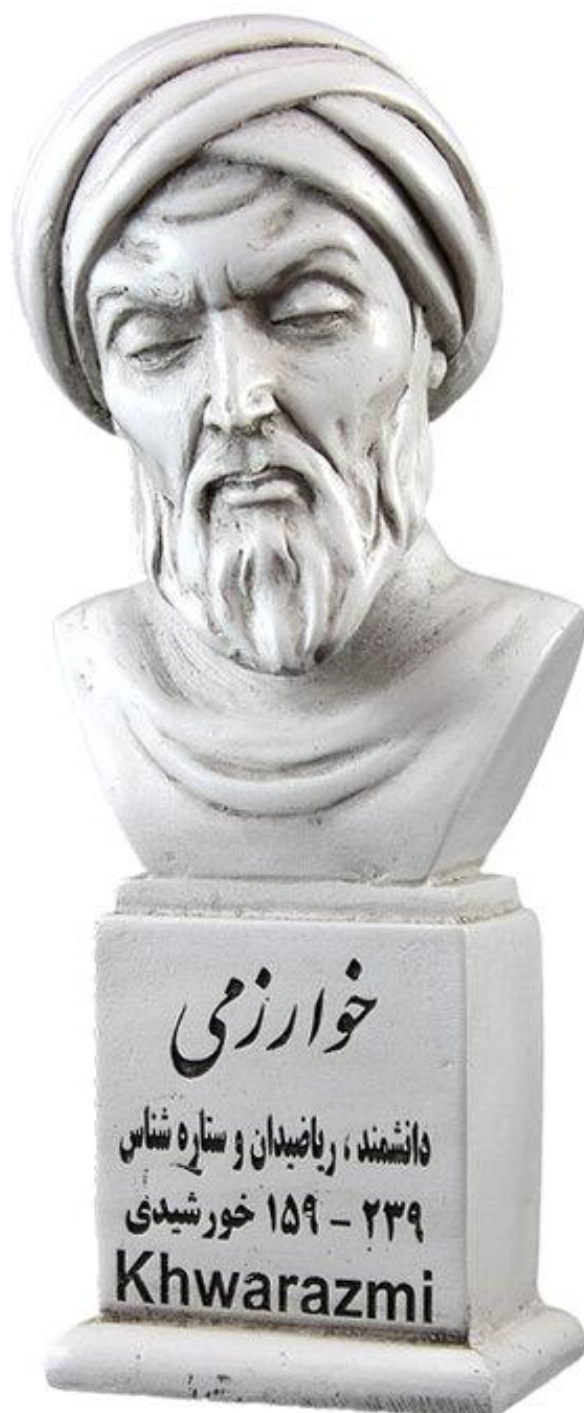


معادله و نامعادله

فصل ۴ ریاضی دهم



برای استفاده از جزوات خام و دستنویس و همچنین فیلم‌های آموزشی به صورت رایگان از سایت جشان آکادمی (jashan-academy.ir) اقدام کنید و حتماً در کانال تلگرام یا روبیکای ما با آدرس [@tajrobil.jashani](https://t.me/tajrobil.jashani) عضویت داشته باشید.

بسم الله الرحمن الرحيم

فصل ۴: معادله و نامعادله

درسنامه ۱: معادله درجه دوم

هر معادله‌ای که به صورت $ax^2 + bx + c = 0$ باشد را معادله درجه دوم می‌گوییم. در این معادله a ، b و c سه عدد حقیقی هستند و $a \neq 0$ است.

حل معادله: منظور پیدا کردن x ها یا جواب‌هایی است که به ازای آن سمت چپ مساوی، برابر صفر شود (یا در آن صدق کند). مثل:

انواع روش حل معادله درجه دوم

۱- تکنیک ضرایب (معادله‌های خاص): یعنی دقت به ضرایب a ، b و c در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ ؛ دو حالت داریم:

(الف) اگر $a+b+c=0$: باشند؛ ریشه‌ها برابر و خواهند بود.
(ب) اگر $a+c=b$: باشند؛ ریشه‌ها برابر و خواهند بود.

سوال: معادله‌های درجه دوم زیر را به روش تکنیک ضرایب حل کنید:

$$3x^2 + 5x - 8 = 0$$

$$4x^2 - 5x + 1 = 0$$

$$x^2 + x - 2 = 0$$

$$(\sqrt{2}-1)x^2 + (\sqrt{2}+1)x - 2\sqrt{2} = 0$$

$$(\sin^2 \alpha)x^2 + (\cos^2 \alpha)x - (\tan \alpha \times \cot \alpha) = 0$$

نکته: معادله درجه دوم حداکثر دو جواب دارد (یعنی دو تا، یا یکی یا هیچی!). به جواب‌های معادله درجه دوم، ریشه‌های آن نیز می‌گویند.

۲- روش ریشه گیری: در صورتی که بتوان یک معادله را به فرم «عدد ثابت x^2 » رساند، می‌توان با جذر گرفتن از دو طرف، آن را حل کرد. مثال:

سوال: ریشه کوچک‌تر در معادله $x^2 - 1 = 0$ کدام است؟

$A = 0$	$A < 0$	$A > 0$	روش ریشه‌گیری
			$x^2 = A$

نکته: به دنبال جذر گرفتن از $U^2 = V^2$ حاصل به صورت می‌شود.

۳- روش تجزیه: این روش برای بسیاری از معادله‌های درجه دوم جواب می‌دهد. در این روش که با کمک اتحادها انجام می‌شود، در معادله $x^2 + nx + m = 0$ کافی است بفهمیم جمع کدام دو عدد n و ضربشان m خواهد شد. آن دو عدد را پیدا کرده (مثلاً اعداد α و β) و در $(x+\beta)(x+\alpha) = 0$ قرار داده و با مساوی صفر قرار دادن پرانتزها، به صورت جدا ریشه‌ها را پیدا می‌کنیم ($x = \dots\dots\dots$ و $x = \dots\dots\dots$).

سوال: معادله‌های زیر را به روش تجزیه حل کنید.

 $x^2 - 4x - 5 = 0$

 $2x^2 + 6x - 8 = 0$

 $x^2 - 20x + 51 = 0$

 $4x^2 - 8x - 12 = 0$

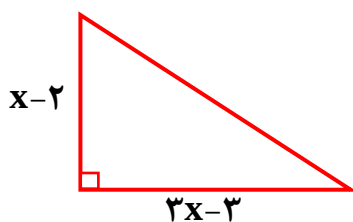
سوال: در صورت ناقص بودن معادله درجه دوم، چگونه آن را حل کنیم؟
الف) اگر $b=0$ باشد.

 $4x^2 - 28 = 0$

ب) اگر $c=0$ باشد.

 $ax^2 + bx = 0$

سوال: مساحت مثلث قائم الزاویه مقابل ۳ واحد مربع است. x چه مقدار یا مقادیری می تواند داشته باشد؟



۴- روش روسی (ac): اگر ضریب x^2 یا همان a برابر یک نباشد ($a \neq 1$)، در این حالت می توان a را از پشت x^2 برداشت و در c ضرب کرد و پس از حل معادله در انتها جواب ها را بر a تقسیم کرد.

سوال: معادله های زیر را به روش روسی حل کنید.

 $5x^2 - 9x - 2 = 0$

 $2x^2 + 7x + 3 = 0$

 $3x^2 - 11x + 6 = 0$

۵- روش مربع کامل: برای همۀ معادله‌های درجۀ دوم می‌توان از آن استفاده کرد.

 $2x^2 + 4x - 5 = 0$

نکته: مراحل انجام این روش:

(۱) عدد تنها به سمت دیگر مساوی ببرید (سمت راست مساوی):

(۲) دو طرف مساوی را بر ضریب x^2 تقسیم کنید:

(۳) ضریب x را نصف کرده، به توان ۲ برسانید و به دو طرف مساوی اضافه کنید:

(۴) سمت چپ مساوی را به یک اتحاد مربع دو جمله‌ای به صورت $(x + x)^2$ (نصف ضریب $x + x$) تبدیل کنید:

(۵) معادله را به روش ریشه‌گیری حل کنید:

سوال: معادله‌های زیر را به روش مربع کامل حل کنید:

 $x^2 + bx - \frac{3b^2}{4} = 0$

 $-3x^2 - 2x + 8 = 0$

 $ax^2 + bx + c = 0$

نکته: اگر معادله را به روش مربع کامل حل کنیم تا به صورت $(x + \frac{b}{2a})^2 = \frac{\Delta}{4a^2}$ تبدیل شود (ضریب x داخل پرانتز باید یک باشد)، عددی که به دو طرف مساوی اضافه می‌کنیم $\frac{b^2}{4a^2}$ است و عددی که باید از آن جذر بگیریم $\frac{\Delta}{4a^2}$ خواهد بود.

سوال: در معادله $x^2 + x - 2 = 0$ به روش مربع کامل، از چه عددی در سمت راست مساوی جذر می‌گیریم؟

سوال: در حل معادله $x^2 - 25x + 6 = 0$ به روش مربع کامل، چه عددی را باید به دو طرف تساوی اضافه کنیم؟

سوال: برای حل معادله $x^2 + 3x - 2 = 0$ به روش مربع کامل کردن، آن را به شکل $(x + a)^2 = b + 2$ نوشته‌ایم. مقدار $a + b$ کدام است؟

«مهرماه»

۳/۷۵ (۴)

۳/۵ (۳)

۴/۵ (۲)

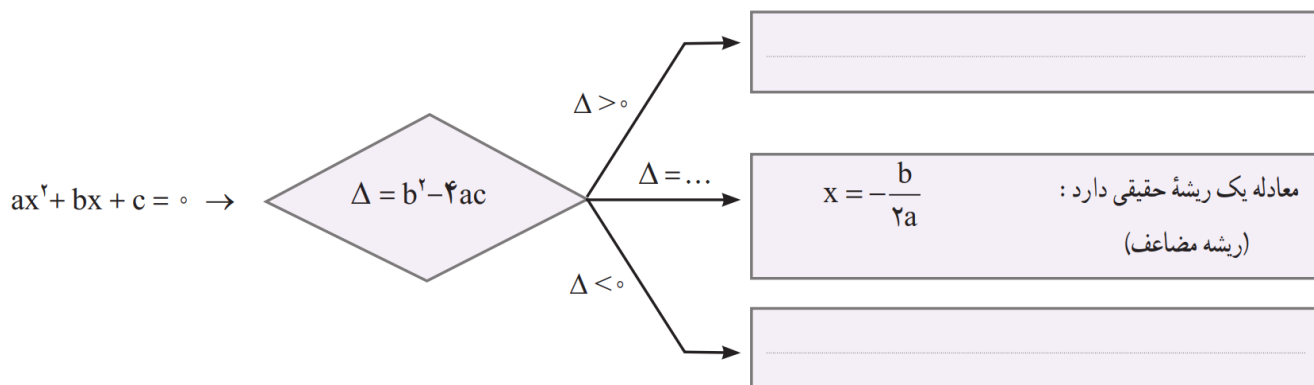
۴/۷۵ (۱)

۶- روش فرمول کلی (یا روش دلتا): برای حل همه معادله‌های درجه دوم جواب می‌دهد و برگرفته از روش مربع کامل است.

روش حل: در حل معادله $ax^2 + bx + c = 0$:

(۱) ابتدا Δ راه پیدا می‌کنیم:

(۲) در صورتی که Δ منفی نباشد، مقدار ریشه‌ها را پیدا می‌کنیم:



سوال: معادله‌های زیر را به روش فرمول کلی حل کنید:

 $2x^2 - 5x + 3 = 0$

 $7x^2 = 3x + 4$

 $3x(x - 6) = -27$

 $-2x^2 + 2x - 3 = 0$

تکنیک: اگر در یک معادله درجه دوم، b بر ۲ بخش پذیر باشد، می‌توان اینجوری حل کرد (روش Δ')

سوال: معادله $x^2 - 4x + 1 = 0$ را به روش Δ' حل کنید:

نکته: اگر a و c مختلف‌العلامت باشند ($a \cdot c < 0$)، چون $\Delta > 0$ می‌شود، قطعاً معادله دو ریشه متمایز خواهد داشت. برعکس این نکته لزوماً درست نیست! یعنی ممکن است a و c هم‌علامت باشند اما باز هم $\Delta > 0$ شود.

سوال: اگر معادله درجه دوم $x^2 + x + a = 0$ ریشه حقیقی داشته باشد، حدود a کدام است؟

«هیکرو»

$$a \geq \frac{-1}{4} \quad (4)$$

$$a \leq \frac{1}{4} \quad (3)$$

$$a > \frac{-1}{4} \quad (2)$$

$$a < \frac{1}{4} \quad (1)$$

سوال: اگر معادله $x^2 - (2m-1)x + 3 = 0$ ، تنها یک جواب داشته باشد، مجموع مقادیر m کدام است؟

سوال: اگر معادله $(x+3)(x^2 + 2x - a) = 0$ تنها یک ریشه داشته باشد، a کدام مقدار زیر می‌تواند باشد؟

«هیکرو»

$$3 \quad (4)$$

$$2 \quad (3)$$

$$-1 \quad (2)$$

$$1 \quad (1)$$

سوال: اگر معادله $x^2 + (m+1)x + 4 = 0$ فقط یک جواب داشته باشد، آن جواب را بیابید.

«مهر و ماه»

سوال: ریشه مضاعف معادله $x^2 - (2m+3)x + m^2 = 0$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

سوال: اگر معادله $(x+4)(2x+m)=0$ جواب مضاعف داشته باشد، مقدار m را بیابید.

نکته: در هر معادله‌ای و با هر درجه‌ای که داشته باشیم، اگر مجموع همه ضرایب برابر صفر شود حتماً یکی از ریشه‌های معادله برابر $x=1$ است. در این صورت برای پیدا کردن بقیه ریشه‌ها عبارت را بر $x-1$ تقسیم می‌کنیم.

«تالیفی»

سوال: در معادله $x^3 - 4x^2 + 2x - 1 = 0$ ، مجموع ریشه‌ها (ها) چند است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

نکته: برای افزایش سرعت در حل روش کلی، حفظ این اعداد فراموش نشود:

عدد	۲۰	۱۹	۱۸	۱۷	۱۶	۱۵	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰
مجموع	۴۰۰	۳۶۱	۳۲۴	۲۸۹	۲۵۶	۲۲۵	۱۹۶	۱۶۹	۱۴۴	۱۲۱	۱۰۰

تذکر: در سوالاتی که مثلاً باید حدود m را طوری مشخص کنیم که ...، حتماً در آخر Δ را چک کنید.

نکته: وقتی در سوال ذکر شود:

(۱) معادله دو ریشه حقیقی داشته باشد یعنی $\Delta \geq 0$

(۲) معادله دو ریشه حقیقی متمایز داشته باشد یعنی $\Delta > 0$

نکته: ریشه‌های هر معادله در خود معادله صدق می‌کنند.

سوال: اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $4x^2 + 2x - 3 = 0$ باشند، حاصل عبارت $(4x_1^2 + 2x_1 + 2)(4x_2^2 + 2x_2)$ را بیابید.

نکته: اگر ریشه‌های یک معادله درجه دوم α و β باشند، آن معادله به شکل $(x - \alpha)(x - \beta) = 0$ یا ضریبی از آن است و اگر α ریشه مضاعف یک معادله درجه دوم باشد، آن معادله به شکل $(x - \alpha)^2 = 0$ یا ضریبی از آن است.

سوال: مقادیر m و n را طوری بیابید که $x = 4$ و $x = -6$ ریشه‌های معادله درجه دوم $3x^2 + mx + n = 0$ باشند.

سوال: معادله درجه دومی بنویسید که ریشه‌های آن $x_1 = \frac{3 + \sqrt{2}}{4}$ و $x_2 = \frac{3 - \sqrt{2}}{4}$ باشد.

سوال: جواب‌های کدام معادله مساوی $\frac{1 \pm \sqrt{3}}{2}$ هستند؟

کاربرد معادلات درجه دوم

بعضی مواقع سوالات جوری پرسیده می شوند که مجبوریم از آن ها معادله درجه دوم بسازیم و حل کنیم.

سوال: اختلاف سنی دو برادر ۴ سال است. اگر ۴ سال دیگر حاصل ضرب سن آن ها ۶۰ شود، سن هر کدام چند است؟

سوال: می خواهیم وسط زمینی مستطیلی شکل، باغچه ای مستطیلی شکل به ابعاد ۱۰ در ۱۵ متر درست کنیم. کناره های باغچه از لبه های زمین فاصله برابر دارند. اگر مساحت باغچه $\frac{25}{34}$ مساحت زمین باشد، کناره های باغچه از لبه های کناری زمین چقدر فاصله دارد؟

«قلم چی»

۲/۵ (۴)

۲ (۳)

۱/۵ (۲)

۱ (۱)

سوال: خط به معادله $y=2x+2$ از چند نقطه متمایز عبور می کند که عرض نقطه از مربع طول آن یک واحد کمتر

«تالیفی»

باشد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۴ (۲)

۱ (صفر)

تکنیک تغییر متغیر

سوال: معادله $x^2 - 3\sqrt{x} - 10 = 0$ را حل کنید.

«تالیفی»

سوال: معادله $(x^2 + 2x)^2 - 2(x^2 + 2x) - 3 = 0$ چند ریشه حقیقی متمایز دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

«مهر و ماه»

سوال: معادله $x^4 - 2\sqrt{3}x^2 - 6 = 0$ چند ریشه حقیقی دارد؟

۴ (۴) صفر

۴ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سوال: می‌خواهیم با بریدن چهار مربع کوچک به ضلع ۲ سانتی‌متر در گوشه‌های یک صفحه مربعی بزرگ‌تر و با تا

کردن آن، مکعبی به حجم ۵۰ سانتی‌متر مکعب درست کنیم. ضلع صفحه مربعی باید چند سانتی‌متر باشد؟

«تالیفی»

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

روش تشریحی:

روش تستی: تنها در صورتی که هر دو مربع باشند کاربرد دارد.

سوال: می‌خواهیم دورتادور یک واحد مسکونی مستطیلی شکل به مساحت ۲۰۰ متر مربع را توسط یک لایه سیم

«تالیفی»

خاردار ۶۶ متری محافظت کنیم. عرض این واحد مسکونی چند متر کمتر از طول آن است؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)

روش تشریحی:

روش تستی:

سوال: در یک لیگ فوتبال در دور رفت مسابقات ۶۶ بازی انجام شده است. تعداد تیم‌های این لیگ چند تا است؟

«تالیفی»

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

«تالیفی»

سوال: در لیگ برتر فوتبال کشور ایران با ۱۶ تیم، در کل فصل چند بازی انجام می‌شود؟

۴۴۰ (۴)

۴۸۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۲۸۰ (۱)

آزمون تستی روش‌های حل معادلات درجه ۲

«قلم‌چی»

سوال: اگر $x=2$ تنها جواب معادله $x^2 + (n-2)x + (m+1) = 0$ باشد، حاصل $n+m$ چند است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

سوال: به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، معادله درجه دو $(2m-1)x^2 + 6x + m-2 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی

متمايز است؟

«تجربی ۹۸»

- (۱) $\{-2, 2/5\}$ (۲) $\{-2, 3/5\}$ (۳) $\{-1, 3/5\}$ (۴) $\{-1, 2/5\}$

سوال: به ازای کدام مقدار m ، نمودار تابع $y = 2x^2 + (m+1)x + m+6$ بر نیمساز ناحیه اول محورهای مختصات

مماس است؟

«کنکور تجربی»

- (۱) -4 (۲) 4 و -12 (۳) -4 و 12 (۴) 12

سوال: به ازای چند مقدار صحیح m معادله $(m-3)x^2 + 2x + m + 3 = 0$ دارای دو ریشه حقیقی متمایز است؟

«نردبام»

- (۱) 4 (۲) 5 (۳) 6 (۴) 7

سوال: اگر مجموع مربعات دو عدد طبیعی فرد متوالی برابر 130 باشد، حاصل جمع آن دو عدد چند است؟

«تالیفی»

- (۱) 16 (۲) 24 (۳) 20 (۴) 28

سوال: اگر $x=1$ یکی از ریشه‌های معادله $(3m-2)x - 4 = (m^2-2m)x^2 + 4$ باشد، ریشه دیگر آن چند است؟

«تالیفی»

- (۱) $-\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{2}{5}$ (۳) $\frac{4}{15}$ (۴) $-\frac{4}{15}$

سوال: اگر ریشه‌های معادله $a(x+b)(x+c)=0$ اعضای مجموعه $\{2,3\}$ باشند و عرض از مبدأ آن ۱۲- باشد، وضعیت

«تالیفی»

معادله $ax^2+bx+c=0$ چگونه است؟ ($b>c$)

- (۱) ریشه ندارد. (۲) دو ریشه متمایز دارد.
(۳) یک ریشه مضاعف مثبت دارد. (۴) یک ریشه مضاعف غیرمثبت دارد.

سوال: کدام گزینه در مورد وضعیت ریشه‌های معادله $(m^2+\frac{2}{m})x^2-4mx-(m^2+1)=0$ درست است؟ «تالیفی»

- (۱) دو ریشه متمایز دارد. (۲) یک ریشه حقیقی دارد.
(۳) یک ریشه مضاعف دارد. (۴) ریشه ندارد.

سوال: به ازای کدام مقدار b ، عبارت درجه دوم $3x^2+2bx+\frac{15}{4}=0$ یک مربع کامل می‌شود؟ «تالیفی»

- (۱) $3\sqrt{10}$ (۲) $\sqrt{10}$ (۳) $-\frac{3\sqrt{10}}{2}$ (۴) $-\frac{3\sqrt{5}}{2}$

سوال: اگر قدرمطلق تفاضل جواب‌های معادله $(x-2)^2=(k-1)^4$ برابر ۸ باشد، آنگاه حاصل ضرب مقادیر مختلف k

«قلم‌چی»

کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴) -۱۶

سوال: به ازای کدام مقادیر m ، تفاضل ریشه‌های معادله $x^2+(3m-1)x+2m^2=1$ برابر صفر است؟ «تالیفی»

- (۱) ۵ و ۱ (۲) -۵ و -۱ (۳) ۴ و ۲ (۴) ۲ و -۴

سوال: اگر a ، b و c جملات متوالی دنباله هندسی باشند، آن گاه $y = ax^2 + 2bx + c$ محور طول ها را در چند نقطه قطع می کند؟

«قلم چی»

- (۱) ۲ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۳

سوال: در یک مثلث قائم الزاویه با اضلاع x ، $2x+2$ و $2x+3$ ، طول میانه وارد بر ضلع متوسط چند است؟

«تالیفی»

- (۱) $\sqrt{60}$ (۲) $\sqrt{59}$ (۳) $\sqrt{61}$ (۴) $\sqrt{58}$

سوال: کدام عبارت قابل تجزیه به حاصل ضرب دو عامل درجه اول نیست؟

«مهر و ماه»

- (۱) $x^2 - 3x - 10$ (۲) $4x^2 - 10x + 8$ (۳) $x^2 - 11x + 10$ (۴) $4x^2 + 3x - 1$

سوال: اگر $(x^3 - 8)^{60} + (3x - y^2 + 19)^{70} = 0$ باشد، مقادیر ممکن برای y چقدر با هم اختلاف دارند؟

«تالیفی»

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۱۴ (۴) ۱۰

سوال: اگر معادله $(2x - a)(x^2 + 5x - 14) = 0$ جواب مضاعف داشته باشد، حاصل جمع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

«IQ دهم»

- (۱) ۱۰ (۲) -۱۰ (۳) ۱۸ (۴) -۱۸

سوال: اگر $x^2 - (1 + \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 0$ باشد، حاصل $|\sqrt{x_1} - \sqrt{x_2}| + \sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ کدام است؟ (x_1 و x_2 ریشه‌های معادله هستند.)

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) $\sqrt[4]{3}$ «مهرماه»

سوال: به ازای چند عدد صحیح m ، معادله $(x^2 - x - 2)(x^2 - mx + m) = 0$ فقط دو جواب دارد؟ «IQ دهم»

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

سوال: به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، سهمی به معادله $y = (1 - m)x^2 + 2(m - 3)x - 1$ ، همواره پایین محور x ها است؟

- (۱) $1 < m < 5$ (۲) $2 < m < 5$ (۳) $2 < m < 4$ (۴) $2 < m < 6$ «تجربی ۹۸»

سوال: اگر α و β ریشه‌های معادله $3x^2 + 2x - 2 = 0$ باشند، حاصل $\frac{3\alpha^2 + 2\alpha + 1}{6\beta^2 + 4\beta - 3}$ کدام است؟ «IQ دهم»

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

سوال: معادله‌های $x^2 + 6x + m = 0$ و $x^2 + 2x - 3m = 0$ یک ریشه مشترک غیر صفر دارند. اختلاف ریشه‌های غیر

مشترک کدام است؟ «تجربی ۱۴.۱»

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۷

سوال: به ازای چند مقدار a ، دو معادله $x^2 + x - a = 0$ و $x^2 + 3x + a = 0$ جواب مشترک دارند؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳ «IQ دهم - پیشرفته»

سوال: حاصل ضرب جواب‌های حقیقی معادله $0 = 19 - 3x^2 - (x^2 + 3)^2$ چند است؟ «تالیفی - پیشرفته»

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۴ (۴) -۴

سوال: حاصل ضرب دو عدد طبیعی متوالی و مضرب ۴، از حاصل جمع مربعات آن‌ها ۱۱۲ واحد کمتر است. حاصل

جمع این دو عدد چند است؟ «تالیفی»

- (۱) ۲۰ (۲) ۱۲ (۳) ۲۸ (۴) ۳۶

سوال: n نفر یک سالن فوتبال را اجاره کرده‌اند و سهم هر یک از آن‌ها $n+8$ هزار تومان شده است. اگر ۲ نفر به

آن‌ها اضافه شود، سهم هر یک ۱۵ هزار تومان می‌شود. اجاره سالن چند هزار تومان است؟ «نردبام»

- (۱) ۱۵۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۲۱۰ (۴) ۲۴۰

سوال: مجموع مربعات سه عدد طبیعی و زوج متوالی، از ۳۰ برابر عدد بزرگ‌تر، ۲۰ واحد بیشتر است. مجموع سه عدد کدام است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۶ (۴) ۴۸ «IQ دهم»

سوال: طول یک کاشی از ۴ برابر عرض آن یک واحد کم تر است. برای کاشی کردن یک دیوار به مساحت ۹۹ متر مربع، ۳۰۰۰۰ کاشی استفاده شده است. اختلاف طول و عرض کاشی چند سانتی متر است؟

«نردبام»

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

برترین سوالات میکرو قرن دهم

به ازای کدام مقادیر x دو عدد x و $4x+3$ معکوس یک دیگر هستند؟

$-\frac{1}{4}$ و -1

$\frac{1}{4}$ و 1

$-\frac{1}{4}$ و 1

$-\frac{1}{4}$ و 1

در معادله $x^2 = x \sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ ، مجموع ریشه ها کدام است؟

$-\sin^2 \theta$

$-\cos^2 \theta$

$\sin^2 \theta$

$\cos^2 \theta$

اگر معادله $2x^2 + x - 2 = 0$ را به صورت $(x+a)^2 = b$ بنویسیم، $\frac{b}{a}$ کدام است؟

$4/5$

$4/25$

$3/5$

$3/25$

اگر a, b, c سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، در مورد ریشه های معادله $ax^2 + bx + c = 0$ کدام گزینه درست است؟ ($a, b, c \neq 0$)

ریشه حقیقی ندارد.

یک ریشه حقیقی دارد.

یک ریشه مضاعف دارد.

دو ریشه حقیقی دارد.

بهازای کدام مقدار m ، معادله $mx^2 - 8x + 2m - 4 = 0$ دو ریشه مثبت برابر دارد؟

۴-۲

۴

۵-۲

۴، -۲

عددی از معکوس خودش ۲ واحد بیشتر است، آن عدد کدام است؟

۱+√۲

-۲+√۵

-۱+√۳

۲-√۳

جمع‌بندی نکات درسنامه ۱

تجزیه: وقتی ضریب x^2 مساوی ۱ بوده و ریشه‌ها صحیح باشند: $x^2 + mx + n = 0 \Rightarrow (x + \text{ضربش } n)(x + \text{ضربش } m) = 0$

$$\frac{b^2}{4a^2}$$

عددی که می‌توانیم اضافه کنیم:

مربع کامل:

$$\frac{\Delta}{4a^2}$$

عددی که در سمت راست از آن جذر می‌گیریم:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} : \Delta > 0$$

$$x = \frac{-b}{2a} : \Delta = 0$$

ریشه‌ها

روش‌های حل معادله‌ی
درجه‌ی دوم $ax^2 + bx + c = 0$

$$\Delta = b^2 - 4ac : \Delta \text{ روش}$$

$\Delta > 0$: دو ریشه‌ی حقیقی متمایز دارد.
 $\Delta = 0$: یک ریشه‌ی مضاعف دارد.
 $\Delta < 0$: ریشه‌ی حقیقی ندارد.

تعداد ریشه‌ها

$$a + b + c = 0 \rightarrow 1 \text{ و } \frac{c}{a}$$

جمع ضرایب، مساوی صفر بشود ریشه‌ها

$$a + c = b \rightarrow -1 \text{ و } -\frac{c}{a}$$

ضریب x^2 + عدد ثابت = ضریب x ریشه‌ها

حالت‌های خاص

$$-\frac{b}{a} \text{ و } 0$$

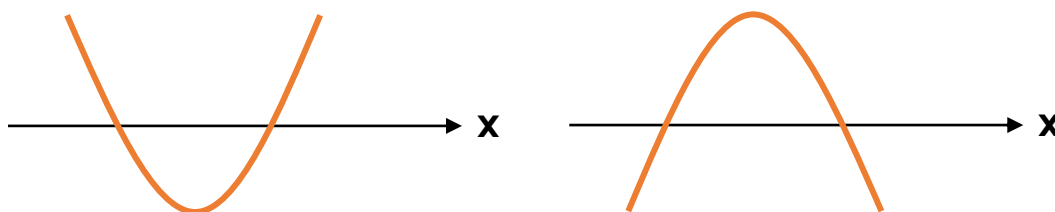
عدد ثابت ندارد: فاکتور بگیر: $ax^2 + bx = 0 \Rightarrow x(ax + b) = 0$ ریشه‌ها

درسنامه ۲: آشنایی با نمودار تابع درجه دوم (سهمی)



هر تابع به فرم $y = ax^2 + bx + c$ را که در آن a ، b و c عدد حقیقی باشند و $a \neq 0$ را تابع درجه دوم می‌گویند. نمودار این تابع را سهمی می‌نامیم.

سوال: تاثیر علامت a (ضریب x^2) را بر سهمی مشخص کنید:



نکته: سهمی دارای تقارن است و محور تقارن دقیقاً از رأس سهمی (نقطه S) عبور می‌کند و آن را به دو نیمه متقارن تبدیل می‌کند. پس می‌توان گفت که محور تقارن خطی عمودی با معادله است.

سوال: در تابع درجه دوم $y = ax^2 + bx + c$ مختصات رأس سهمی به صورت (x_s, y_s) است. آن را مشخص کنید.

نکته: پس می‌توان مختصات رأس سهمی را به این صورت (..... ,) خلاصه کرد.

نکته: اگر $a > 0$ باشد، سهمی دارای است و دهانه آن به سمت است و اگر $a < 0$ باشد، سهمی دارای است و دهانه آن به سمت است.

نکته: در تابع درجه دوم، عدد تنها (همان c) عرض از مبدأ (یعنی محل برخورد منحنی با محور y) است.

نکته: در تابع درجه دوم محل برخورد با محور x ها، همان ریشه ها هستند که به آن ها صفرهای تابع درجه دوم نیز می گوید. برای به دست آوردن آن ها کافی است معادله $y=0$ را حل کرد که سه حالت رخ می دهد:

۱- اگر >0 باشد: در این صورت سهمی در نقطه محور x ها را قطع می کند (..... ریشه دارد).

۲- اگر $=0$ باشد: در این صورت سهمی در نقطه بر محور x ها مماس است (همان ریشه مضاعف $x=.....$).

۳- اگر <0 باشد: در این صورت سهمی با محور برخورد نمی کند (بدون ریشه).

سوال: اثر علامت Δ را همزمان بر سهمی بررسی کنید:

الف) اگر $\Delta > 0$ باشد:

_____ $\rightarrow x$ _____ $\rightarrow x$

ب) اگر $\Delta = 0$ باشد:

_____ $\rightarrow x$ _____ $\rightarrow x$

پ) اگر $\Delta < 0$ باشد:

_____ $\rightarrow x$ _____ $\rightarrow x$

نکته: نقاطی که با فاصله برابر از دو طرف رأس سهمی، روی سهمی قرار دارند، عرض برابر دارند.

سوال: اگر دو نقطه (x_1, y_1) و (x_2, y_2) در فاصله برابر از دو طرف رأس سهمی، روی سهمی قرار داشته باشند؛ مطلوب است:

الف) معادله خط محور تقارن سهمی:

ب) رابطه y_1 و y_2 نسبت به هم:

سوال: دو نقطه به مختصات $(-2, 5)$ و $(6, 5)$ روی یک سهمی قرار دارند. اگر ضابطه این سهمی $y = ax^2 + 4x + 3$ باشد، مختصات رأس آن را بنویسید:

نکته: در صورتی که در یک سهمی $\Delta > 0$ باشد، ریشه‌ها α و β باشند، x_s یا محور تقارن میانگین ریشه‌هاست. یعنی:

سوال: نقاط $(3, -4)$ و $(-1/5, -4)$ روی یک تابع درجه دوم واقع هستند. مجموع صفرهای این تابع کدام است؟

«ریاضی ۱۴.۳»

$\frac{5}{4}$ (۴)

$\frac{5}{2}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

نکته: اگر x_s و y_s به ترتیب طول و عرض رأس سهمی باشند، خود سهمی خواهد بود. توجه شود که a ضریب x^2 در فرمول نهایی است.

سوال: در سهمی‌های زیر، مختصات رأس سهمی، Max یا Min دار بودن سهمی و عرض از مبدأ آن‌ها را مشخص کنید:

 $y = -3x - 2x^2 + 6$

 $y = x^2 - 4x + 3$

 $y = 2(x+1)^2 - 3$

 $y = -(x-1)^2 + 6$

 $y = 5(x+4)^2$

 $y = -2(2x-1)^2 + 4$

 $y = 3(3-x)^2 + 11$

 $y = 2x^2 + 7$

 $y = 5(2x+1)(x-3)$

 $y = -3(x+2)(x-4)$

سوال: مقدار a را طوری بیابید که ماکزیمم مقدار سهمی $y = ax^2 + 2\sqrt{3}x + a$ برابر با -2 باشد.

سوال: فوتبالیستی توپی را شوت کرده و معادله مسیر حرکت این توپ یک تابع درجه دو با ضابطه $y = -\frac{1}{4}x^2 + x$ است (x مسافت افقی و y مسافت عمودی طی شده توسط توپ در هر لحظه است). مسافت افقی طی شده توسط توپ، چند برابر حداکثر ارتفاع توپ است؟

«IQ»

نوشتن معادله سهمی

۱- اگر مختصات رأس سهمی را بدهند: اگر x_s و y_s به ترتیب طول و عرض رأس سهمی باشد و a همان ضریب x^2 باشد، داریم:

۲- اگر نقاط تلاقی سهمی با محور x ها را بدهند (ریشه ها): اگر x_1 و x_2 ریشه ها باشند و a همان ضریب x^2 باشد، داریم:

۳- اگر سه نقطه روی سهمی را بدهند: هر سه را در سهمی صدق داده و با حل سه معادله، سه پارامتر a ، b و c را پیدا کرده و داریم:

سوال: نقاط $(-1, 6)$ ، $(1, 4)$ و $(2, 9)$ روی یک سهمی قرار دارند. معادله این سهمی را بنویسید و مختصات رأس آن را پیدا کنید:

سوال: یک سهمی از نقطه $(1, 4)$ عبور می کند و نقطه $(-1, -4)$ نشان دهنده رأس آن است. معادله این سهمی را بیابید.

سوال: یک سهمی با رأس $(-2, 6)$ و عرض از مبدأ -2 ، با چه عرضی از نقطه $x = -1$ عبور می کند؟

سوال: معادله یک سهمی را بنویسید که در نقطه $x=2$ بر محور x مماس بوده و محور عمودی را در نقطه‌ای با عرض $+6$ قطع می‌کند.

سوال: معادله سهمی‌ای را بنویسید که در نقاط -4 و $+2$ محور طول‌ها را قطع کرده و عرض بالاترین نقطه آن روی خط $y=8$ است.

سوال: در صورتی که بیشترین مقدار سهمی $f(x)=(a^2+8)x^2-x^2-abx+b$ روی خطی با معادله $y=a+2$ قرار داشته باشد و محور تقارن آن منفی باشد؛ مطلوب است:

الف) معادله این سهمی کدام است؟

ب) مجموعه مقادیر ممکن برای $f(x)$ کدام است؟

سوال: رأس سهمی $y=x^2-2mx+m$ بر روی خط $y+3x=0$ قرار دارد. m را تعیین کنید.

سوال: رأس سهمی $y=kx^2-4x-6$ روی خط $y=-4x-4$ قرار دارد. عرض رأس سهمی کدام است؟ **«تجربی ۱۴۰۱»**

(۴) -۸

(۳) -۴

(۲) ۶

(۱) ۲

سوال: رأس سهمی $y = -ax^2 + ax + 2$ روی سهمی $y = 2bx^2 - bx - 1$ قرار دارد و برعکس. مقدار $b - a$ چقدر است؟

«تجربی ۱۴۰»

(۴) ۱۸

(۳) -۱۸

(۲) ۶

(۱) -۶

سوال: فرض کنید نقاط $(-2, 5)$ ، $(0, 5)$ و $(1, 11)$ بر سهمی $y = ax^2 + bx + c$ واقع باشند. این سهمی از کدام یک

«تجربی ۹۹»

از نقاط زیر می‌گذرد؟

(۴) $(2, 15)$

(۳) $(2, 9)$

(۲) $(-1, 4)$

(۱) $(-1, 3)$

سوال: فرض کنید $A(-1, 9)$ رأس سهمی $y = ax^2 + bx + c$ گذرا بر نقطه $(3, 1)$ باشد. این سهمی از کدام یک از نقاط

«تجربی ۹۹»

زیر می‌گذرد؟

(۴) $(1, 5)$

(۳) $(2, 5)$

(۲) $(5, -9)$

(۱) $(5, -7)$

نکته: منظور از کمترین یا بیشترین مقدار سهمی همان $y_s = \dots\dots\dots$ است. زمانی که $\dots\dots\dots$ باشد به آن بیشترین (ماکسیمم) و زمانی که $\dots\dots\dots$ باشد به آن کمترین (مینیمم) مقدار سهمی می‌گویند.

سوال: کمترین مقدار تابع $y = kx^2 - 8x + (6k - 1)$ برابر با ۳ است. طول رأس سهمی کدام است؟

«مهرماه»

(۴) -۳

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

سوال: اگر کمترین مقدار تابع $y = (a-1)x^2 + ax + 1$ برابر ۲ باشد، a چند مقدار متمایز می‌تواند داشته باشد؟ «گاج»

(۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

سوال: کمترین مقدار تابع $y = mx^2 - 12x + 5m - 1$ برابر ۲ است. محور تقارن سهمی، کدام است؟ «تجربی ۱۴۰۱»

(۱) $x=2$ (۲) $x=2/5$ (۳) $x=3$ (۴) $x=3/5$

سوال: کمترین مقدار عبارت $y = a(x+2)^2 + k$ برابر ۲ است و این سهمی از نقطه $(4, -1)$ می‌گذرد. عرض نقطه تلاقی سهمی با محور y ها کدام است؟ «هیکرو»

(۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

نکته: چنانچه سهمی از نقطه (n, m) بگذرد، مختصات این نقطه در درون سهمی صدق می‌کند.

سوال: سهمی $y = ax^2 + bx + c$ دارای محور تقارنی به معادله $x = -2$ بوده و محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۵ قطع می‌کند. اگر این سهمی از نقطه $(-1, -1)$ بگذرد، مقدار $a+b+c$ کدام است؟ «مهرماه جامع»

(۱) ۱۱ (۲) ۱۳ (۳) ۱۵ (۴) ۱۷

نکته: در مورد سهمی‌های با معادله ناقص بدانید که اگر در سهمی $y = ax^2 + bx + c$:

۱- اگر $c = 0$ باشد: قطعاً سهمی از نقطه $(0, 0)$ عبور کرده و ریشه‌های و است.
مثال:

۲- اگر $b = 0$ باشد: محور تقارن سهمی همان محور y است (یعنی خط $x = 0$ است) و مختصات رأس آن $(0, c)$ است.
مثال:

رسم سهمی

اگر سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ داشته باشیم، برای رسم آن به ترتیب این مراحل را انجام خواهیم داد:

 $y = x^2 - 4x + 3$

۱- x_s و سپس y_s را پیدا می‌کنیم:

۲- دو نقطه با فاصله برابر قبل و بعد از x_s را در معادله به عنوان نقطه کمکی قرار می‌دهیم (یا برابر دارند):

۳- از نقطه کمکی عرض از مبدأ یعنی $(0, c)$ نیز استفاده می‌کنیم.

تذکر: برای افزایش سرعت می‌توان نقاطی که قرار است با فاصله برابر از x_s پیدا کنیم را طوری انتخاب می‌کنیم که یکی از نقطه‌ها $(0, c)$ باشد. در این صورت نقطه دیگر نیز عرض c خواهد داشت.

سوال: سهمی های زیر را رسم کنید:

 $y = -2x^2 - 4x + 4$

 $y = 4x + 2x^2 - 6$

 $y = -(x-2)^2 + 2$

 $y = 2(x+1)^2 - 3$

 $y = \frac{1}{4}x^2 - x$

 $y = 2(x+4)^2$

 $y = 2x^2 + 7$

 $y = 4 - 3x^2$

 $y = x^2 + 7$



@tajrobi.jashani

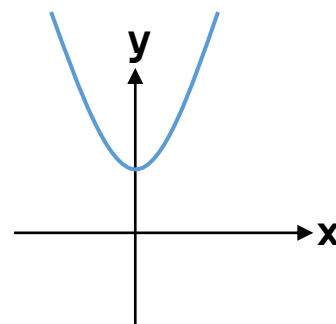
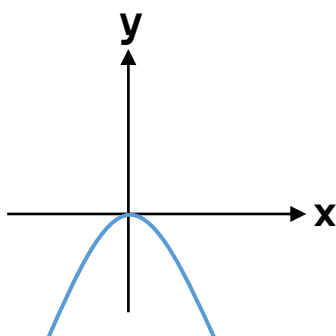
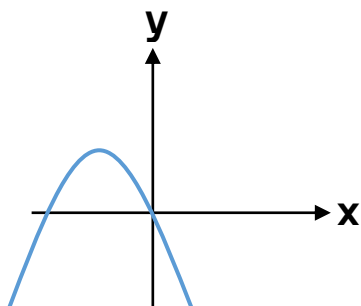
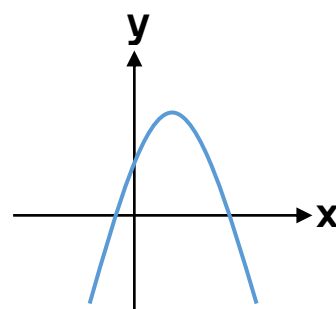
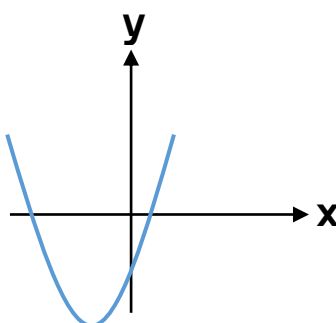
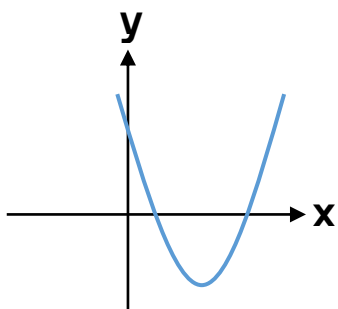


 $y = (x - 3)(x + 4)$

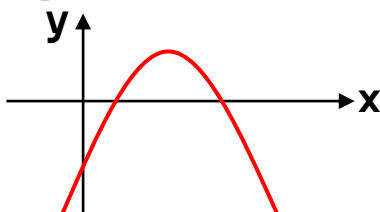
 $y = 2(x - 2)(x + 3)$

 $2y = 2x(4 - 2x) + 8$

سوال: در هر کدام از سهمی‌های زیر علامت a ، b ، c ، Δ ، x_s و y_s را مشخص کنید:



سوال: نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت مقابل است. کدام گزینه زیر همواره مثبت است؟ «نردبام جامع»



(۱) $ab + c$

(۲) $b + ac$

(۳) $b - ac$

(۴) $a + bc$

سوال: در تابع $f(x) = ax^2 + bx + c$ دو شرط $\frac{b^2}{4} < ac$ و $b + \frac{c}{3} < -3a$ برقرار است. کدام گزینه قطعاً درست است؟

(۱) $a > 0$

(۲) $c > 0$

(۳) $ac > 0$

(۴) $ab < 0$

جمع‌بندی نکات سهمی

y=ax ^۲ +bx+c			مرور نکات سهمی	
			x _s	رأس سهمی
			y _s	
راه دوم:		راه اول:		
a<۰		a>۰		تاثیر علامت a (وجود Max یا Min)
معادلهٔ محور تقارن				
Δ<۰		Δ=۰	Δ>۰	تاثیر علامت Δ
مختصات تلاقی با محور y				

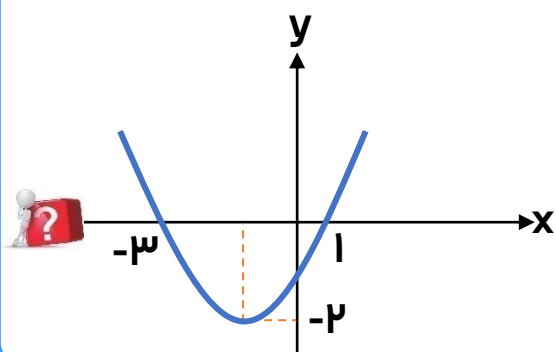
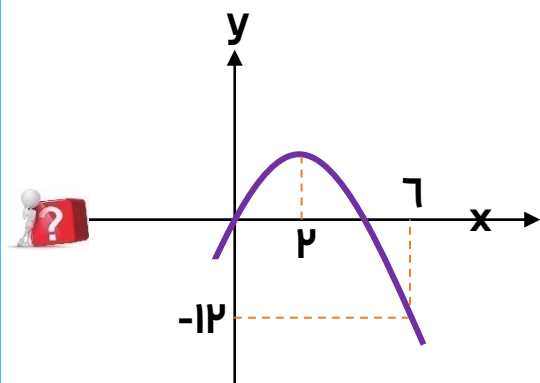
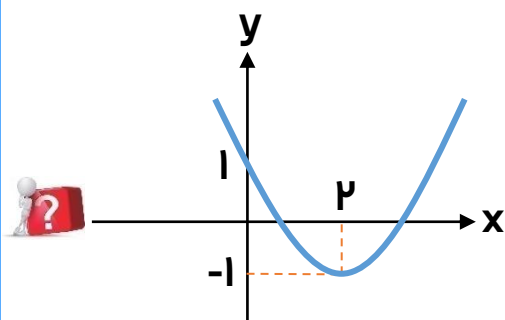
نوشتن معادله سهمی از روی نمودار سهمی

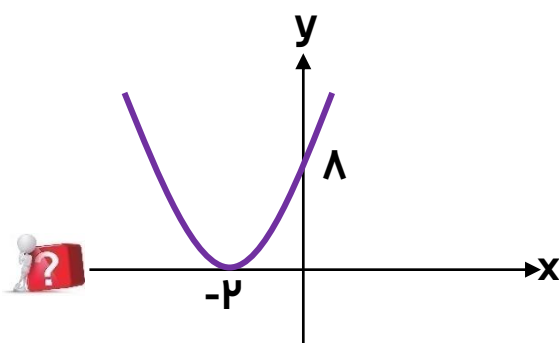
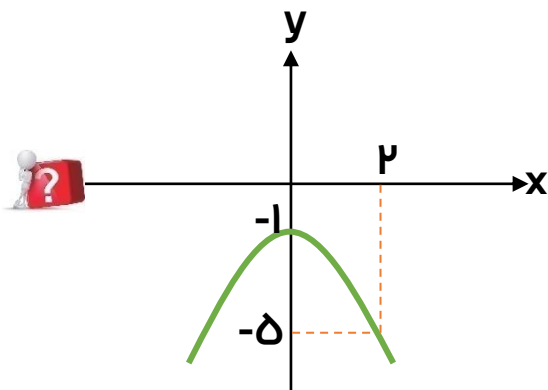
۱- اگر مختصات رأس سهمی مشخص باشد:

۲- اگر ریشه ها مشخص باشند:

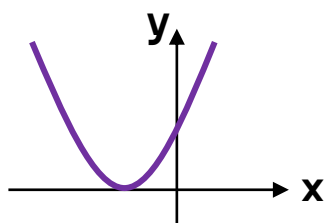
۳- اگر نه رأس و نه ریشه ها مشخص نبوده: از سه نقطه استفاده کرده و a ، b و c را پیدا می کنیم:

سوال: در نمودارهای زیر، معادله سهمی را بیابید.

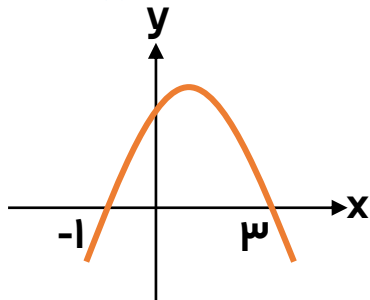




سوال: اگر سهمی به معادله $y = (\frac{x}{4} + a)(x + a^3)$ به شکل روبه‌رو باشد، عرض نقطه به طول -6 روی سهمی کدام است؟



سوال: سهمی مقابل از نقطه $(-2, 5)$ می‌گذرد. نقطه برخورد سهمی با محور y ها چه عرضی دارد؟ «مهرماه»



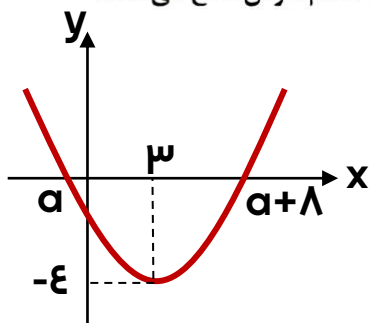
۵ (۱)

۱۰ (۲)

۸ (۳)

۶ (۴)

سوال: نمودار سهمی در شکل مقابل رسم شده است. سهمی محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟



«نزدبام جامع»

- (۱) $-\frac{7}{4}$
 (۲) -2
 (۳) $-\frac{8}{3}$
 (۴) -3

وضعیت تلاقی دو منحنی نسبت به هم

وقتی ضابطه یا معادله دو منحنی $f(x)$ و $g(x)$ را داشته باشیم (یکی درجه دوم باشد و دیگری درجه دو یا یک) و بخواهیم وضعیت تلاقی آن‌ها را نسبت به هم بسنجیم، ابتدا معادله $f(x)=g(x)$ را حل می‌کنیم؛ که در پی آن سه حالت ممکن است رخ دهد:

۱- اگر $>$ باشد: دو منحنی (تابع) در دو نقطه متمایز همدیگر را قطع می‌کنند (توجه شود که مختصات آن دو نقطه در هر دو تابع صدق می‌کند).

۲- اگر $=$ باشد: دو منحنی (تابع) در یک نقطه بر هم مماس می‌شوند (مختصات آن نقطه در هر دو تابع صدق می‌کند).

۳- اگر $<$ باشد: دو تابع هیچ نقطه تلاقی‌ای نخواهند داشت.

سوال: حدود m را طوری بیابید که دو سهمی $y = x^2 + 2x + 2$ و $y = -x^2 + mx$ بر هم مماس باشند.

سوال: همراه با رسم شکل، معادله خطوط نیمساز ربع اول، نیمساز ربع دوم، نیمساز ربع سوم، نیمساز ربع چهارم، نیمساز ربع‌های اول و سوم و نیمساز ربع‌های دوم و چهارم را بنویسید.

سوال: مقدار یا مقادیر m را طوری بیابید که سهمی $y = 4x^2 + (m+1)x + 9$ بر نیمساز ناحیه اول مماس باشد.

سوال: معادله خط یا خطوطی را بیابید که از مبدأ مختصات بگذرد و بر سهمی $y = x^2 - x + 1$ مماس باشد.

سوال: اگر خط $y = 2x + b$ سهمی $y = ax^2 + bx - 3$ را در نقطه‌ای به طول -1 روی محور x ها قطع کند، a کدام است؟

سوال: به ازای کدام مقدار m ، نمودار تابع $y = 2x^2 + (m+1)x + m+6$ بر نیمساز ناحیه اول محورهای مختصات

«کنکور تجربی»

مماس است؟

(۴) ۱۲

(۳) -4 و ۱۲

(۲) ۴ و -12

(۱) -4

سوال: نمودار تابع $y = 3x^2 + (2m-1)x + m + \frac{4}{3}$ در ناحیه دوم بر نیمساز آن ناحیه مماس است. طول رأس سهمی،

«کنکور ۱۴۰۱»

کدام است؟

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) $-\frac{7}{6}$

(۲) $-\frac{5}{18}$

(۱) $-\frac{1}{18}$

سوال: خطی به معادله $g(x)=mx+4$ بر رأس سهمی $f(x)=(m^2+2)x^2+(m-4)x+k$ مماس است. کدام نقطه را از

سهمی حذف کنیم تا از مجموعه مقادیر ممکن برای آن تنها یک عضو حذف شود و k چند است؟ **«تالیفی»**

- (۱) $(1,4)$ و ۴ (۲) $(-1,4)$ و ۴ (۳) $(1,4)$ و ۶ (۴) $(-1,4)$ و ۶

سوال: خط گذرنده از مبدأ مختصات، بر سهمی $y = (x+1)(x+4)$ در ناحیه اول مماس است. شیب این خط کدام است؟

- «IQ دهم»** (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۹

سوال: خط گذرنده از مبدأ مختصات، بر منحنی به معادله $y = (\frac{x}{3} + 1)(\frac{x}{3} + 9)$ در ناحیه دوم مماس است. شیب این خط کدام است؟

- «IQ دهم»** (۱) ۸ (۲) ۶ (۳) ۴ (۴) ۲

🔍 شروط سهمی برای حالات خاص

با توجه به شرایط خواسته شده و با کمک نمودار رسم نمودار به شروط لازم رسیده و حل می‌کنیم.

سوال شروط لازم برای هر حالت زیر را بنویسید:

الف) سهمی همواره بالای محور x باشد (همواره مثبت باشد):



ب) سهمی همواره پایین محور x باشد (همواره منفی باشد):

پ) سهمی مثبت نباشد:

ت) سهمی منفی نباشد:

ث) سهمی دو ریشه حقیقی مثبت و متمایز داشته باشد:

ج) سهمی دو ریشه حقیقی متمایز و منفی داشته باشد:

چ) سهمی دو ریشه مختلف علامت داشته باشد:

ح) سهمی دو ریشه قرینه داشته باشد:

خ) سهمی تنها از ربع اول عبور نکند:

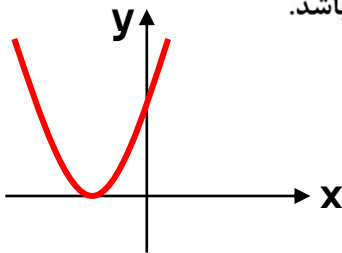


د) سهمی تنها از ربع دوم عبور نکند:

ذ) سهمی تنها از ربع سوم عبور نکند:

ر) سهمی تنها از ربع چهارم عبور نکند:

سوال: حدود m را طوری بیابید که سهمی $y = mx^2 + (m-3)x + 1$ به شکل روبه‌رو باشد.

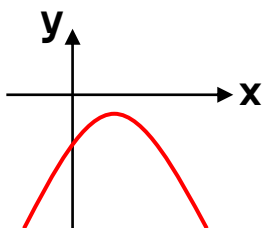


سوال: حدود m را طوری بیابید که هر خط افقی بالاتر از محور x عبارت $y = (m-3)x^2 + 4x + m$ را در دو نقطه قطع کند.

سوال: عرض نقاط روی سهمی $y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 6$ ، در بازه (a, b) بزرگ‌تر از $\frac{7}{4}$ می‌باشد. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

«IQ دهم»

سوال: به ازای چند عدد صحیح m ، سهمی $y = (m-7)x^2 + mx + m - 6$ به شکل روبه‌رو است؟



سوال: نمودار تابع $y = (x+2)(x^2 - 2x + m)$ محور x ها را فقط در یک نقطه قطع می‌کند. مقادیر m به کدام صورت است؟

$m > 1$ (۴)

$-2 < m < -1$ (۳)

$m > -1$ (۲)

$0 < m < 1$ (۱)

سوال: نمودار تابع $y = (\frac{1}{3}x - k)(x^2 + 2x - 3)$ بر محور x ها مماس است. در این صورت تفاضل مقادیر k کدام است؟

«مهرماه»

$\frac{4}{3}$ (۴)

۱ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

سوال: به ازای کدام مقادیر a ، منحنی به معادله $y = (\frac{x}{3} + a)(x^2 - 36)$ بر محور x ها مماس است؟

«آزمون‌های گاج»

2 و -1 (۴)

-2 و 1 (۳)

-2 و 2 (۲)

-1 و 1 (۱)

«هیکرو قرن»

سوال: عدد ۳ بین ریشه‌های معادله $x^2 - mx - 4 = 0$ قرار دارد. حدود m کدام است؟

$(0, \frac{5}{3})$ (۴)

$(0, \frac{3}{5})$ (۳)

$(\frac{5}{3}, +\infty)$ (۲)

$(\frac{3}{5}, +\infty)$ (۱)

سوال: اگر x_1 و x_2 ریشه‌های معادله $x^2 - mx + 1 = 0$ باشند به طوری که رابطه $x_1 < 2 < x_2 < 3$ برقرار باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟

«هیکرو قرن»

(۱) $(\frac{5}{3}, 3)$ (۲) $(\frac{1}{3}, 3)$ (۳) $(\frac{5}{3}, \frac{1}{3})$ (۴) $(\frac{5}{3}, 5)$

ماکسیمم و مینییمم کردن

گاهی مواقع سوالاتی پرسیده می‌شود که مجبوریم آن‌ها را به صورت ریاضی نوشته و به یک تابع درجه دوم برسیم. در آخر از ما مقدار ماکسیمم یا مینییمم پرسیده می‌شود که باید یا همان $y_s = \dots$ را پیدا کنیم.

تذکر: تنها کافیست با استفاده از رابطه بین دو متغیر داده شده، یکی را بر حسب دیگری پیدا کنیم. در ادامه حتماً به یک تابع درجه دوم برخورد خواهیم خورد.

سوال: از بین مستطیل‌های با محیط ۲۰، بیشترین مساحت چند است؟

سوال: در مثلث‌های قائم‌الزاویه با وتر ۱۰ و محیط ۵۰، بیشترین مساحت چند است؟

سوال: یک پنجره را با کمک یک مستطیل و یک مثلث متساوی‌الاضلاع ساخته‌ایم. طول مستطیل و ضلع مثلث برابر و برهم منطبق هستند. اگر محیط پنجره برابر ۳۰ باشد، برای بیشترین نوردهی، طول ضلع مثلث باید چند باشد؟

آزمون تستی آشنایی با سهمی (نمودار درجه ۲)

سوال: تویی را از سطح زمین به هوا پرتاب می‌کنیم طوری که t ثانیه پس از پرتاب، ارتفاع آن (h بر حسب متر) از معادله $h(t) = 12t - 4t^2$ به دست می‌آید. چند ثانیه طول می‌کشد تا توپ به بالاترین ارتفاع ممکن برسد و ارتفاع نقطه اوج آن متر است؟

(۴) ۱۲, ۳

(۳) ۱۲, ۱/۵

(۲) ۹, ۳

(۱) ۹, ۱/۵

سوال: اگر محور تقارن یک سهمی $x = 2$ و مختصات دو نقطه هم‌عرض از آن سهمی به صورت $A(6, 8)$ و $B(a, b)$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

«هیکرو قرن»

(۴) ۶

(۳) ۸

(۲) ۴

(۱) ۲

سوال: هر دو سهمی $y = -2x^2 + 4x - 3$ و $y = x^2 + 5x - k$ بر یک خط افقی مماس هستند. k کدام است؟

«نردبام»

(۴) $-6/75$ (۳) $-6/25$ (۲) $-5/75$ (۱) $-5/25$

سوال: به ازای چند مقدار a ، سهمی $y = ax^2 + (3 + 2a)x$ از ناحیه سوم محورهای مختصات نمی‌گذرد؟

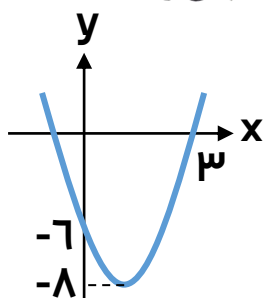
«کنکور ۱۴۰۱»

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) تمام مقادیر a (۱) هیچ مقدار a

سوال: نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx + c$ شکل مقابل است. ریشه کوچک تر $f(x) = 0$ کدام می تواند باشد؟



«نردبام»

- (۱) -۱
- (۲) -۱/۵
- (۳) -۲
- (۴) -۲/۵

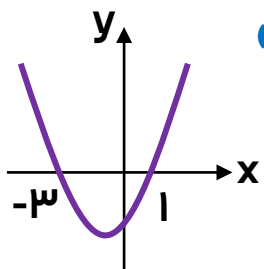
سوال: سهمی $y = -x^2 + 2x + 1$ خط راست گذرا از نقطه $(1, 0)$ و با عرض از مبدأ -۱ را در نقاط A و B قطع می کند.

«کنکور ۱۴۰۰»

اگر M وسط پاره خط AB باشد، فاصله رأس سهمی از نقطه M، کدام مضرب $\sqrt{26}$ است؟

- (۱) ۲
- (۲) $\sqrt{2}$
- (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۴) $\frac{1}{2}$

سوال: نمودار سهمی $f(x) = ax^2 + bx - c$ به صورت مقابل است. اگر $f(\frac{c}{a}) = 8$ باشد مقدار a کدام است؟



«نردبام- پیشرفته»

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{2}{3}$
- (۳) $\frac{2}{2}$
- (۴) $\frac{4}{3}$

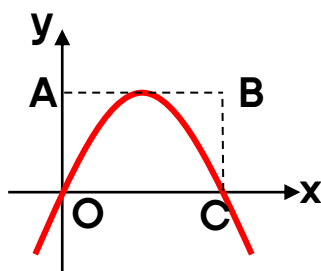
سوال: محور تقارن سهمی های $y = x^2 + ax - 2$ و $y = -x^2 - 2x + b$ مشترک هستند. اگر از دو نقطه با عرض یکسان روی

«کنکور ۱۴۰۱»

دو سهمی خط $y = 1$ رسم شود، مقدار ab چقدر است؟

- (۱) -۸
- (۲) -۴
- (۳) ۸
- (۴) ۴

سوال: در شکل زیر نمودار سهمی $y = -3x^2 + mx + n$ رسم شده است. مقدار m کدام باشد تا مساحت مستطیل OABC برابر ۶ باشد؟



«نردبام جامع»

(۱) ۳

(۲) ۶

(۳) ۹

(۴) ۱۲

سوال: مثلثی که رئوس آن از مبدأ مختصات، نقطه‌ای با عرض c و نقطه‌ای با طول یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + 5x + c = 0$ روی محورهای مختصات باشد، را در نظر بگیرید. اگر مساحت مثلث برابر c^2 باشد، مقدار c کدام است؟

«تجربی ۱۴۰۲»

($c \neq 0$)

(۴) $-2/75$

(۳) $-1/75$

(۲) $2/75$

(۱) $1/75$

سوال: با توجه به ضابطه سهمی $y = 2x^2 - mx + m - 2$ ، به ازای کدام مقدار مثبت m ، مساحت مثلثی که دو رأس آن

«مهرماه جامع»

صفه‌های این سهمی و رأس سوم آن منطبق بر رأس سهمی است، برابر ۲ است؟

(۴) ۸

(۳) ۴

(۲) ۶

(۱) ۲

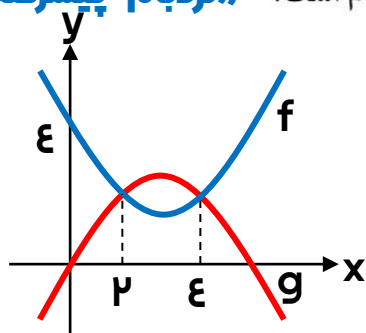
سوال: نمودارهای سهمی f و g به صورت مقابل است. حاصل $f(5) - g(5)$ کدام است؟

(۱) ۳

(۲) $1/5$

(۳) ۲

(۴) $2/5$



سوال: به ازای کدام مقدار a ، خط به معادله $y = 5x + a$ ، بر نمودار سهمی $y = 2x^2 - 3x + 6$ مماس است؟ **«تجربی ۹۷»**

- (۱) -3 (۲) -2 (۳) 2 (۴) 3

سوال: به ازای کدام مقادیر m نمودار تابع $f(x) = -x^2 + ax + a - 3$ از چهار ناحیه مختصات می گذرد؟

«نردبام»

- (۱) $0 < a < 3$ (۲) $a < 0$ (۳) $a > 3$ (۴) $a < 3$

سوال: به ازای کدام مجموعه مقادیر m ، سهمی به معادله $y = (1-m)x^2 + 2(m-3)x - 1$ ، همواره پایین محور x ها است؟

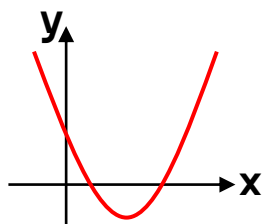
«ریاضی ۹۸»

- (۱) $1 < m < 5$ (۲) $2 < m < 5$ (۳) $2 < m < 4$ (۴) $2 < m < 6$

سوال: نمودار سهمی $f(x) = (x-\alpha)^2 + 2x + \beta$ در نقطه $x = 2$ بر محور x ها مماس است. ماکزیم مقدار عبارت $P = 4x - f(x)$ کدام است؟

- (۱) 8 (۲) 10 (۳) 12 (۴) 16 **«نردبام جامع»**

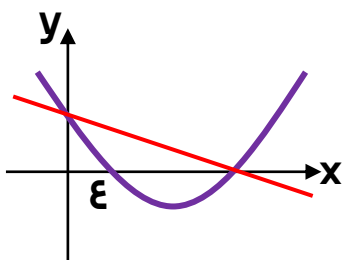
سوال: در شکل روبه رو، سهمی به معادله $y = ax^2 + bx + c$ رسم شده است. کدام گزینه درست است؟ **«IQ»**



- (۱) $ac < 0$
(۲) $0 < b$
(۳) $2ac < b$
(۴) $b < -2\sqrt{ac}$

سوال: سهمی $y = f(x)$ و خط $4y + x = 8$ به صورت مقابل می‌باشند. کم‌ترین مقدار سهمی چه قدر است؟

«نردبام جامع»



- (۱) $-\frac{1}{2}$
- (۲) $-\frac{1}{4}$
- (۳) $-\frac{1}{8}$
- (۴) $-\frac{3}{8}$

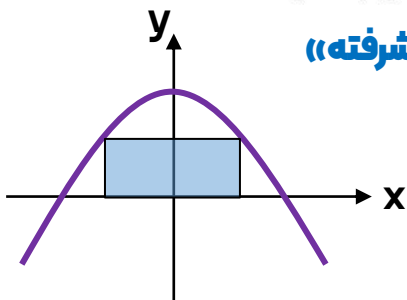
سوال: سهمی $y = 3x^2 - x + 3$ مفروض است. اگر $x > -2$ باشد، چند خط مانند $y = k$ وجود دارد که $k \in \mathbb{Z}$ و نمودار سهمی را در دو نقطه قطع کند؟

«IQ»

- (۱) ۱۲
- (۲) ۱۳
- (۳) ۱۴
- (۴) ۱۵

سوال: بیشترین محیط مستطیل محاط درون سهمی $y = 8 - 2x^2$ مطابق شکل چه قدر است؟

«نردبام-پیشرفته»



- (۱) ۱۵
- (۲) ۱۶
- (۳) ۱۷
- (۴) ۱۸

سوال: به‌ازای چند عدد صحیح a ، بالاترین نقطه سهمی $y = (a-5)x^2 - ax - \frac{1}{16}$ در ناحیه دوم قرار می‌گیرد؟

«IQ»

- (۱) صفر
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴) ۱

بهترین سوالات میکرو قرن جدید

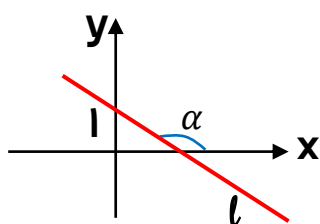
اگر رأس سهمی $y = 2x^2 + (m-2)x + 3m$ روی محور عرض‌ها باشد، عرض از مبدأ نمودار این سهمی کدام است؟

۹

۶

۳

۱



رأس سهمی $y = x^2 + 4x + k$ روی خط l قرار دارد. کدام است k ؟ $(\sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}})$

۷

۶

۹

۸

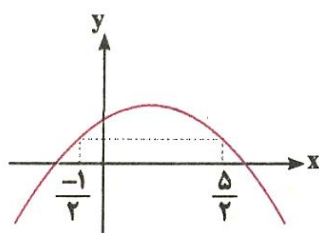
محور تقارن سهمی گذرنده از نقاط $(5, 4)$ و $(-1, 4)$ ، خط $y + 2x = 1$ را در نقطه $A(x_0, y_0)$ قطع می‌کند. $x_0 + y_0$ کدام است؟

-۳

۳

-۱

۱



نمودار سهمی $f(x)$ به صورت زیر است. مجموع ریشه‌های معادله $f(x) = 0$ کدام است؟

۲

-۳

۴

۵

اگر مماس افقی در دو سهمی $y = x^2 + m - 1$ و $y = -x^2 + 2x$ یک خط مشترک باشد، m کدام است؟

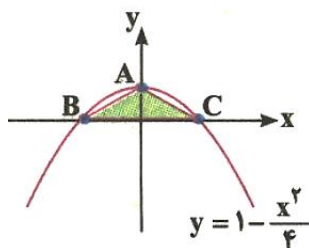
-۲

۲

-۱

۱

با توجه به شکل مقابل، مساحت مثلث ABC کدام است؟



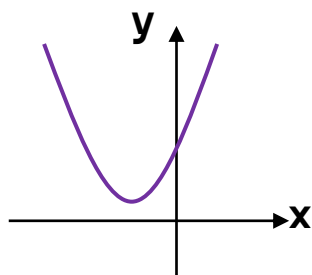
۴

۲

۸

۶

نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت زیر است. علامت bc و $\frac{4ac - b^2}{a}$ به ترتیب کدام است؟



مثبت - منفی

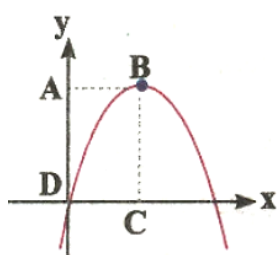
منفی - مثبت

مثبت - مثبت

منفی - منفی

اگر معادله سهمی زیر به صورت $y = -mx^2 + 4x + m - 1$ باشد، مساحت مستطیل ABCD چقدر است؟ (B رأس

سهمی است.)



۶

۴

۱۰

۸

نمودار دو سهمی $y = f(x)$ و $y = g(x)$ به صورت مقابل است. حاصل ضرب طول نقاط تلاقی این دو سهمی

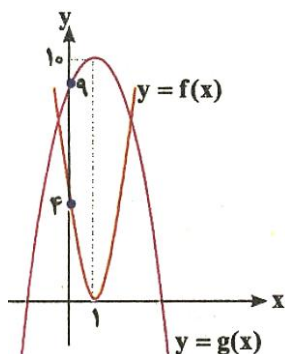
کدام است؟

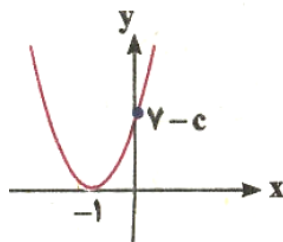
-۱

-۲

$-\sqrt{2}$

$-2\sqrt{2}$





نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c - 3$ به صورت زیر است. $\frac{ab}{c}$ کدام است؟

۰/۸

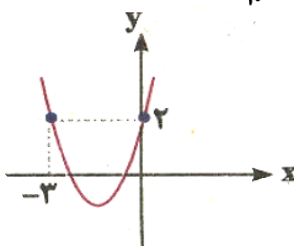
۰/۹

۱/۶

۱/۸

اگر صفرهای سهمی زیر، جملات سوم و هشتم یک دنباله حسابی باشند، واسطه حسابی جملات پنجم و ششم

دنباله کدام است؟



-۳

$-\frac{3}{2}$

۲

۱

نمودار سهمی $y = x^2 - 3x - 10$ را حداقل چند واحد به طرف x های مثبت انتقال دهیم تا طول نقاط تلاقی نمودار حاصل با محور x ها غیر منفی

(تجربی قارچ ۹۳)

باشد؟

۳

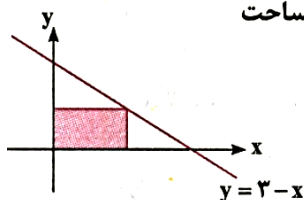
۲

۱/۵

۱

مطابق شکل مقابل، یک مستطیل بین محورهای مختصات و خط $y = 3 - x$ محصور شده است. بیشترین مساحت

مستطیل کدام است؟

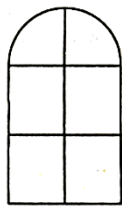


$\frac{3}{4}$

$\frac{9}{4}$

$\frac{3}{2}$

$\frac{9}{2}$



پنجره‌ای از یک مستطیل و یک نیم‌دایره مطابق شکل مقابل ساخته شده است. اگر محیط پنجره برابر ۹ متر باشد، طول مستطیل چند متر باشد، تا پنجره بیشترین نوردهی ممکن را داشته باشد؟ π را تقریباً ۳ در نظر بگیرید. (برگرفته از کتاب درسی)

$$\frac{9}{7}$$

$$\frac{10}{7}$$

$$\frac{12}{7}$$

$$\frac{5}{7}$$

جمع‌بندی نکات درسنامه ۲

$$S\left(-\frac{b}{2a}, -\frac{\Delta}{4a}\right)$$

مختصات رأس: $x = -\frac{b}{2a}$ و $y = -\frac{\Delta}{4a}$ یا به عبارتی

$\Delta > 0$ در دو نقطه محور را قطع می‌کند.

$\Delta = 0$ تلاقی با محور x ها

$\Delta < 0$ یک نقطه‌ای برخورد

$a > 0$ قطع نمی‌کند؛ همواره بالای محور

$a < 0$ قطع نمی‌کند؛ همواره پایین محور

$$y = ax^2 + bx + c$$

$a > 0$ دهانه‌ی سهمی رو به بالا است؛ مینیمم دارد.

$a < 0$ دهانه‌ی سهمی رو به پایین است؛ ماکزیمم دارد.

محور تقارن: معادله: $x = -\frac{b}{2a}$ ویژگی محور تقارن: خط عمودی است و از رأس سهمی می‌گذرد؛ هر سهمی فقط یک محور تقارن دارد!

مماس بر خط $y = mx + h$: قرار دهید: $ax^2 + bx + c = mx + h$ و معادله‌ی حاصل را ساده کرده و Δ ی آن را برابر صفر بگذارید.

تلاقی با محور y ها: مختصات نقطه‌ی تلاقی: $(0, c)$

رأس سهمی نقطه‌ی $S(h, k)$ داده شده است معادله‌ی سهمی $y = a(x - h)^2 + k$

صفرهای سهمی x_1 و x_2 داده شده‌اند معادله‌ی سهمی $y = a(x - x_1)(x - x_2)$

تعمای روابط مربوط به طول و عرض رأس رو برا خودت بنویس

درسنامه ۱: تعیین علامت و نامعادله



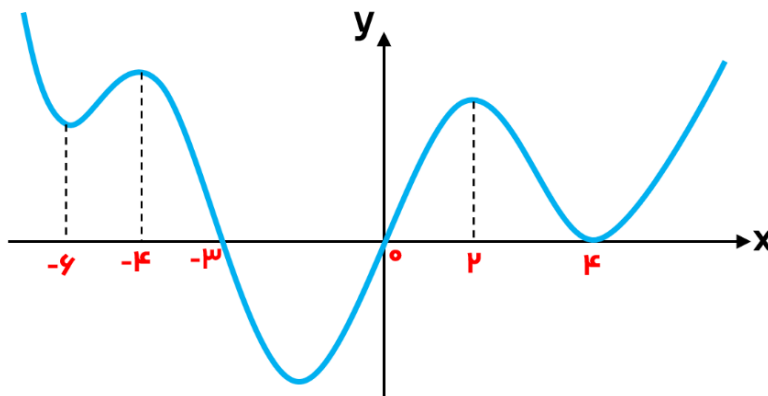
منظور پیدا کردن علامت تابع یا همان علامت y است. کافیه به نمودار آن نگاه کنیم؛ هرگاه بالای محور x باشد، علامت آن مثبت و هرگاه پایین محور x باشد، علامت آن منفی است و هرگاه با محور برخورد کند (قطع یا مماس) حاصل آن صفر است.

تعیین علامت عبارت درجه اول

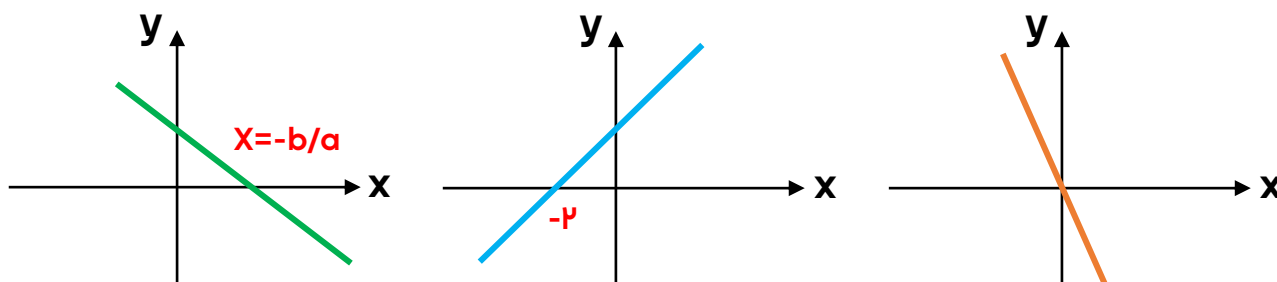


می‌دانیم اگر $y = ax + b$ باشد، محل برخورد خط با محور x یا همان ریشه است. همچنین می‌دانیم اگر باشد، خط صعودی و اگر باشد، خط نزولی است (اگر $a = 0$ باشد، با یک تابع ثابت طرفیم). پس قبل و بعد از ریشه، علامت مقادیر خط (همان y) قرینه هم است.

سوال: در عبارت زیر، علامت مقادیر y را در یک جدول تعیین علامت مشخص کنید.



سوال: در هر کدام از عبارات زیر، علامت مقادیر y را در یک جدول تعیین علامت مشخص کنید.



پس می‌توان گفت در عبارت درجه اول $y = ax + b$ ، جدول تعیین علامت چنین است:

نکته: برای تعیین علامت عبارت درجه اول (یا هر عبارتی)، نخست آن را مساوی صفر قرار داده ($y = 0$) و ریشه یا ریشه‌ها را پیدا کرده و جدول فوق را می‌نویسیم.

سوال: عبارت‌های زیر را تعیین علامت کنید.

$y = -\frac{1}{3}x - 6$

$y = 3x - 12$

$-2x + 3y = 5$

$y = (3 - 2x)^3$

 $y = (5x - 1)^5$

 $y = (3(x+1))^7$

 $2y = (-7x + 35)^{21}$

 $y = \sqrt[5]{11 - 3x}$

نکته: برای تعیین علامت عبارت‌های مکعب دو جمله‌ای (مثل) توان را نادیده گرفته و فقط عبارت داخل پرانتز را تعیین علامت کنید. (همه فرجه‌ها و درجه‌های فرد همین طور هستند).

سوال: جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = (2x - 1)^3 - 2x^2(4x - 6) - 2$ به کدام صورت است؟

سوال: خطی با عرض ۲- محور عمودی را قطع می‌کند. اگر این خط در بازه $(-\infty, 4)$ بالای محور x قرار گیرد و نقطه $(10, A)$ در آن صدق کند، A چند است؟

«تالیفی»

سوال: جدول تعیین علامت $f(x) = (3 + a)x^2 - 2ax + b$ به صورت مقابل است. $f(\frac{a}{b})$ کدام است؟

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f(x)$	$-$	$+$	$+$

سوال: جدول تعیین علامت $y = ax^2 + bx - 4$ به صورت مقابل است. $a - b$ کدام است؟

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y	+	○	-

سوال: اگر جدول تعیین علامت $y = (9 + ax)^5$ به شکل روبه‌رو باشد، حاصل جمع مقادیر ممکن برای a چیست؟

x	$-a$
y	- ○ +

سوال: مجموعه‌ی x هایی که در هر دو نامعادله‌ی $3x - 1 \leq 8$ و $-2 < 3x - 1$ صدق می‌کنند، در کدام گزینه آمده است؟

سوال: در بازه‌ی $[x, +\infty)$ نمودار تابع f با ضابطه‌ی $f(x) = \frac{1}{x} + 2$ بالاتر از خط به معادله‌ی $y = 3(x - 1)$ قرار نمی‌گیرد. کمترین مقدار ممکن برای $f(x)$ کدام است؟

سوال: در بازه‌ی (a, b) عبارت $(12 - 4x)^3$ مثبت و عبارت $\sqrt[5]{1-x}$ منفی است. بیشترین مقدار ممکن $b - a$ کدام است؟

سوال: برای هر یک از جدول‌های تعیین علامت زیر، یک عبارت مناسب مثال بزنید.

x	۳
A	+ 0 +

x	۳
B	- 0 +

x	۳
C	+ -

x	۳
D	- -

x	$-\infty$	$+\infty$
E		+

x	$-\infty$	$+\infty$
F		-

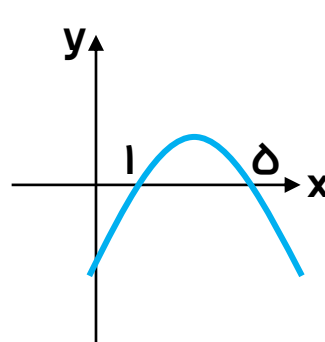
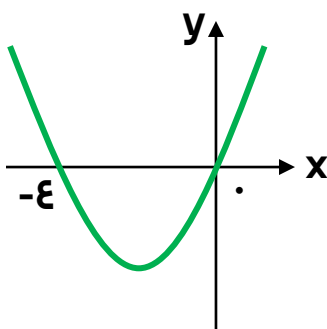
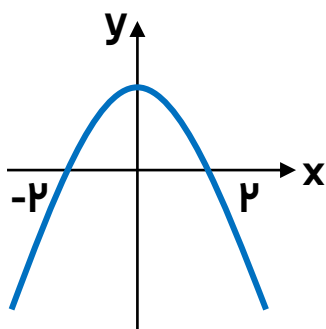
x	۲	۳
G	+ ○ 	- ○

x	-۱	۴
H	- 0 + 0 -	

تعیین علامت عبارت درجه دوم

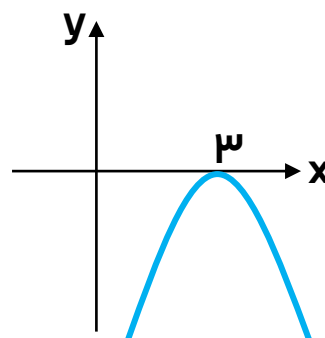
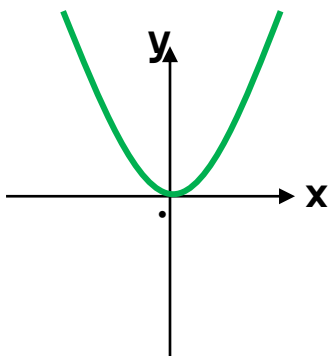
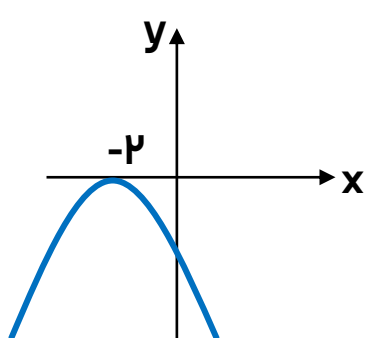
برای تشخیص علامت عبارت درجه دوم یا همان y ابتدا معادله $y=0$ را حل کرده و با توجه به علامت Δ سه حالت رخ می‌دهد که با هر سه به صورت متفاوت برخورد می‌کنیم.

سوال: در عبارت زیر با توجه به علامت a در عبارت $y=ax^2+bx+c$ ، علامت عبارت درجه دوم را در یک جدول بنویسید. (حالت $\Delta > 0$)



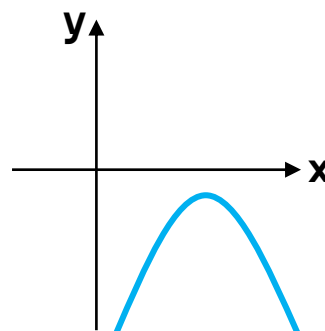
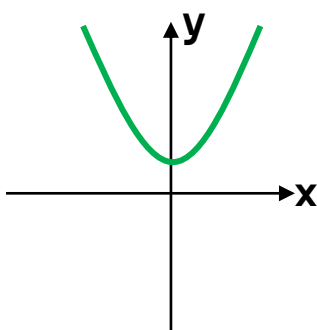
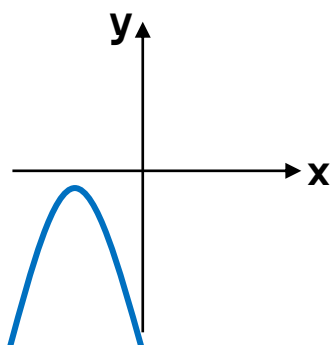
پس اگر در یک عبارت درجه دوم، x_1 و x_2 صفرهای عبارت باشند و $x_2 > x_1$ خواهیم داشت: (حالت $\Delta > 0$)

سوال: در عبارت زیر با توجه به علامت a در عبارت $y = ax^2 + bx + c$ ، علامت عبارت درجه دوم را در یک جدول بنویسید. (حالت $\Delta = 0$)



پس اگر در یک عبارت درجه دوم، x_1 تنها ریشه باشد (ریشه مضاعف). در این صورت خواهیم داشت: (حالت $\Delta = 0$)

سوال: در عبارت زیر با توجه به علامت a در عبارت $y=ax^2+bx+c$ ، علامت عبارت درجه دوم را در یک جدول بنویسید. (حالت $\Delta < 0$)



پس اگر در یک عبارت درجه دوم، هیچ ریشه‌ای وجود نداشته باشد، در این صورت خواهیم داشت: (حالت $\Delta < 0$)

سوال: عبارت زیر را تعیین علامت کنید.

 $y = 9x - 3x^2 - 6$

 $y = 4x^2 + 4x + 1$

 $y = x + 2x^2 + 1$

 $y = -x^2 + x - 1$

 $y = 4(x+1)^2 - 9$

 $y = (x-1)^2 + 6$

 $y = 5(x+4)^2$

 $y = -2(2x-1)^2 + 4$

 $y = 3(3-x)^2 + 11$

 $y = 2x^2 + 7$

 $y = 4(2x+2)(x-5)$

 $y = -3(x+2)(x-4)$

سوال: جدول تعیین علامت چندجمله‌ای $A(x) = (2x-1)^2 - (2-3x)^2$ به کدام صورت است؟

سوال: در کدام بازه برای x ، عبارت‌های $x^2 - 4x + 3$ و $-x^2 + 4$ هر دو مثبت‌اند؟

سوال: کوچک‌ترین عدد طبیعی k که به ازای آن عبارت $A = x^2 + 3x + k$ همواره مثبت می‌شود، کدام است؟

سوال: اگر عبارت $A = (a-1)x^2 + (a-1)x + 1$ به ازای هر مقدار x منفی باشد، a به کدام مجموعه تعلق دارد؟

سوال: جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = ax^2 - 8x - a^2 - 6$ به صورت زیر است. حاصل $a + b$ کدام است؟

x	$-\infty$	-1		b	$+\infty$
P(x)	+	•	-	•	+

سوال: جدول تعیین علامت $P(x) = -2x^2 + 3x + a$ به صورت زیر است. $a + b$ کدام است؟

x	$-\infty$	b	1	$+\infty$	
P	-	o	+	o	-

سوال: جدول تعیین علامت عبارت $y = (x-1)(x^2 + ax + 9)$ به صورت مقابل است. حاصل $a + b$ کدام است؟

x	$-\infty$	b	1	$+\infty$	
y	-	•	-	•	+

سوال: جدول تعیین علامت عبارت $A(x) = (2-x)(x^2 - x + a)$ به صورت مقابل است. $a - b$ کدام است؟

x	$-\infty$	b	2	$+\infty$	
A(x)	+	•	-	•	-

سوال: اگر جدول تعیین علامت $A = \frac{-x^2 + ax - b}{x^2 + x + 3}$ به شکل زیر باشد، $a + b$ کدام است؟

x	3
A	- ○ -

سوال: علامت عبارت $P = -2x^2 + 5x - 2$ به ازای $x = \sqrt{3} + 1$ و $x = 3 - \sqrt{2}$ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟
 (۱) منفی - مثبت (۲) منفی - منفی (۳) مثبت - منفی (۴) مثبت - مثبت

سوال: عبارت $P(x) = -2x^2 + ax + b$ فقط در بازه $(-1, 3)$ مثبت است. عبارت $A(x) = ax^2 + bx + 2$ در کدام بازه زیر منفی است؟
 (۱) $(-\frac{3}{2}, -1)$ (۲) $(-1, -\frac{1}{2})$ (۳) $(\frac{1}{2}, 1)$ (۴) $(1, \frac{3}{2})$

سوال: نمودار سهمی $y = 4 - x^2$ در بازه (a, b) بالاتر از نمودار $y = x^2 - 5x + 6$ است. حداکثر $b - a$ کدام است؟
 (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

سوال: مجموعه جواب نامعادله $ax^2 + (b-1)x - b < 0$ به صورت $(-\infty, 3)$ است. $a + 4b$ کدام است؟ $(b > 1)$ «هیکرو قرن»
 (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۸

سوال: اگر جدول تعیین علامت عبارت $P(x) = \frac{2x^2 + ax + b}{x^2 - x + 1}$ به صورت مقابل باشد، $a + b$ کدام است؟ «هیکرو قرن»
 (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

سوال: جدول تعیین علامت عبارت خطی $ax + b$ به صورت زیر است. طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که نمودار سهمی $y = ax^2 - bx - 4a$ در آن بالای محور x ‌ها است، کدام است؟
 «هیکرو قرن»

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$ax + b$		$+$	$-$

(۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

تعیین علامت در حالت کلی

اگر چند عبارت درجه اول، دوم یا حتی بیشتر در هم ضرب یا بر هم تقسیم شوند، ابتدا ریشه تک تک عبارات را به صورت جداگانه حساب می‌کنیم، سپس یک جدول چند سطری می‌کشیم که هر سطر از جدول برای یک عبارت باشد. در آخر برای تعیین علامت نهایی علامت‌های هر ستون را در هم ضرب می‌کنیم.

تذکر: مراقب باشید که ریشه‌های صورت عبارت را صفر و ریشه‌های مخرج عبارت را تعریف نشده (ت.ن) می‌کنند.

سوال: عبارت زیر را تعیین علامت کنید.

$$\frac{(2x-4)(x-1)}{(x+2)(3-x)}$$

$$\frac{(2x-1)(2-x)}{(x^2-4)}$$

$$\frac{-3x^2+x-4}{x^2+4x+4}$$

$$\frac{x^3-4x^2}{-x^2-3x-2}$$

$$\frac{(x^2-1)(x^2+16)}{(3-x)^3(x^2-5x+6)}$$

نکته: چند مورد را برای افزایش سرعت توجه کنید:

- ۱- اگر یک عبارت توان فرد یا فرجه فرد داشته باشد، توان و فرجه را نادیده می‌گیریم.
- ۲- اگر یک عبارت توان زوج داشته باشد یا درون قدر مطلق باشد، نیاز به تعیین علامت آن نیست. زیرا آن همواره نامنفی است. تنها به ریشه آن توجه کنید که اگر در صورت باشد عبارت را صفر و اگر در مخرج باشد عبارت را تعریف نشده می‌کند.
- ۳- در تعیین علامت مجاز به تجزیه و فاکتورگیری در صورت به مخرج هستیم. اما هیچگاه نباید صورت و مخرج را با هم ساده کنیم.

سوال: عبارات زیر را تعیین علامت کنید.



$$\frac{(x-3)^3}{x+5}$$



$$\frac{|-x-2|(x+2)}{(x+2)^2}$$



$$\frac{|x+1|(-|x|-2)}{x-1}$$



$$\frac{|x-2|(-4x^2+2x-3)}{\sqrt[3]{x^2+2}}$$

سوال: عبارت $P(x) = \frac{|x-1|(x-2)^2(x+3)^3}{-x+5}$ در چند نقطه به طول صحیح، مثبت است؟

تعیین علامت با سرعت نور

در این روش تنها در یک سطر، جدول تعیین علامت را می‌کشیم و تعیین علامت را انجام می‌دهیم. قواعد این روش:

- ۱- همه ریشه‌ها رو پیدا کرده و به ترتیب از کوچک به بزرگ در جدول از چپ به راست می‌نویسیم.
- ۲- اولین علامت از سمت راست را با کمک علامت ضریب‌های پرتوان مشخص می‌کنیم (یا یک عدد بزرگ‌تر از بزرگ‌ترین ریشه درون عبارت قرار می‌دهیم و علامت آن را پیدا می‌کنیم).
- ۳- از راست به چپ یک در میان علامت‌ها را عوض می‌کنیم؛ مگر در صورت رسیدن به ریشه‌های مضاعف یا ریشه قدر مطلق و یا رادیکال‌های فرجه زوج (ریشه مرتبه زوج).

نکته: در این روش در ریشه‌های ساده (مرتبه فرد) علامت را عوض می‌کنیم اما در ریشه‌های مرتبه زوج علامت عوض نمی‌شود (منظور ریشه‌هایی است که زوج بار تکرار شده باشند!!).

نکته: در این روش با عبارات هموار مثبت یا هموار منفی کار نداریم. مثل:

سوال: عبارات زیر را به روش سریع تعیین علامت کنید.



$$\frac{(2x-6)}{(x+1)^2}$$



$$\frac{(x^2-6x+5)}{(x-3)}$$



$$\frac{(x-2)^2(x+3)}{x^2-4}$$



$$\frac{(-x^2+4x-3)(x^2-4)}{x^2(5-x)}$$



$$\frac{(4-x^2)(x^2-1)}{(x^2+4x+3)}$$



$$\frac{(x^2+4x+3)(x-1)}{|x^2-4|}$$

سوال: تابع $f(x) = \frac{(x^2-x)(x^2+2)|x-4|}{(-x)(2x-4)^5}$ در بازه (a, b) مثبت است. ماکزیمم $b-a$ کدام می‌باشد؟

نکته: رادیکال فرجه زوج در تعام روش های تعیین علامت، دامنه را محدود می کند. زیرا زیر رادیکال نباید منفی باشد (و اگر رادیکال در مخرج باشد، صفر هم نباید باشد).

 $\frac{4-\sqrt{x}}{x^2-x-6}$

 $\frac{x(3-x)^3 \times \sqrt[6]{x^2+2}}{(2-x)^2 \times |x-4|}$

«نردبام جامع»

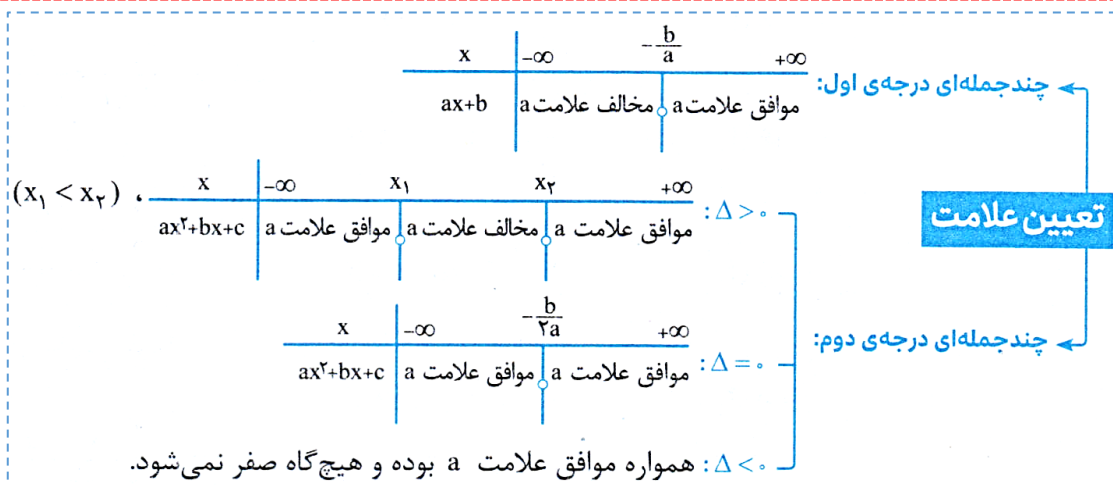
سوال: عبارت $P(x) = \frac{2x^2+5x-7}{1+\sqrt{x}}$ به ازای چند عدد صحیح، منفی است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

«نردبام جامع»

سوال: عبارت $A(x) = \frac{x^2+x}{-x^3+ax^2+bx}$ فقط در بازه $(2, +\infty)$ منفی است. a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) -۱



نامعادله

یک عبارت دارای مجهول (مثل x) و دارای علامت نامساوی را نامعادله می‌گوییم. حل کردن آن یعنی پیدا کردن مقادیری که نامساوی در آن برقرار باشد.

نامعادله درجه اول: برای حل این نامعادله‌ها همه اعداد ثابت را در سمت راست و همه مجهول‌ها را در سمت چپ جمع می‌کنیم و در آخر دو طرف نامساوی را بر ضریب مجهول تقسیم می‌کنیم.

نکته: اگر ضریب مجهول منفی باشد، جهت نامساوی عوض می‌شود.

خواص نامساوی‌ها

جمع و منها کردن	۱	$a < b \Rightarrow a + c < b + c$	به دو طرف یک نامساوی، می‌توانید عدد دلخواهی را اضافه کرده یا از دو طرف کم کنید. نتیجه: اگر عددی را از یک سمت نامساوی، به طرف دیگر منتقل کنید، علامت آن عدد عوض می‌شود: $a < b + c \Rightarrow a - c < b$
	۲	$a < b \Rightarrow a - d < b - d$	
ضرب کردن	۳	$a < b \xrightarrow{c>0} ac < bc$	در دو طرف نامساوی می‌توانید عدد غیرصفر c را ضرب کنید؛ فقط اگر c منفی باشد، جهت نامساوی را عوض می‌کند...
	۴	$a < b \xrightarrow{c<0} ac > bc$	
تقسیم کردن	۵	$a < b \xrightarrow{d>0} \frac{a}{d} < \frac{b}{d}$	در دو طرف یک نامساوی را می‌توانید بر عدد غیرصفر d تقسیم کنید؛ فقط اگر d منفی باشد، جهت نامساوی عوض می‌شود.
	۶	$a < b \xrightarrow{d<0} \frac{a}{d} > \frac{b}{d}$	
توان و فرجه‌ی فرد	۷	$a < b \Rightarrow a^{2n+1} < b^{2n+1}$	از دو طرف یک نامساوی بدون هیچ مشکلی می‌توانید فرجه‌ی فرد گرفته و یا هر دو طرف را به توان فرد برسانید.
	۸	$a < b \Rightarrow a^{2n+\sqrt{a}} < b^{2n+\sqrt{b}}$	
توان و فرجه‌ی زوج	۹	$0 < a < b \Rightarrow a^{2n} < b^{2n}$	در دو طرف یک نامساوی را می‌توانید به توان زوج برسانید، فقط اگر هر دو عدد حاضر در نامساوی منفی بودند، باید جهت نامساوی را عوض کنید...
	۱۰	$a < b < 0 \Rightarrow a^{2n} > b^{2n}$	
	۱۱	$a^{2n} < b^{2n} \Rightarrow a < b $	
	۱۲	$0 < a < b \Rightarrow \sqrt[2n]{a} < \sqrt[2n]{b}$	
معکوس کردن	۱۳	$0 < a < b \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$	معکوس کردن طرفین یک نامساوی، اشکالی ندارد! اما جهت نامساوی همیشه عوض می‌شود، مگر این‌که دو عدد حاضر در نامساوی، مختلف‌العلامت باشند. واضح‌ه که باید: $a, b \neq 0$.
	۱۴	$a < b < 0 \Rightarrow \frac{1}{a} > \frac{1}{b}$	
	۱۵	$a < 0 < b \Rightarrow \frac{1}{a} < \frac{1}{b}$	

نکته: اگر در یک نامساوی یکی از اعداد حاضر منفی و یکی مثبت باشد، نمی‌توان دو طرف را به توان زوج رساند.

سوال: جواب نامعادله‌ی $\frac{2}{3}(x+7) - \frac{x}{4} > \frac{1}{2}(2-x)$ کدام است؟

سوال: اگر $13 \leq x - 2 < 7$ باشد، چند مقدار صحیح برای x وجود دارد؟

نامعادله درجه دوم: کافی است همهٔ جملات را به یک سمت انتقال داده و تعیین علامت کنیم و در آخر علامت خواسته شده را پیدا کنیم.

سوال: نمودار تابع $f(x) = x^2 + 4x - 3$ در بازه‌ی (a, b) پایین خط $y = 2$ قرار دارد. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

سوال: اگر مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی $-x^2 + bx - c \geq 0$ به صورت $\{x | -3 \leq x \leq 1\}$ باشد، چند عدد صحیح در نامعادله‌ی $(1-b)x^2 + 3x + 2c < 0$ صدق می‌کند؟

سوال: عبارت $P = x^2 - bx + c$ در بازه‌ی $(-2, 5)$ منفی و برای بقیه‌ی مقادیر x نامنفی است. مقدار $b + c$ کدام است؟

تکنیک بارهای الکتریکی: می‌توان بدون کشیدن جدول تعیین علامت نامعادله‌های درجه دوم را حل کرد.
مثال:

سوال: نامعادله‌ی $\frac{-x^2+6x-9}{x^2+x+3} \leq 0$ به ازای x های متعلق به کدام مجموعه برقرار است؟

سوال: مجموعه‌ی جواب‌های نامعادله‌ی $2x^2 - 1 > (1-x)(x+2)$ بازه‌ی (a, b) است. حاصل $a+b$ کدام است؟

حل نامعادله در حالت کلی: همه عبارت‌ها را به یک سمت منتقل کرده و در صورت نیاز مخرج مشترک می‌گیریم تا کل عبارت‌ها در یک کسر دور هم جمع شوند. حالا تعیین علامت کرده و علامت خواسته شده رو پیدا می‌کنیم.

$$\frac{2x-1}{x^2-4} \geq 1$$

$$\frac{7x-8}{x^2-x-2} > \frac{x}{x-2}$$

$$\frac{(2x^2-5x-7)(x-2)^4}{(1-2x)^3} \leq 0$$

$$\frac{x^3+x-6}{x^2+x-6} < 1$$

$$\frac{\sqrt[5]{(x+1)^2} \sqrt{2-x}}{\sqrt[3]{x+2}(x^2-4x+3)} \leq 0$$

سوال: نمودار تابع $y = \frac{|x-2|(x^2-1)}{-(x^2-5x+4)^3}$ در چه بازه‌ای بالای محور x ها قرار دارد؟

سوال: مجموعه جواب نامعادله $\frac{x-x^2}{2} > x-3$ به صورت (a, b) است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

سوال: مجموعه جواب نامعادله $\frac{4}{x+3} > 3 - \frac{2}{x}$ در اعداد منفی به صورت (a, b) است. مقدار $b-a$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

نکته: اگر نامعادله علامت بیشتر مساوی یا کمتر مساوی داشت، در انتها ریشه‌های صورت (نه ریشه‌های مشترک با مخرج) را هم به عنوان جواب لحاظ می‌کنیم.

تکنیک بارهای الکتریکی برای توابع هموگرافیک: اگر یک نامعادله کسری با صورت و مخرج درجه اول داشته باشیم، خواهیم داشت:

سوال: مشخص کنید دو تابع A و B به ترتیب به ازای چه x هایی نامنفی و نامثبت هستند.

$$A = \frac{3x-9}{x+2}$$

$$B = \frac{x+4}{14-2x}$$

سوال: نامعادله $\frac{x+16}{2x-4} \leq -1$ چند جواب صحیح دارد؟

سوال: مجموعه جواب نامعادله $\frac{x+a}{bx+6} > 0$ بازه $(-3, 2)$ است. کدام است $a-b$ ؟

- (۱) ۴ (۲) -۴ (۳) ۶ (۴) -۶

سوال: مجموعه جواب نامعادله $x^2 - 3x + 2 > 0$ کدام است؟

- (۱) $(-2, 1)$ (۲) $(1, +\infty)$ (۳) $(-\infty, -2) \cup (1, +\infty)$ (۴) $(-2, +\infty) - \{1\}$

سوال: در بازه (a, b) ، نمودار تابع $y = (x-1)^2$ بالاتر از نمودار تابع $y = 4x^4$ است. بیشترین مقدار $b-a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) $1/5$ (۳) ۲ (۴) $2/5$

«تجربی ۹۹»

نکته: اگر در نامساوی علامت مخرج کسر را ندانیم، حق طرفین وسطین نداریم. اگر مخرج کسر مثبت باشد، با خیال راحت طرفین وسطین می‌کنیم؛ اگر منفی باشد، جهت نامساوی را عوض می‌کنیم. مثال:

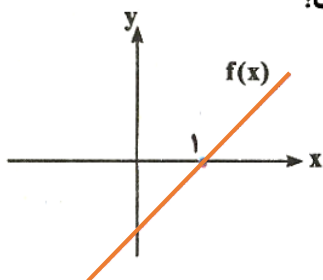
سوال: جواب نامعادله $\frac{1}{x^2-x+1} \geq \frac{1}{2x^2+1}$ بازه $\mathbb{R} - (a, b)$ است، مقدار $\frac{2a+b}{2}$ کدام است؟

سوال: جواب نامعادله $\frac{1}{4x^2+3x+1} < \frac{1}{x^2+2x+2}$ به صورت $\mathbb{R} - [\alpha, \beta]$ است. $\alpha + \beta$ کدام است؟

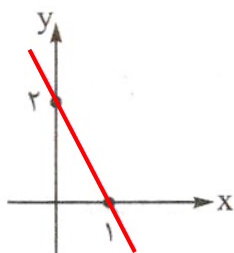
(۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

نامساویات نهوداری

سوال: نمودار $f(x)$ به صورت مقابل است. مجموعه جواب نامعادله $\frac{2f(x)}{(x-1)^2} > 0$ کدام است؟



سوال: نمودار تابع خطی f به صورت مقابل است. مجموعه جواب نامعادله $xf(-\frac{x}{2}) < 0$ کدام است؟ «نزدبام»



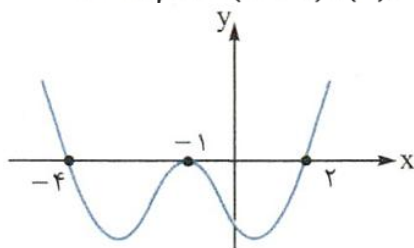
(۱) $(-2, 0)$

(۲) $(0, 2)$

(۳) $\mathbb{R} - [0, 2]$

(۴) $\mathbb{R} - [-2, 0]$

سوال: نمودار تابع $f(x)$ به صورت مقابل است. مجموعه جواب نامعادله $(x+4)f(x) \geq 0$ کدام است؟



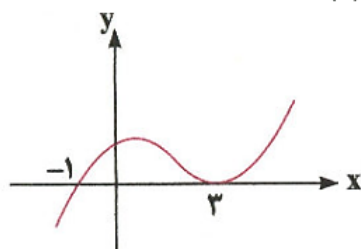
(۱) $(-\infty, -4] \cup [2, +\infty)$

(۳) $[-1, +\infty) \cup \{-4\}$

(۲) $[-4, -1] \cup [2, +\infty)$

(۴) $[2, +\infty) \cup \{-4, -1\}$

سوال: اگر نمودار $f(x)$ به صورت مقابل باشد، آنگاه مجموعه جواب نامعادله $\frac{x}{f(x)} < 0$ کدام است؟



«آزمون های گاج»

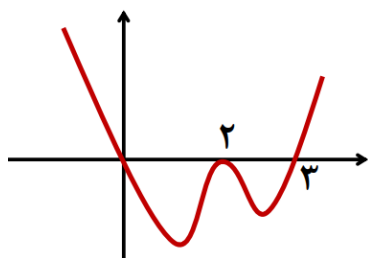
(۱) $(-1, 0) \cup (3, +\infty)$

(۲) $(-1, 3)$

(۳) $(-1, 0)$

(۴) $(0, +\infty)$

سوال: شکل مقابل نمودار تابع $y = f(x)$ است. مجموعه جواب نامعادله $\frac{x^2-9}{f(x)} \leq 0$ شامل چند عدد صحیح است؟



«آزمون قلم چی»

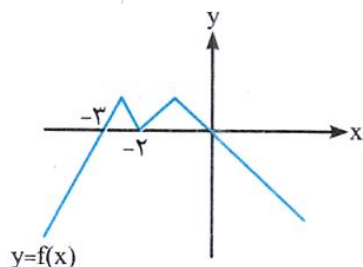
(۱) ۱

(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

سوال: با توجه به نمودار تابع $y = f(x)$ ، مجموعه ی جواب های نامعادله ی $\frac{|x-1|f(x)}{4x-x^2} \geq 0$ شامل چند عدد طبیعی یک رقمی است؟



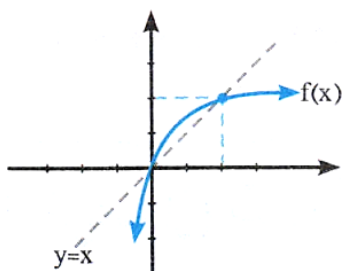
«مهرماه»

(۱) ۵

(۲) ۶

(۳) ۷

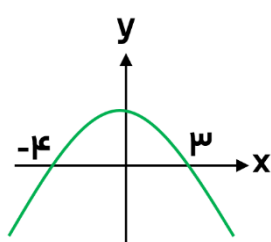
(۴) ۸



سوال: مجموعه جواب نامعادله $xf(x) - x^2 < 0$ به کدام صورت است؟

- (۱) $(-\infty, 0) \cup (2, +\infty)$
- (۲) $(-\infty, 0)$
- (۳) $(2, +\infty)$
- (۴) $(0, 2)$

سوال: نمودار سهمی $y = ax^2 + bx + c$ به صورت مقابل است. مجموعه جواب نامعادله $\frac{(-2x+4)(x+3)^2}{ax^2+bx+c} \geq 0$ کدام است؟



«گاج»

- (۱) $(-4, -3] \cup (3, +\infty)$
- (۲) $(-4, 2] \cup (3, +\infty)$
- (۳) $(-\infty, -4) \cup (3, +\infty)$
- (۴) $(-\infty, -4) \cup [2, 3)$

ناهمبازدلات توأم

سوال: اگر مجموعه جواب نامعادله $2x + 3 < 5 - x \leq x + 1$ را به صورت $[a, b]$ بنویسیم، مقدار $3a + 2b$ کدام است؟

«سراسری ۹۹»

سوال: مجموعه جواب نامعادله $1 < \frac{x+1}{2x-1} < 3$ کدام است؟

- (۱) $(0/6, 1/5)$
- (۲) $(0/8, 1/2)$
- (۳) $(1, 2)$
- (۴) $(0/8, 2)$

«کنکور ۹۸»

سوال: مجموعه جواب‌های نامعادله $1 < \frac{2x-3}{x+1} < 3$ به کدام صورت است؟

- (۱) $\mathbb{R} - [-6, 4]$
- (۲) $\mathbb{R} - [-4, 6]$
- (۳) $(4, +\infty)$
- (۴) $(-\infty, -6)$

«خیلی سبز»

سوال: جواب نامعادله $x^5 < x < x^4$ کدام است؟

- (۱) $(-\infty, -1)$ (۲) $(-1, 0)$ (۳) $(-1, 1) - \{0\}$ (۴) $(0, 1)$

سوال: مجموعه جواب دستگاه نامعادلات $\begin{cases} 5x-1 \geq 3x-7 \\ 2-x > -1 \end{cases}$ شامل چند عدد صحیح است؟

سوال: جواب دستگاه نامعادلات $\begin{cases} \frac{1}{2x-1} < \frac{1}{x} \\ x^2+x < 2 \end{cases}$ کدام است؟

نکته: اگر جواب نامعادله $\frac{ax+b}{cx+d} < 0$ به صورت $(k, +\infty)$ یا $(-\infty, k)$ باشد، حتماً یکی از اعداد a یا c صفر هستند. همچنین اگر جواب نامعادله $ax^2+bx+c < 0$ به صورت $(k, +\infty)$ یا $(-\infty, k)$ باشد، حتماً $a=0$ است.

سوال: مجموعه جواب نامعادله $\frac{2x+4}{ax-6} < 1$ به صورت $(b, +\infty)$ است، حاصل $a+b$ کدام است؟

نامعادلات قدرمطلق

قبل از بررسی نامعادلات قدرمطلق، اول با خود قدرمطلق و ویژگی‌های آن آشنا شویم.

ویژگی‌های قدرمطلق:

۱- قدرمطلق منفی خوار است؛ یعنی صفر و مثبت را عیناً بیرون می‌دهد اما عدد منفی را قرینه می‌کند. مثل:

سوال: حاصل قدرمطلق هر کدام از عبارات زیر کدام است؟

سوال: مجموعه مقادیر ممکن برای $y = 2x - |2x|$ کدام است؟ آیا می‌توانید نمودار آن را رسم کنید؟

۲- حاصل قدرمطلق همواره یا مثبت است یا صفر؛ یعنی همواره نامنفی است!

سوال: به ازای کدام مقادیر x ، تساوی $|x^2 + 4x + 7| = 2 - |x^2 - 2| + 4$ برقرار است؟

سوال: مجموعه مقادیر ممکن برای تابع $U = |x^2 - 2x|$ کدام است؟

۳- تنها در صورتی حاصل قدرمطلق صفر می‌شود که عبارت درون آن صفر باشد.

$$|U| = 0 \rightarrow U = 0$$

نکته: پس می‌توان گفت حاصل یک قدرمطلق همواره مثبت است، مگر به ازای ریشه‌های عبارت درون قدرمطلق. زیرا به ازای ریشه‌ها، حاصل قدرمطلق صفر می‌شود.

سوال: به ازای چه x هایی $|x+5| > 0$ برقرار است؟

سوال: به ازای کدام مقادیر x تساوی $\sqrt{4x^2 - 4x + 1} = 1 - 2x$ برقرار است؟

۴- گزینه کردن عبارت داخل قدرمطلق آزاد است. مثل:

۵- سایر خواص قدرمطلق:

 $|U-A| =$

 $|-U| =$

 $|a|^n =$

 $|a| \times |b| =$

 $|a| + |b| \neq$

 $|a| / |b| =$

 $|a| - |b| \neq$

سوال: حالات ممکن برای $|a+b|$ $|a| + |b|$ را بررسی کنید.

سوال: سوال قبل را در مورد $|a-b|$ $|a| - |b|$ تمرین کنید.

۶- قدرمطلق نشان دهنده فاصله (از دو سمت چپ و راست) بایک عدد خاص است. مثلاً $|x| = 2$ یعنی عددهایی که از دو سمت $x = 0$ فاصله ۲ واحدی داشته باشند. طبق نمودار:

سوال: برای هر کدام از عبارات زیر یک نمودار رسم کنید:

? $|x-1| < 3$

? $|x+5| \leq 1$

? $|2x-3| \leq 2$

? $|3x-6| > 9$

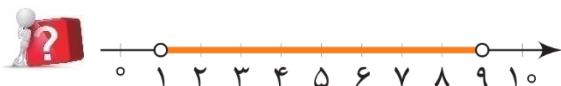
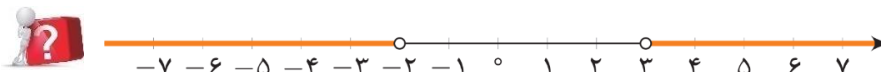
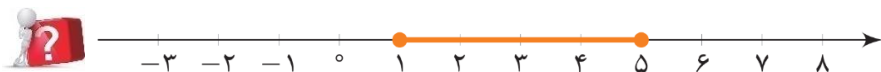
? $|x+4| \geq 3$

سوال: برای هر کدام از بازه‌ها یا نمودارهای زیر، یک نامساوی قدرمطلق بنویسید:

? $[1, 7]$

? $\mathbb{R} - [0, 4]$

? $(-3, 5)$



جمع بندی: پس منظور از $|x-A| < B$ یعنی

جمع بندی: پس منظور از $|x-A| > B$ یعنی

سوال: عبارت‌های زیر را با استفاده از قدرمطلق به صورت ریاضی بنویسید.

الف) فاصله x از مبدأ بیشتر از فاصله $2x$ تا عدد ۳ است.

ب) مجموع فواصل x از سه عدد ۰، ۲ و ۵- برابر ۱۳ است.

پ) فاصله بین $2x$ و عدد ۳- کمتر از ۱۱ و بیشتر مساوی ۳ است.

سوال: نامعادلات زیر را حل کنید.

 $|x| \leq 3$

 $|x| < -3$

 $|x| > 3$

 $|x| > -3$

 $|x-2| \leq 5$

 $|2x+6| \leq 4$

 $|3-x| > 8$

 $|4-2x| \geq 14$

نکته: اگر $a < b$ باشد و داشته باشیم $a < |x| < b$ آنگاه خواهیم داشت:

سوال: نامعادله های زیر را حل کنید.

$$||x| - 5| \leq 4$$

$$1 < |x+3| < 7$$

$$||x| - 2| < 2$$

$$||3x| + 2| \leq 2$$

سوال: نامعادله های قدرمطلق را حل کنید.

$$|2x-7| < x-2$$

$$|3x+8| \geq |4x+6|$$

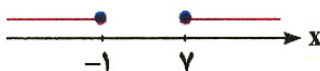
$$\left| \frac{6x-2}{7-x} \right| \leq 0$$

$$\left| \frac{2x-7}{x+4} \right| > 3$$

تذکر: حتماً توجه شود که در فرم $|u| < \dots$ از جوابها اشتراک و در فرم $|u| > \dots$ از جوابها اجتماع می گیریم.

سوال: مجموعه جواب نامعادله $\left| \frac{2-x}{2x-3} \right| > 1$ به صورت کدام بازه است؟

سوال: نمایش هندسی مجموعه مقادیر x به صورت مقابل است. کمترین مقدار عبارت $|2x-6|$ کدام است؟



سوال: مجموعه جواب نامعادله $|\frac{2x+4}{ax-6}| < 1$ بازه $(b, +\infty)$ است. حاصل $a+b$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{5}$ (۲) -2 (۳) -3 (۴) $-4/5$

سوال: مجموعه جواب دستگاه نامعادلات $|x-1| < 2x$ و $|x-5| < |x+1|$ را به صورت بازه (a, b) نوشته‌ایم. مقدار $a+b$ کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

سوال: جواب نامعادله $2x^2 + ax + b > 0$ با جواب نامعادله $|4-x| > 1$ برابر است. $a-b$ کدام است؟

- (۱) -46 (۲) -36 (۳) 26 (۴) 36 «نردبام»

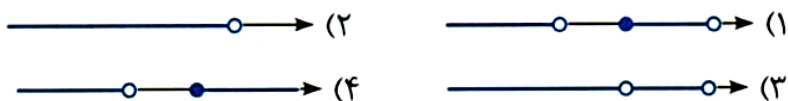
سوال: مجموعه جواب نامعادله $|2x-1| \leq x+1$ شامل چند عدد صحیح است؟ «نردبام جامع»

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) بی‌شمار

سوال: اگر دو محدوده $|2x-4| < 3$ و $a < 2x+1 < b$ با هم معادل باشند، $a+b$ کدام است؟ «گاج»

- (۱) ۴ (۲) ۶ (۳) ۸ (۴) ۱۰

سوال: نمایش مجموعه جواب نامعادله $|x-1| < |x|$ بر روی محور اعداد حقیقی به کدام صورت است؟



سوال: اگر مجموعه جواب نامعادله $|x| + |x - 2| > 3$ برابر با بازه (a, b) باشد، $b - a$ کدام است؟

۱ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

۲ (۱)

سوال: مجموعه جواب نامعادله $3 < \frac{x+1}{x-2} < -1$ را به صورت $|x - \alpha| > \beta$ نمایش داده‌ایم. $\alpha\beta$ کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

سوال: مجموعه جواب نامعادله $0 \leq |x - 6| - 3 \leq \left| \frac{x-1}{3} + 1 \right|$ شامل چند عدد صحیح است؟

«هیکرو»

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

سوال: مجموعه جواب نامعادله $2x^2 + ax + b \geq 0$ به صورت $|x - 1| \geq 2$ و مجموعه جواب نامعادله $x^2 - cx + d < 0$ به صورت $|x - 2| < 1$

«آزمون‌های گاج»

می‌باشد. حاصل $\frac{a}{c} + \frac{b}{d}$ کدام است؟

-۶ (۴)

-۴ (۳)

-۳ (۲)

-۲ (۱)

سوال: مجموعه جواب معادله $|x^2 - 4| = 4$ با مجموعه جواب کدام نامعادله مساوی است؟

$|x| \geq 2$ (۴)

$|x| \leq 2$ (۳)

$|x| \geq 4$ (۲)

$|x| \leq 4$ (۱)

سوال: عبارت $P = (1 - |x|)(2x + 4)$ در بازه $(k, +\infty)$ منفی است. حداقل k کدام است؟

- (۱) -2 (۲) -1 (۳) صفر (۴) 1

سوال: اگر مجموعه جواب نامعادله $|x^2 - 1| + |x^2 - 4| > 3$ برابر با $\mathbb{R} - A$ باشد، مجموعه جواب کدام نامعادله برابر با A است؟

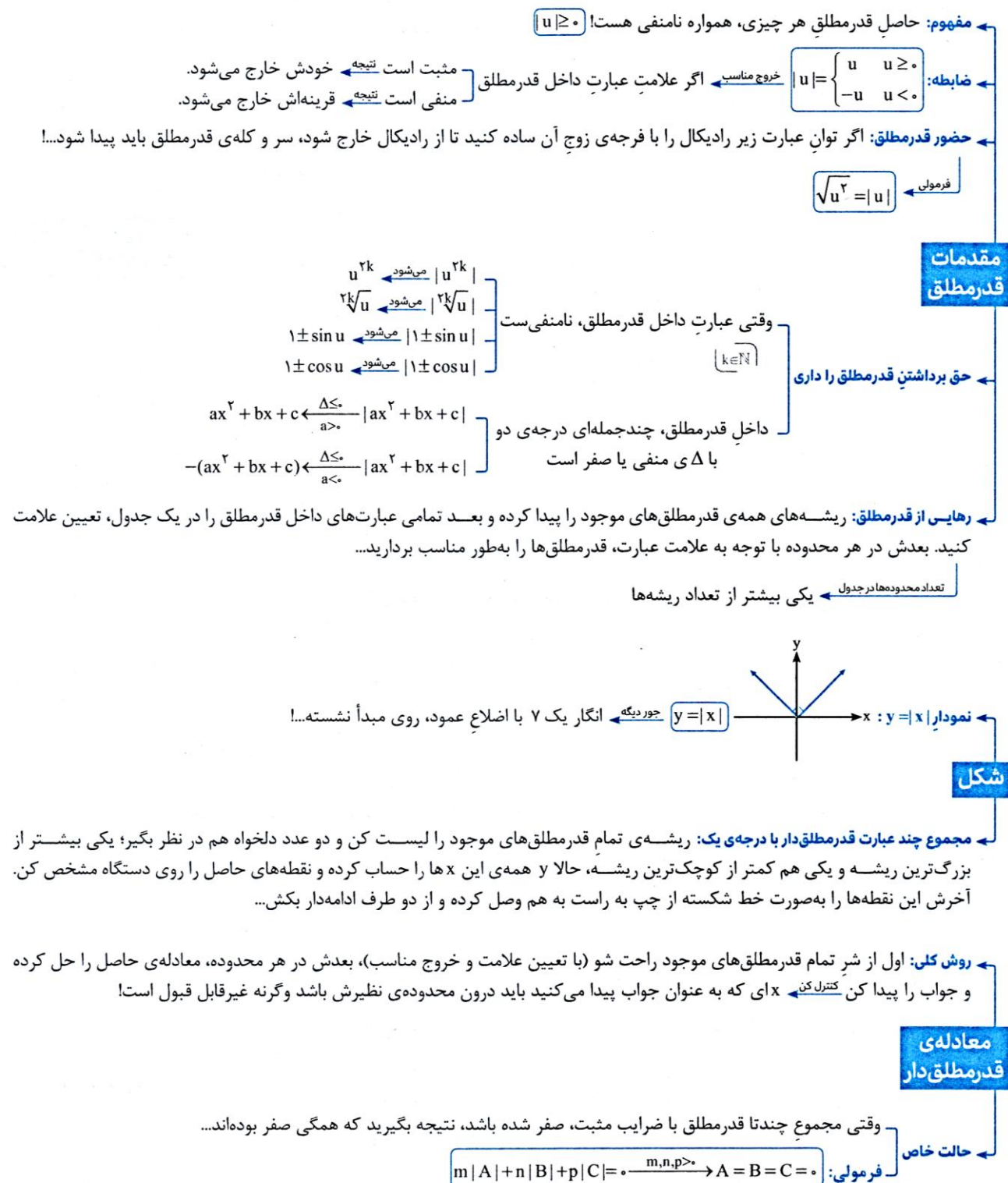
- (۱) $|x| > 1$ (۲) $|x| < 2$ (۳) $|x| > 2$ (۴) $1 < |x| < 2$

سوال: اگر مجموعه جواب معادله $|x + 1| + |3x - 1| = 4|x|$ به صورت $\mathbb{R} - (a, b)$ باشد، $a + b$ کدام است؟

- (۱) -1 (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) -2

مرور نکات کلیدی فصل:

خلاصه نکات قدرمطلق



روش کلی: اول از شرط تمام قدرمطلق‌های موجود راحت شو (با تعیین علامت و خروج مناسب)، بعدش در هر محدوده، نامعادله‌ی حاصل را حل کرده و جواب را پیدا کن، حالا این جواب را با محدوده‌ی خودش اشتراک بگیر جواب نهایی ← جواب‌های حاصل از هر محدوده را در آخر اجتماع کن.

نامعادله‌های قدرمطلق

نامعادله‌های Basic: $|u| \leq k$ یا فرض $k > 0$ نتیجه می‌دهد $-k \leq u \leq k$ علامت‌های مساوی، همه با هم هستند یا همه با هم نیستند!
 $|u| \geq k$ یا فرض $k > 0$ نتیجه می‌دهد $u \leq -k$ یا $u \geq k$

$$\left. \begin{array}{l} a \leq x \leq b \\ a \geq b \text{ یا } x \leq b \end{array} \right\} \text{فرم}$$

میانگین a و b را از طرفین نامساوی‌ها کم کنید...

نامساوی‌های دوگانه را قدرمطلق کنیم

$$\begin{array}{l} a \leq x \leq b \xrightarrow{-\left(\frac{a+b}{2}\right)} \left| x - \frac{a+b}{2} \right| \leq \frac{b-a}{2} \\ x \geq b \text{ یا } x \leq a \xrightarrow{-\left(\frac{a+b}{2}\right)} \left| x - \frac{a+b}{2} \right| \geq \frac{b-a}{2} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \end{array} \right\} \text{فرمولی}$$

اینجا به دلنویشته برای کلاس فورمکس و من بنویس و عکسشو برام بفرست :

این جزوه و تدریس‌های ویدئویی آن تنها مربوط به سایت جشان آکادمی (jashan-academy.ir) و تیم تدریس آن است؛ برای دسترسی به تدریس سایر دروس تخصصی به همین سایت مراجعه فرمایید یا به آیدی تلگرام @jashanil1212 پیام دهید.

در صفحات تلگرام و روییکا با آدرس @tajrobbiljashani با ما همراه باشید و از صفحه‌آپارات‌مون نیز دیدن فرمایید.

ارادت‌مند شما؛ امیررضا جشانی‌پور