسبه می‌شود؟



$$W_T = W_F + W_{F_N} + W_{mg} + W_{f_k} = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

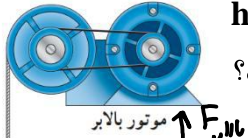
$$\Rightarrow W_F = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$$

$$P_{av(F)} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)}{\Delta t}$$

توان یک نیرو با تغییر تند جسم بدون نیروی اصطکاک

**سوال:** در شرایط خلأ یک بالابر، جسمی به جرم  $m$  را در مدت زمان  $\Delta t$  ثانیه به اندازه  $h$

متر با تندی ثابت بالا می‌برد. توان متوسط موتور این بالابر از چه رابطه‌ای محاسبه می‌شود؟

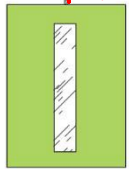


$$W_T = W_F + W_{mg} + W_{f} = \Delta K = 0 \quad v_1 = v_2 = v$$

$$\Rightarrow W_F = -W_{mg} \quad W_F = -(-mgh) = +mgh$$

$$P_{av(F)} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t}$$

$$v_{av} = \frac{h}{\Delta t} \Rightarrow P_{av} = mg v_{av}$$



$\Delta t: h$



توان وسیع در هنگام حرکت قائم با تندی ثابت و بدون نیروی اصطکاک

**سوال:** در شرایط خلأ یک بالابر در مدت زمان  $\Delta t$ ، ضمن بالا بردن  $h$  متری جسمی به جرم  $m$ ، تندی آن را از  $v_1$  به



$v_2$  می‌رساند. توان متوسط موتور این بالابر از چه رابطه‌ای محاسبه می‌شود؟

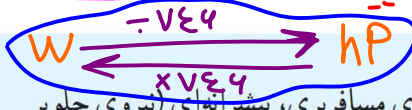
$$W_T = W_F + W_{mg} + W_{f} = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) \quad W_{mg} = -mgh$$

$$\Rightarrow W_F = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) + mgh$$

$$P_{av(F)} = \frac{\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) + mgh}{\Delta t}$$

توان بالابر ضمن بالا بردن و تغییر تند جسم بدون نیروی اصطکاک

$$1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$$



تمرین ۳-۱۶



هر یک از دو موتور جت یک هواپیمای مسافربری، بیشتر انرژی (نیروی جلویی) هواپیما) برابر  $1.0 \times 10^5 \text{ N}$  ایجاد می‌کند. اگر هواپیما در هر دقیقه  $15 \text{ km}$  در امتداد این نیرو حرکت کند، توان متوسط هر یک از موتورهای هواپیما چند اسب بخار است؟

$$P_{av(F)} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{F \cdot d \cdot \cos \theta}{\Delta t} = \frac{1 \times 10^5 \times 15 \times 10^3 \times 1}{60} = \frac{1}{4} \times 10^9 \text{ W} \approx 4.17 \times 10^2 \text{ hp}$$

**نکته:** در صورتی که جسمی تحت تاثیر یک نیرو با تندی ثابت حرکت کند، می‌توان توان این نیرو را چنین محاسبه کرد:

$$P_{av(F)} = F \cdot v \cdot \cos \theta$$

زاویه بین نیرو و جانبی  
تندی ثابت  
توان متوسط

سوال: کدام موارد الزاماً درست هستند؟

(X) در شرایط برابر، دو خودرو با توان برابر در زمان های برابر از حال سکون، به تندی برابر خواهند رسید.

$$\Delta t_1 = \Delta t_2$$

$$P_1 = P_2$$

(X) اسب بخار از یکای قدیمی انرژی است که توسط وات استفاده می شود.

$$P_1 = P_2$$

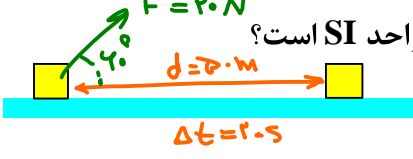
$$m_1 v_1 = m_2 v_2 \Rightarrow v_1 \neq v_2$$

(X) کیلووات ساعت از یکاهای انرژی است.

$$\frac{\frac{1}{2} m_1 (v_1^2 - 0^2)}{\Delta t_1} = \frac{\frac{1}{2} m_2 (v_2^2 - 0^2)}{\Delta t_2}$$

$$P_{av} = \frac{W}{t} \Rightarrow W = Pt \rightarrow \text{زول} = \text{زمان} \times \text{توان}$$

سوال: جسمی به جرم ۴ kg تحت تاثیر نیروی ۲۰ نیوتونی که با افق زاویه ۶۰ درجه می سازد، ظرف مدت ۲۰ ثانیه روی سطح افقی بدون اصطکاک، ۵۰ متر جابه جا می شود. توان این نیرو چند واحد SI است؟



روش اول

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{50}{20} = 2.5 \text{ m/s}$$

$$P_{av} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{F \cdot d \cdot \cos \theta}{\Delta t} = \frac{20 \times 50 \times (\frac{1}{2})}{20} = 250 \text{ W}$$

$$P_{av} = F \cdot v_{av} \cdot \cos \theta = 20 \times 2.5 \times \frac{1}{2} = 250 \text{ W}$$

سوال: بالابری با موتوری به توان خروجی ۲۰۰ وات، جسمی ۴۰ کیلوگرمی را با تندی ثابت بالا می کشد. اگر از نیروهای

اتلافی صرف نظر کنیم، تندی جسم چند متر بر ثانیه است؟ (g = 10 N/kg)

$$F - mg = ma \Rightarrow F = mg$$

$$P_{av} = \frac{mgh}{\Delta t} \Rightarrow P_{av} = mg \cdot v \Rightarrow 200 = 40 \times 10 \times v \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

سوال: آسانسوری با سرعت ثابت ۷ در راستای قائم در حال حرکت است. اگر جرم آسانسور و بار آن روی هم ۱۴۹۲ کیلوگرم باشد و ظرف ۲۰ ثانیه آسانسور ۴۰ متر بالا برود، توان موتور این آسانسور چند اسب بخار است؟ (g = 10 N/kg)

$$P_{av} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{1492 \times 10 \times 40}{20} \times \frac{1 \text{ hp}}{746 \text{ W}} = 40 \text{ hp}$$

$$v_{av} = \frac{h}{\Delta t} = \frac{40}{20} = 2 \text{ m/s} \quad P_{av} = F \cdot v \cdot \cos 1 = mgv = 1492 \times 10 \times 2 \times \frac{1}{746} = 40 \text{ hp}$$

سوال: یک بالابر الکتریکی باری با جرم کل ۴۰۰ کیلوگرم از حال سکون حرکت کرده و پس از ۲۰ ثانیه و طی ۴۰ متر

به تندی ۱۰ متر بر ثانیه می رسد. توان خروجی موتور این بالابر چند کیلووات است؟ (نیروهای اتلافی را نادیده بگیرید)

$$P_{av} = \frac{\frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) + mgh}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times 400 \times (10^2 - 0^2) + 400 \times 10 \times 40}{20} = \frac{18000}{20} = 900 \text{ W} = 9 \text{ kW}$$

**سوال:** یک وسیله الکتریکی با توان خروجی  $4/8 kW$ ، ظرف مدت یک دقیقه از حال سکون جسمی  $240$  کیلوگرمی را از ارتفاع  $80$  به ارتفاع  $20$  متری می‌رساند. تندی جسم در ارتفاع  $20$  متری چند متر بر ثانیه خواهد بود؟ ( $g=10 N/kg$ ) و از نیروهای اتلافی صرف نظر شود.

$W_T = W_F + W_{mg} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) - mgh$   
 $W_{mg} = mgh$   
 $F: h=40$   
 $W_F = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) - mgh \Rightarrow 1200 = \frac{1}{2} v_f^2 - 400 \Rightarrow v_f^2 = 2400 \Rightarrow v_f = 49 \text{ m/s}$   
 $P_{av} = \frac{\frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) - mgh}{\Delta t} \Rightarrow 8000 = \frac{\frac{1}{2} \times 240 \times (v_f^2) - 240 \times 10 \times 40}{40}$

**سوال:** یک خودروی سبک به جرم  $680$  کیلوگرم، ظرف مدت  $10$  ثانیه تندی خود را  $20 \text{ m/s}$  افزایش می‌دهد. در صورتی که جرم راننده  $66$  کیلوگرم باشد و توان این خودرو  $100 \text{ hp}$  باشد، تندی اولیه خودرو چند متر بر ثانیه است؟ (از کلیه نیروهای اتلافی صرف نظر کنید.)

$P_{av} = \frac{\frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)}{\Delta t} \Rightarrow 100 \times 746 = \frac{\frac{1}{2} \times 746 \times (v_f^2 - v_i^2)}{10 \times 2} \Rightarrow 1000 = \frac{v_f^2 - v_i^2}{4} \Rightarrow 4000 = v_f^2 - v_i^2$   
 $\Rightarrow 4000 = v_f^2 - 400 \Rightarrow v_f^2 = 4400 \Rightarrow v_f = 66 \text{ m/s}$

**سوال:** ماشین‌های  $A$  و  $B$  کارهای یکسانی را به ترتیب در زمان‌های  $2$  و  $3$  دقیقه به انجام می‌رسانند. توان این دو ماشین را مقایسه کنید.

$\frac{P_A}{P_B} = \frac{W_A}{W_B} \times \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{3}{2} \Rightarrow P_A = \frac{3}{2} P_B$

**سوال:** توان ماشین  $A$   $3$  برابر توان ماشین  $B$  است. اگر در مدت زمان یکسان ماشین  $A$ ،  $20$  ژول کار بیشتری انجام دهد، ماشین  $B$  در این مدت زمان چند ژول کار انجام می‌دهد؟

$\frac{P_A}{P_B} = \frac{W_A}{W_B} \times \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A} \Rightarrow \frac{3}{1} = \frac{W_B + 20}{W_B} \Rightarrow 3W_B - W_B = 20 \Rightarrow 2W_B = 20 \Rightarrow W_B = 10 \text{ J}$   
 $\Rightarrow W_A = 30 \text{ J}$

**سوال:** دو بالابر  $A$  و  $B$  کار یکسانی را به ترتیب در مدت زمان  $2$  و  $5/2$  ساعت انجام می‌دهند. اگر اختلاف توان آن‌ها  $300$  وات باشد، توان هر کدام چند وات است؟

$\frac{P_A}{P_B} = \frac{W_A}{W_B} \times \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{W_B}{W_B} \times \frac{2}{5/2} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{4}{5} \Rightarrow P_A = \frac{4}{5} P_B$   
 $P_A - P_B = 300 \Rightarrow \frac{4}{5} P_B - P_B = 300 \Rightarrow \frac{1}{5} P_B = 300 \Rightarrow P_B = 1500 \text{ W}$   
 $P_A = 1500 - 300 = 1200 \text{ W}$

**سوال:** در یک درگ بین دو خودروی هم جرم  $A$  و  $B$  در مسیر افقی، در زمان برابر به ترتیب ماشین  $A$  و  $B$  تندی خود را به  $2$  و  $3$  برابر تندی اولیه خود می‌رساند. اگر توان خودروی  $A$ ،  $\frac{1}{3}$  برابر توان خودرو  $B$  باشد، تندی اولیه خودروی  $B$  چند برابر تندی اولیه خودروی  $A$  است؟ (از کلیه نیروهای اتلافی چشم‌پوشی شود).

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{\frac{1}{2}m((2v_A)^2 - v_A^2)}{\frac{1}{3}m((3v_B)^2 - v_B^2)} \times \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{2v_A^2}{3v_B^2} \Rightarrow \left(\frac{v_A}{v_B}\right)^2 = \frac{19}{9}$$

$$\frac{v_A}{v_B} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{3}{2}$$

**سوال:** یک آسانسور با توان خروجی مشخص، بارهای  $200$  و  $500$  کیلوگرمی را به ترتیب در زمان  $6$  و  $12$  دقیقه از سطح زمین به ارتفاع  $h$  برده و متوقف می‌شود. جرم آسانسور چند کیلوگرم است؟ (از کلیه نیروهای اتلافی چشم‌پوشی شود).

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{(M+200) \times gh}{\Delta t_1} = \frac{(M+500) \times gh}{\Delta t_2}$$

$$\Rightarrow M = 100 \text{ kg}$$

$P = \frac{mgh}{\Delta t}$

**سوال:** تندی یک موتورسیکلت مسابقه‌ای ظرف زمان  $2$  ثانیه از  $36$  به  $108$  کیلومتر بر ساعت می‌رسد. اگر این موتورسیکلت با همین توان به حرکت ادامه دهد، چند ثانیه بعد به سرعت  $50$  متر بر ثانیه می‌رسد؟ (اصطکاک ناچیز است).

$$P = \frac{\frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2)}{\Delta t}$$

$$P_1 = P_2 \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}m(30^2 - 10^2)}{2} = \frac{\frac{1}{2}m(50^2 - 30^2)}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = 4 \text{ s}$$

**سوال:** توانی که باید صرف شود تا یک اتومبیل از حال سکون با شتاب ثابت به تندی  $v$  برسد چند برابر توانی است که لازم است همان اتومبیل با همان شتاب از تندی  $v$  به  $3v$  برسد؟

$$a_1 = a_2 \Rightarrow \frac{v - 0}{\Delta t_1} = \frac{3v - v}{\Delta t_2} \Rightarrow \Delta t_2 = 2 \Delta t_1$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{1}{2}m(v^2 - 0)}{\frac{1}{2}m(9v^2 - v^2)} \times \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1} = \frac{1}{8} \times \frac{2}{1} = \frac{1}{4}$$

**سوال:** جرم یک موتورسیکلت به همراه راننده اش ۳۷۳ کیلوگرم است. اگر این موتورسیکلت با شتاب  $4 \text{ m/s}^2$  از حال سکون شروع به حرکت کند، توان متوسط این موتورسیکلت ظرف ۱۰ ثانیه اول حرکت چند اسب بخار است؟

نیروی اتلافی نداریم و هر اسب بخار ۷۴۶ وات است

$$P_{\text{av}} = \frac{\frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times 373 \times (40^2 - 0^2)}{10} = 3014 \text{ W} = 4.04 \text{ hp}$$

تفسیر تندی:  $a_{\text{av}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 4 = \frac{v_f - 0}{10} \Rightarrow v_f = 40 \text{ m/s} = 144 \text{ km/h}$

**توان در صورت وجود نیروهای اتلافی**

**سوال:** بالابری با توان ۴۰۰ وات با نیروی رو به بالا جسم ۲۰ کیلوگرمی را در مدت زمان ۴ ثانیه تا چه ارتفاعی با سرعت ثابت بالا می برد؟ ( $g=10$ )

$$P_{\text{av}} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} \Rightarrow 400 = \frac{20 \times 10 \times h}{4} \Rightarrow h = 8 \text{ m}$$

توان ۱۰ متر کمتر از ۸ متر (۱۴) بیشتر از ۱۰ متر (۱۴)

توان ۱۰ متر (۱۴) کمتر از ۸ متر (۱۴)

توان ۱۰ متر (۱۴) بیشتر از ۱۰ متر (۱۴)

توان ۱۰ متر (۱۴) کمتر از ۸ متر (۱۴)

توان ۱۰ متر (۱۴) بیشتر از ۱۰ متر (۱۴)

**سوال:** در یک مسابقه ماشین سواری، خودرویی ۸۰۰ کیلوگرمی ظرف مدت ۱۰ ثانیه از حال سکون تندی خود را به  $116 \text{ km/h}$  می رساند. اگر نیروی اصطکاک در این حرکت ۴۰۰ نیوتون باشد، توان متوسط موتور این ماشین چند مگا وات است؟

$$d = \frac{1}{2} a t^2 + v_i t = \frac{1}{2} \times 4 \times 10^2 = 200 \text{ m}$$

$$P_{\text{av}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) + f_k \cdot d}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times 800 \times (4^2 - 0^2) + 400 \times 200}{10} = 15200 \text{ W} = 15.2 \text{ MW}$$

توان ۱۵۶ (۱۴) کمتر از ۸ متر (۱۴) بیشتر از ۱۰ متر (۱۴)

توان ۱۰ متر (۱۴) کمتر از ۸ متر (۱۴) بیشتر از ۱۰ متر (۱۴)

توان ۱۰ متر (۱۴) کمتر از ۸ متر (۱۴) بیشتر از ۱۰ متر (۱۴)

توان ۱۰ متر (۱۴) کمتر از ۸ متر (۱۴) بیشتر از ۱۰ متر (۱۴)

توان ۱۰ متر (۱۴) کمتر از ۸ متر (۱۴) بیشتر از ۱۰ متر (۱۴)

**سوال:** اتومبیلی به جرم  $1200 \text{ kg}$  در مدت ۶s تندی خود را از  $54 \text{ km/h}$  به  $90 \text{ km/h}$  می رساند. اگر اندازه کار نیروی اصطکاک در این مدت  $18 \text{ kJ}$  باشد، توان متوسط موتور اتومبیل چند کیلووات است؟

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_{\text{موتور}} + W_{f_k} + W_{mg} + W_{F_N} + \dots = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$$

$$P_{\text{av}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) + |W_{f_k}|}{\Delta t} = \frac{\frac{1}{2} \times 1200 \times (25^2 - 15^2) + 18000}{6} = 43000 \text{ W} = 43 \text{ kW}$$

توان ۳۷ (۱۴) کمتر از ۸ متر (۱۴) بیشتر از ۱۰ متر (۱۴)

توان ۱۰ متر (۱۴) کمتر از ۸ متر (۱۴) بیشتر از ۱۰ متر (۱۴)

توان ۱۰ متر (۱۴) کمتر از ۸ متر (۱۴) بیشتر از ۱۰ متر (۱۴)

توان ۱۰ متر (۱۴) کمتر از ۸ متر (۱۴) بیشتر از ۱۰ متر (۱۴)

توان ۱۰ متر (۱۴) کمتر از ۸ متر (۱۴) بیشتر از ۱۰ متر (۱۴)

**سوال:** اتومبیلی به جرم ۱ تن با سرعت ثابت  $10 \text{ m/s}$  بر سطح جاده‌ای که به افق زاویه  $30^\circ$  درجه می‌سازد، به سمت بالا حرکت می‌کند. اگر توان موتور اتومبیل در این حالت  $10 \text{ hp}$  باشد، نیروی اصطکاک اتومبیل با سطح جاده چند نیوتون است؟ ( $1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$  و  $g = 10 \text{ N/kg}$ )

تندی  $100 \times 10 \text{ W}$

$W_t = W_F + W_{f_k} + W_{mg} + W_{F_N} = \Delta K = 0$

$-f_k \cdot d - mgh + F \cdot d = 0$

$\Rightarrow W_{F_{\text{net}}} = f_k \cdot d + mgh = f_k \cdot d + \frac{mgd}{\sin 30^\circ}$

$P_{\text{av}} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{f_k d + \frac{mgd}{\sin 30^\circ}}{\Delta t} = \frac{f_k d}{\Delta t} + \frac{mgd}{2 \Delta t}$

$\Rightarrow 100 \times 10 = 10 f_k + 5000 \times 10$

$\Rightarrow 74600 - 50000 = 10 f_k \Rightarrow f_k = 2460 \text{ N}$

**نکته:** در یک حرکت تندشونده، در بازه‌های زمانی برابر و متوالی، توان آن نیرو به تدریج افزایش می‌یابد.

$P_{\text{av}} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{F \cdot d \cdot \cos \theta}{\Delta t} = F \cdot v \cdot \cos \theta$

در حال افزایش باشد (افزایش تندی)

**نکته:** در یک حرکت کندشونده، در بازه‌های زمانی برابر و متوالی، توان آن نیرو به تدریج کاهش می‌یابد.

$P_{\text{av}} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{F \cdot d \cdot \cos \theta}{\Delta t} = F \cdot v \cdot \cos \theta$

گاهی تندی دلته باشد

**سوال:** نیروی ثابت  $F$  که با جهت مثبت محور  $x$  زاویه  $45^\circ$  درجه می‌سازد، در جابه‌جایی  $r = 4i$  در مدت زمان  $2$  ثانیه، توانی برابر  $4$  وات دارد. بردار این نیرو کدام یک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟ (تمامی بردارها در SI هستند.)

$r = 4i$  (۱)  $r = 3i + 3j$  (۲)  $r = 2i + 2j$  (۳)  $r = i + j$  (۴)

$F = k\vec{i} + k\vec{j}$

$\vec{r} = \epsilon\vec{i} + 0\vec{j}$

$W = \epsilon k + 0 = F_{\text{کاربرون}} = \epsilon k$

$P_{\text{av}} = \frac{W_F}{\Delta t} \Rightarrow \epsilon = \frac{\epsilon k}{2} \Rightarrow k = 2$

$\Rightarrow F = 2\vec{i} + 2\vec{j}$

**سوال:** مطابق شکل، دو جسم یکسان تاثیر نیروهای  $F_1$  و  $F_2$  با تندی ثابت و یکسان از پایین سطح شیبدار بدون اصطکاک تا بالای آن جابه‌جا می‌شوند. در این جابه‌جایی توان نیروی  $F_1$  چند برابر توان نیروی  $F_2$  است؟

$v_1 = v_2 = v$   $m_1 = m_2 = m$

$W_{F_1} = mgh$   $W_{F_2} = mgh$

$\frac{P_1}{P_2} = \frac{W_{F_1}}{W_{F_2}} \times \frac{\Delta t_2}{\Delta t_1}$

$\sin 30^\circ = \frac{h}{d_2} = \frac{1}{2} \Rightarrow d_2 = 2h$

$\sin 45^\circ = \frac{h}{d_1} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow d_1 = \frac{2h}{\sqrt{2}}$

$v_1 = v_2 \Rightarrow \frac{d_1}{\Delta t_1} = \frac{d_2}{\Delta t_2}$

$\Delta t_2 = \sqrt{2} \Delta t_1$

$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \sqrt{2}$

**سوال:** آسانسور A می تواند وزنه ۳۰۰ کیلوگرمی را با تندی ثابت در مدت ۲۰ ثانیه به اندازه ۴۰ متر بالا ببرد. آسانسور B می تواند وزنه ۲۰۰ کیلوگرمی را با تندی ثابت در مدت ۱۲ ثانیه به اندازه ۴۸ متر بالا ببرد. اگر نیروی موتور آسانسورهای A و B را به ترتیب  $F_A$  و  $F_B$  و توان موتور آسانسورها را به ترتیب  $P_A$  و  $P_B$  نمایش دهیم، کدام مقایسه در مورد آن ها صحیح است؟ (از جرم اتاق آسانسورها صرف نظر شود).

$W_{\text{موتور}} = W_{\text{مغ}} \Rightarrow W_{\text{موتور}} = mgh$

$\Rightarrow W_{F(A)} = (mgh)_A \Rightarrow F_A \times d \times 1 = 300 \times g \times d \Rightarrow F_A = 300g$

$\Rightarrow W_{F(B)} = (mgh)_B \Rightarrow F_B \times d = 200 \times g \times d \Rightarrow F_B = 200g$

$\Rightarrow F_A > F_B$

زیرا در تندی ثابت حرکت است، بنابراین ثابت حرکت است

$\frac{P_A}{P_B} = \frac{(mgh)_A \times \frac{\Delta t_B}{h}}{(mgh)_B \times \frac{\Delta t_A}{h}} = \frac{300 \times g \times \frac{12}{48}}{200 \times g \times \frac{20}{48}} = \frac{3}{4} \Rightarrow P_A = \frac{3}{4} P_B$

$P_A < P_B$

**سوال:** یک هواپیمای باری چهار موتور در هر ساعت، ۷۲۰ km می پیماید. اگر توان متوسط هر یک از موتورهای هواپیما ۲۰۰۰ hp باشد، نیروی پیشرانده هر یک از موتورها چند نیوتون است؟ (۱hp=۷۴۶W)

$v = 720 \text{ km/h} \div 3.6 = 200 \text{ m/s}$

$1 \text{ hp} = 746 \text{ W}$

$2000 \text{ hp} = 1492000 \text{ W}$

$P_{\text{av}} = \frac{W_F}{\Delta t} = F \cdot v \Rightarrow 1492000 = F \times 200 \Rightarrow F = 7460 \text{ N}$

**سوال:** نمودار سرعت - زمان متحرکی به جرم ۴ کیلوگرم که بر روی مسیر مستقیم در حال حرکت است، مطابق شکل مقابل است. توان متوسط متحرک در ۲۰ ثانیه اول حرکت چند وات هست؟

$y = ax + b$

$v = at + v_0$

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{10 - (-10)}{34} = \frac{20}{34} = \frac{10}{17}$

$v = \frac{10}{17}t - 10$

$t = 20 \Rightarrow v = \frac{10}{17}(20) - 10 = 60/17 \approx 3.53 \text{ m/s}$

$P_{\text{av}} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) / \Delta t = \frac{1}{2} \times 4 \times (10^2 - (-10)^2) / 34 = 15.0 \text{ W}$

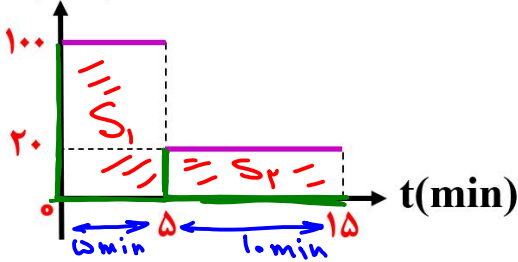
**سوال:** موتور یک بالابر در مدت ۸ ثانیه، ۶۴ kJ زول کار انجام داده است. در نمودار مقابل P معادل چند وات است؟ (تالیفی)

$P_{\text{av}} = \frac{W}{\Delta t} = \frac{64000}{8} = 8000 \text{ W}$

$P_{\text{av}} = 8000 \text{ W} = \frac{2P + 0}{2} \Rightarrow P = 8000 \text{ W}$

کار انجام شده است

P(kW)



سوال: نمودار توان - زمان برای یک اتومبیل در زمان‌های مختلف به صورت مقابل است. اگر نیروی اتلافی نداشته باشیم، کار نیروی موتور این اتومبیل در ۵ دقیقه اول چند برابر ۱۰ دقیقه بعد است؟

۱) ۲ (۱)   
 ۲) ۲/۵ (۲)   
 ۳) ۳ (۳)   
 ۴) ۴/۵ (۴)   
 ۵) ۵ (۵)

«تالیفی»   
 روش ۱)   
 روش ۲)

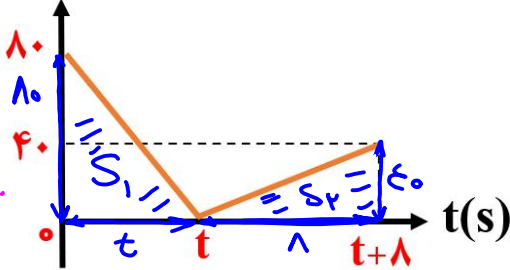
$$W_1 = P_1 \times \Delta t_1 = 100 \times 5$$

$$W_2 = P_2 \times \Delta t_2 = 20 \times 10$$

$$\frac{W_1}{W_2} = \frac{100 \times 5}{20 \times 10} = \frac{500}{200} = 2.5$$

کار در ۵ دقیقه اول  $S_1 = 100 \times 5$    
 کار در ۱۰ دقیقه دوم  $S_2 = 20 \times 10$    
  $\frac{S_1}{S_2} = \frac{100 \times 5}{20 \times 10} = 2.5$

P(W)



سوال: در نمودار زیر توان یک خودرو در لحظات مختلف در طی حرکت روی سطح افقی نشان داده شده است. اگر کار انجام شده توسط موتور این خودرو در دو بازه (0, t) و (t, t+8) ثانیه، برابر باشد، t چند ثانیه است؟

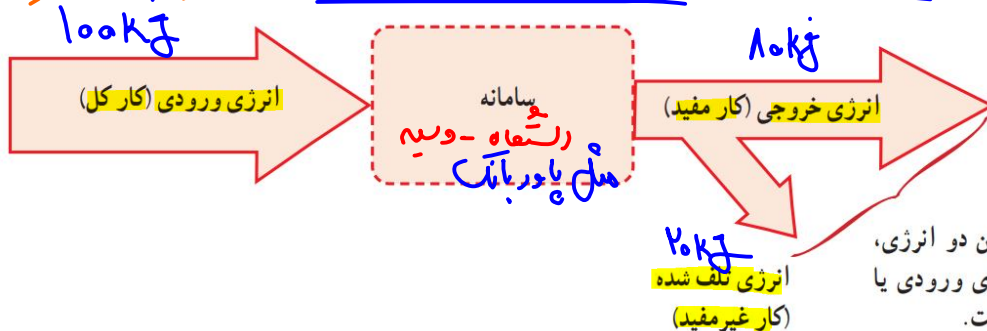
۱) ۴ (۱)   
 ۲) ۸ (۲)   
 ۳) ۱۲ (۳)   
 ۴) ۱۶ (۴)

«تالیفی»   
  $W_1 = W_2$

$$W_1 = W_2 \Rightarrow S_1 = S_2 \Rightarrow \frac{100 \times t}{2} = \frac{40 \times 8}{2} \Rightarrow t = 16$$

بازده یا راندمان (Ra)

به نسبت کار مفید (یا انرژی خروجی) یک سامانه به کل کار (یا انرژی ورودی) آن، بازده می‌گویند که عددی کوچک‌تر از یک است و معمولاً به صورت درصد بیان می‌شود و آن را با Ra نشان می‌دهند و **یکان ندارد!**



مجموع این دو انرژی، برابر انرژی ورودی یا کار کل است.

فرمول‌های بازده:   
  $Ra = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان ورودی}} \times 100 = \frac{\text{کار مفید}}{\text{کار غیر مفید} + \text{کار مفید}} \times 100$    
  $0 < Ra < 1$    
 درصد کار مفید =  $100 - \text{درصد کار غیر مفید}$    
 بازده کار مفید =  $1 - \text{بازده کار غیر مفید}$

**سوال:** توان متوسط مصرفی موتور یک بالابر ۱۲۵۰ وات و بازده آن ۸۰ درصد است. این موتور در مدت چند ثانیه، ۱۰۰kg بار را با سرعت ثابت به اندازه ۳۰m بالا می‌برد؟ (g=۱۰N/kg)

$$R_a = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرف}}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{100 \times 10 \times 30}{1250 \times t} \times 100$$

$$\Rightarrow 1000 = \frac{30000}{t} \Rightarrow t = 30s$$

$$P_{\text{مفید}} = \frac{W_{\text{مفید}}}{\Delta t} = mgh$$

**سوال:** یک پمپ آب در هر ساعت ۲۵۲ تن آب را تا ارتفاع ۱۲ متر بالا می‌کشد. اگر بازده پمپ ۸۰ درصد باشد، توان پمپ چند کیلووات است؟ (g=۱۰N/kg)

$$R_a = \frac{P_{\text{توان گویی}}}{P_{\text{توان دردی}}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{252 \times 10^3 \times 10 \times 12}{P_{\text{وردی}}} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{وردی}} = 1.015 \text{ kW}$$

**سوال:** یک ماشین بالابر، برای بالا بردن وزنه‌ای به جرم ۵۰kg تا ارتفاع معینی از سطح زمین ۲۰۰۰J انرژی مصرف می‌کند. اگر این وزنه از ارتفاع فوق بدون سرعت اولیه در شرایط خلأ رها شود، با تندی ۸m/s به زمین می‌رسد. بازده این ماشین چند درصد است؟ (g=۱۰N/kg)

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 = mgh$$

$$h = \frac{v^2}{2g} = \frac{8^2}{2 \times 10} = 3.2 \text{ m}$$

$$R_a = \frac{W_{\text{مفید}}}{W_{\text{مصرف}}} \times 100 = \frac{50 \times 10 \times 3.2}{2000} \times 100 = 8\%$$

**سوال:** پمپ آبی در هر دقیقه ۳ متر مکعب از آب رودخانه‌ای را به نقطه‌ای منتقل می‌کند که ارتفاع آن تا سطح آب رودخانه ۲۴ متر است. اگر توان ورودی پمپ ۲۰ کیلووات باشد، بازده پمپ چند درصد است؟ (g=۱۰N/kg) و چگالی آب ۱g/cm<sup>۳</sup> است.

$$R_a = \frac{P_{\text{توان مفید}}}{P_{\text{توان ورودی}}} \times 100 = \frac{3 \times 1000 \times 10 \times 24}{20000} \times 100 = 36\%$$

**سوال:** یک پمپ آب با توان مصرفی ۱۰۰W، آب را از طبقه همکف یک آپارتمان به طبقه ششم در ارتفاع ۲۰ متری سطح زمین می‌فرستد. اگر بازده این پمپ ۴۰ درصد باشد، آهنگ انتقال آب به طبقه ششم چند لیتر بر ثانیه است؟ (g=۱۰N/kg و چگالی آب ۱g/cm<sup>۳</sup> است).

$$R_a = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{مصرف}}} \times 100 \Rightarrow 40 = \frac{mgh}{100 \times \Delta t} \times 100$$

$$\Rightarrow \frac{m}{\Delta t} = \frac{40 \times 100}{100 \times 20} = 2 \text{ L/s}$$

**سوال:** ماشین A با گرفتن ۱۰۰kJ انرژی، می تواند وزنه ای را در مدت زمان t به اندازه ۴m بالا ببرد. اگر ماشین B با گرفتن ۳۰۰kJ انرژی، بتواند همین وزنه را در مدت زمان ۲t به اندازه ۶m بالا ببرد، کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

«نردبام»

توان ماشین A، برابر توان ماشین B است. توان ماشین A،  $\frac{4}{3}$  برابر توان ماشین B است. بازده ماشین A، ۲ برابر بازده ماشین B است. بازده ماشین A،  $\frac{2}{3}$  برابر بازده ماشین B است.

سوال: توان

$$P_A = \frac{W_A}{\Delta t_A} = \frac{(mgh)_A}{t} = \frac{m \times g \times 4}{t} = 4 \frac{mg}{t}$$

$$P_B = \frac{W_B}{\Delta t_B} = \frac{(mgh)_B}{2t} = \frac{m \times g \times 6}{2t} = 3 \frac{mg}{t}$$

$$R_{A(A)} = \frac{m \times g \times 4}{100000} = 4 \times \frac{mg}{100000}$$

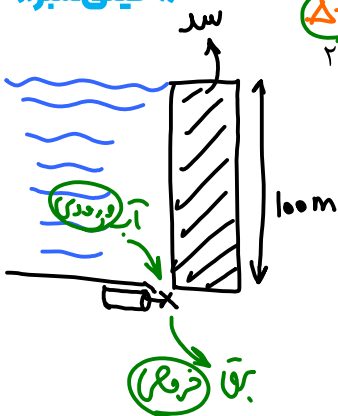
$$R_{A(B)} = \frac{m \times g \times 6}{100000} = 6 \times \frac{mg}{100000}$$

$$R_{A(A)} = \frac{2}{3} R_{A(B)}$$

کار مفید

**سوال:** ارتفاع یک سد ۱۰۰m است. توان الکتریکی مولدی که در پایین این سد قرار دارد، تقریباً برابر با ۲۰۰MW است. اگر ۸۰ درصد کار نیروی گرانش به انرژی الکتریکی تبدیل شود، در هر ثانیه چند متر مکعب آب باید روی پره های توربین ریخته شود؟ (g=۱۰N/kg و چگالی آب ۱g/cm<sup>۳</sup> است).

«خیلی سبز»



توان خروجی

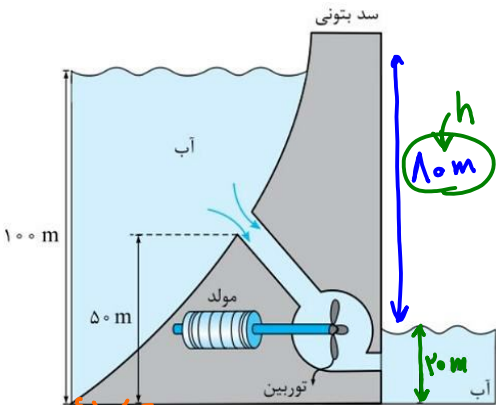
$$P_a = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان درونی}} \times 100 \Rightarrow 80 = \frac{200 \times 10^6}{\rho \times V \times g \times h} \times 100$$

$$\Rightarrow \rho V g h = 2500$$

$$\Rightarrow V = 250 \text{ m}^3$$

**سوال:** مطابق شکل، آب از پشت یک سد بتونی بر روی پره های توربین مولد الکتریسیته می ریزد و آن را می چرخاند. اگر ۷۵ درصد از کار نیروی وزن آب به انرژی الکتریکی تبدیل شود و در هر ثانیه ۲۵۰m<sup>۳</sup> آب بر روی توربین بریزد، توان الکتریکی خروجی مولد چند گیگاوات است؟ (g=۱۰N/kg و چگالی آب ۱g/cm<sup>۳</sup> است).

«خیلی سبز»



۲۰۰ (۲)

۱۵۰ (۳)

توان خروجی

$$P_a = \frac{\text{توان خروجی}}{\text{توان درونی}} \times 100 \Rightarrow 75 = \frac{P_{\text{خروجی}}}{\rho V g h} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{خروجی}} = 150 \times 10^6 \text{ W} = 150 \text{ GW}$$

توان درونی

$$P_{\text{دری}} = \rho V g h$$

## سوالات پیشرفته توان و بازده

**سوال:** در صورتی که بر روی یک خودرو موتور A نصب شود، این خودرو با شتاب ثابت  $a$  ظرف مدت  $t_A$  از حال سکون به تندی  $2v$  می‌رسد. اگر روی همین خودرو موتور B که هم جرم (هم جرم) موتور قبلی است نصب شود، این خودرو با شتاب ثابت  $3a$  ظرف مدت  $t_B$  تندی خود را از  $v$  به  $5v$  می‌رساند. توان موتور B چند برابر توان موتور A است؟ (از کلیه نیروهای اتلافی صرف نظر شود.)

رابطه توان:  $W_F = \frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)$  (تالیفی - پیشرفته)

۱)  $\frac{1}{9}$   
۲)  $\frac{1}{3}$   
۳)  $9$

A)  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{2v - 0}{t_A} \Rightarrow t_A = \frac{2v}{a}$

B)  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow 3a = \frac{5v - v}{t_B} \Rightarrow t_B = \frac{4v}{3a}$

$$\frac{P_B}{P_A} = \frac{\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)}{\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2)} \times \frac{t_A}{t_B} = \frac{2 \Delta v^2 - v^2}{5v^2 - 0} \times \frac{\frac{2v}{a}}{\frac{4v}{3a}} = \frac{2 \times 4v^2 - v^2}{5v^2} \times \frac{3}{2} = \frac{7v^2}{5v^2} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{10} \Rightarrow P_B = 2.1 P_A$$

**سوال:** دو آسانسور هم جرم A و B با اندازه شتاب  $a$  از حال سکون به ترتیب به سمت بالا و پایین حرکت می‌کنند. اگر توان متوسط موتور آسانسور A،  $50\%$  درصد بیشتر از توان متوسط موتور آسانسور B باشد، نسبت  $a/g$  کدام است؟ (g شتاب گرانش است.)

$P_A = P_B + \frac{50}{100} P_B = 1.5 P_B$

۱)  $0.1$  ۲)  $0.2$  ۳)  $0.4$  ۴) باید  $v$  معلوم باشد.

A)  $F_A - mg = ma \Rightarrow F_A = m(g+a)$

B)  $F_B - mg = -ma \Rightarrow F_B = m(g-a)$

$P_{av} = F \times v_{av}$   
 $\frac{P_A}{P_B} = \frac{F_A}{F_B} \times \frac{v_{av}(A)}{v_{av}(B)}$   
 $\frac{1.5 P_B}{P_B} = \frac{m(g+a)}{m(g-a)} \times \frac{v_{av}(A)}{v_{av}(B)}$   
 $1.5 = \frac{g+a}{g-a} \times \frac{v_{av}(A)}{v_{av}(B)}$   
 $\frac{v_{av}(A)}{v_{av}(B)} = \frac{1.5(g-a)}{g+a}$   
 از  $g = 5a$   $\Rightarrow \frac{a}{g} = \frac{1}{5}$

**سوال:** پمپ آبی مقدار  $2$  لیتر آب را با تندی ثابت  $v$  تا ارتفاع  $h$  بالا می‌برد. اگر همین پمپ، مقدار  $4$  لیتر روغن را با تندی ثابت  $v'$  تا ارتفاع  $h$  بالا ببرد، نسبت  $v'/v$  کدام است؟ (چگالی روغن)  $= \frac{5}{4}$  (چگالی آب)  $= \frac{1}{4}$  (جامع)

$P_{av} = \frac{W_{av}}{\Delta t} = \frac{mgh}{\Delta t} = \frac{\rho \cdot V \cdot g \cdot h}{\Delta t} = \rho \cdot v \cdot g \cdot v$  (سرعت)

$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\rho_2 v_2 \cdot g \cdot v_2}{\rho_1 v_1 \cdot g \cdot v_1} \Rightarrow 1 = \frac{5 \times 4 \times v_1}{4 \times 2 \times v} \Rightarrow \frac{v_1}{v} = \frac{5}{4}$

**سوال:** خودروهای A و B با توان برابر با تندی ثابت در حال حرکت به سوی مقصدی معین هستند. اگر نیروی اصطکاک بین خودروی A و سطح جاده،  $\frac{4}{5}$  برابر خودروی B باشد و مسافت بین مبدأ و مقصد را ۲۴ دقیقه زودتر از خودروی B طی کند، خودروی B این فاصله را در چند دقیقه طی خواهد کرد؟

**«تاج - پیشرفته»**

$f_{k(A)} = \frac{4}{5} f_{k(B)}$        $P_A = P_B$        $F_{net} = 0$

$A \rightarrow$        $t_A = t_B - 24$        $F_A = f_{k(A)}$       (۱)

$B \rightarrow$        $t_B = ?$        $F_B = f_{k(B)}$       (۲)

$\frac{P_A}{P_B} = \frac{F_A}{F_B} \times \frac{d_A}{d_B} \times \frac{t_B}{t_A} \Rightarrow 1 = \frac{f_{k(A)}}{f_{k(B)}} \times \frac{t_B}{t_B - 24} \Rightarrow 5t_B = 4(t_B - 24) \Rightarrow t_B = 120$  (دقیقه)

**سوال:** مطابق شکل، جسمی به جرم ۵ کیلوگرم تحت تاثیر نیروی F از حال سکون با شتاب  $1 \text{ m/s}^2$  به سمت بالای سطح شیبدار به حرکت در می آید. اگر نیروی اصطکاک در مقابل حرکت جسم برابر ۱۰N باشد و جسم در مدت زمان ۶s به اندازه ۱۸m روی سطح شیبدار بالا برود، در این مدت زمان، توان نیروی F چند برابر توان متوسط برآیند نیروهای وارد بر جسم است؟ (g = 10 N/kg و  $\sin 37^\circ = 0.6$ )

**«تاج جامع»**

$W_T = W_F + W_{mg} + W_{fk} + W_{FN} = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)$

$\sin 37^\circ = \frac{h}{18} \Rightarrow h = 10.8 \text{ m}$

$a = \frac{v_f - v_i}{\Delta t} \Rightarrow v_f = 4 \text{ m/s}$

$\frac{P_F}{P_T} = \frac{\frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) + mgh + f_k \cdot d}{\frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2)} \times \frac{4}{9} = \frac{\frac{1}{2} \times 5 \times (4^2 - 0^2) + 5 \times 10 \times 10.8 + 10 \times 18}{\frac{1}{2} \times 5 \times 16} = 9$

**سوال:** مصرف بنزین خودرویی که با سرعت ۹۰ km/h حرکت می کند، در هر ۱۰۰ کیلومتر، ۶ لیتر است. انرژی شیمیایی موجود در هر لیتر بنزین  $3.5 \times 10^7 \text{ J}$  است. اگر ۸۰ درصد انرژی ناشی از سوختن بنزین تلف شود، توان مفید این خودرو تقریباً چند اسب بخار است؟

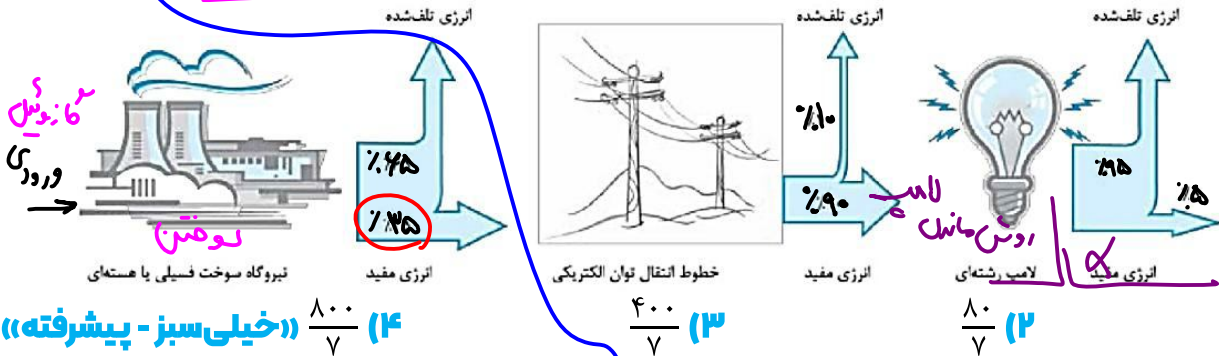
**«خیلی سبز - پیشرفته»**

|     |                     |         |        |        |       |
|-----|---------------------|---------|--------|--------|-------|
| km  | L                   | ۵۶ (۱۴) | ۲۸ (۳) | ۱۴ (۴) | ۷ (۱) |
| ۱۰۰ | ۶                   |         |        |        |       |
| ۹۰  | $x = 5.6 \text{ L}$ |         |        |        |       |

$P_{\text{مفید}} \approx 14 \text{ hp}$

$P_a = \frac{\text{توان مفید}}{\text{توان درون}} \times 100 \Rightarrow P_a = \frac{5.6 \times 2.5 \times 10^7}{3400} \times 100$

**سوال:** در یک نیروگاه سوخت فسیلی با سوختن هر لیتر گازوئیل حدود ۳۶ MJ انرژی گرمایی تولید می‌شود. با توجه به طرح‌واره زیر، برای اینکه یک لامپ رشته‌ای ۱۰۰ واتی در طول یک ماه، به طور میانگین در هر شبانه‌روز ۶ ساعت روشن بماند، چند لیتر گازوئیل باید در نیروگاه مصرف شود؟ (هر ماه را ۳۰ روز در نظر بگیرید.)



۱۴)  $\frac{100}{\eta}$  (خیلی سبز - پیشرفته)

۱۳)  $\frac{400}{\eta}$

۱۲)  $\frac{10}{\eta}$

۴۰٪

انرژی لامپ برابر انرژی ماژور است  
در زمان مصرف است

$$E = P \times t = 100 \times (30 \times 24 \times 3600) = 100 \times 30 \times 4 \times 3600$$

$$100 \times 30 \times 4 \times 3600 = 100 \times 30 \times 4 \times 3600 \Rightarrow \eta = \frac{40}{100}$$

**سوال:** توان مصرفی متوسط یک واحد صنعتی برابر ۱۲۰۰ kW و هر واحد مسکونی برابر ۵ kW است. توان مورد نیاز ۲۴۰۰ واحد مسکونی و تعدادی واحد صنعتی توسط یک نیروگاه گازی ۵۴ مگاواتی و یک نیروگاه برق آبی با بازده ۴۰٪ تامین می‌شود. اگر در نیروگاه برق آبی، در هر دقیقه ۱۸۰ تن آب از ارتفاع ۵۰۰ متری روی توربین‌ها بریزد، تعداد واحدهای صنعتی کدام است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ )

۱۱) ۲۰  
۱۲) ۳۰  
۱۳) ۴  
۱۴) ۵۰

توان مصرفی واحدهای صنعتی =  $2400 \times 5 + x \times 1200$

توان تولید شده (فردی) توسط نیروگاه‌ها =  $54 \times 10^6 + 180 \times 10^3 \times 10 \times 500$

توان مصرفی واحدهای صنعتی = توان تولید شده

$$2400 \times 5 + x \times 1200 = 54 \times 10^6 + 180 \times 10^3 \times 10 \times 500$$

$$\Rightarrow x = 40$$

**سوال:** یک پمپ الکتریکی آب داخل چاهی به عمق ۲۰ m را با آهنگ ۲ m/s به بالا آورده و با تندی ۱۰ m/s به بیرون پرتاب می‌کند. اگر بازده پمپ ۴۰ درصد باشد، توان مصرفی آن چند کیلووات است؟ ( $g = 10 \text{ N/kg}$ ) و چگالی آب  $1000 \text{ kg/m}^3$  (۱ g/cm<sup>3</sup> است.)

۱۲) ۲۵۰  
۱۳) ۱۰۰  
۱۴) ۱۲۵۰

توان مفید =  $\frac{1}{2} m (v_2^2 - v_1^2) + mgh$

توان مصرفی =  $\frac{W}{t}$

بازده =  $\frac{\text{توان مفید}}{\text{توان مصرفی}} \times 100$

$$40 = \frac{\frac{1}{2} \rho V (v_2^2 - v_1^2) + \rho V g h}{P_{\text{مصرفی}}} \times 100$$

$$\Rightarrow P_{\text{مصرفی}} = 1250 \text{ W} = 1.25 \text{ kW}$$

**سوال:** اتومبیلی در یک جاده صاف، با سرعت  $50 \text{ km/h}$  حرکت می کند در این شرایط توان موتور اتومبیل  $20 \text{ kW}$  است. و به ازای هر کیلومتر،  $0.2$  لیتر بنزین مصرف می شود. اگر انرژی شیمیایی تولیدی بنزین به ازای هر کیلوگرم،  $5 \times 10^7 \text{ J}$  و چگالی بنزین  $800 \text{ kg/m}^3$  باشد، بازده موتور اتومبیل چند درصد است؟

«خیلی سبز - سری Z»

۹۰ (۱۴)      ۳۶ (۱۳)      ۱۸ (۱۲)      ۹ (۱۱)

|    |               |
|----|---------------|
| km | L             |
| ۱  | ۰.۲           |
| ۵۰ | $x = 10L = 2$ |

سرین  $\rightarrow$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow m = 800 \times 10 \times 10^{-3} = 8 \text{ kg}$$

توان گرمایی (مفید) بازده =  $\frac{\text{توان گرمایی مفید}}{\text{توان ورودی}} \times 100 = \frac{2 \times 34}{1 \times 5 \times 10^7} \times 100 = \frac{2 \times 34}{1 \times 5} = 13.6\%$

توان ورودی =  $1 \times 5 \times 10^7$       ۳۴۰۰      ۳۴

۱۸٪