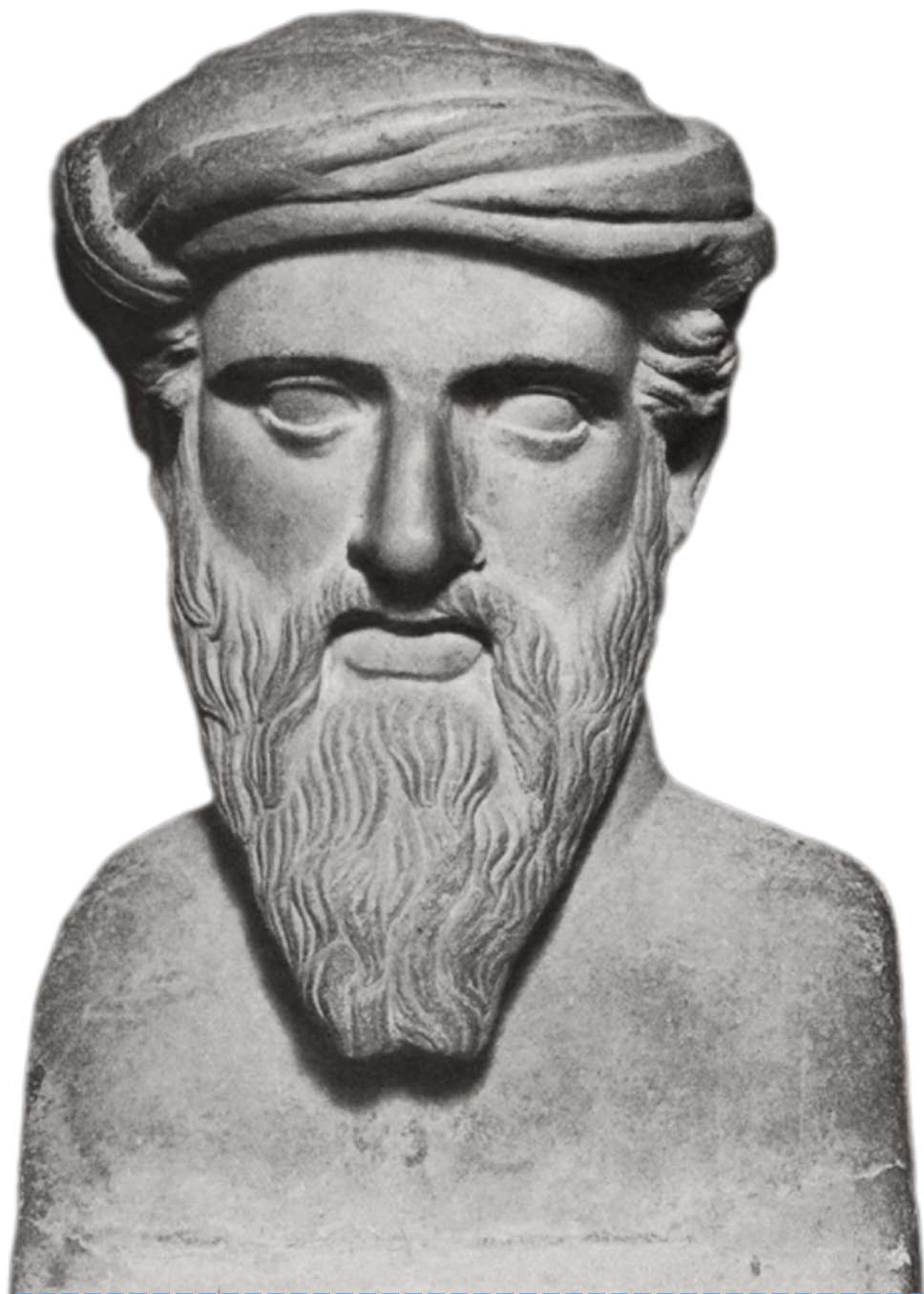




فصل ۲ : مثلثات

کلاسی ویژه امتحانات نهایی + کنکور سراسری

برای دانلود فیلم و جزوات دروس اختصاصی پایه دهم و شرکت در سایر پایه‌ها به سایت جشان آکادمی رجوع کنید jashan-academy.ir

بسم الله الرحمن الرحيم

برای تالیف این جزوه از بهترین و بهروزترین تست‌های کتاب‌های کمک‌درسی و همچنین آزمون‌های آزمایشی و کنکور در کنار سوالات تالیفی استفاده شده است.
لینک دانلود فیلم و جزوات همه دروس اختصاصی jashan-academy.ir

فصل ۲: مثلثات

یادآوری مرور نکات مثلث:

- ✓ مجموع زوایای داخلی یک مثلث است.
- ✓ مجموع هر زاویه و زاویه خارجی مرتبط با آن است.
- ✓ مجموع زوایای خارجی یک مثلث است.
- ✓ در مثلث قائمه الزاویه ضلع روبرو به زاویه قائمه نام دارد.
- ✓ زاویه کوچکتر از 90° درجه را تند یا می‌گویند.
- ✓ زاویه بزرگتر از 90° درجه را باز یا می‌گویند.
- ✓ مثلثی که هر سه ضلع آن برابر باشد نام دارد. در این مثلث هر سه زاویه نیز برابر بوده و است.
- ✓ مثلثی که تنها دو ضلع آن برابر باشد نام دارد. این مثلث دو زاویه برابر نیز دارد.
- ✓ رابطه فیثاغورث مربوط به مثلث‌های است.

دو مثلث بسیار پرکاربرد در مثلثات:

الف) مثلث $30^\circ-60^\circ-90^\circ$:

۱- در این مثلث ضلع روبرو به زاویه 30° درجه است.

۲- در این مثلث ضلع روبرو به زاویه 60° درجه است.

ب) مثلث قائم الزاویه متساوی الساقین:

۱- در این مثلث وتر برابر هر ضلع دیگر است.

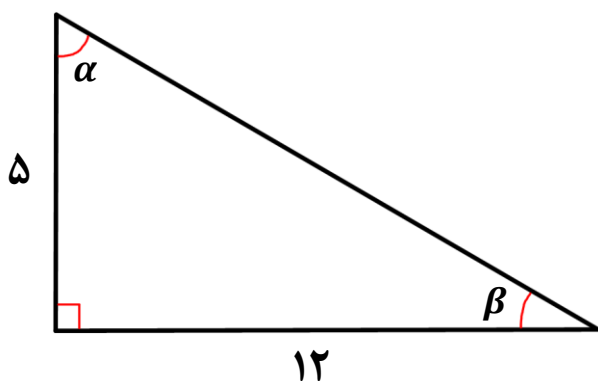
۲- دو زاویه دیگر این مثلث هر کدام درجه است.

نکته: در یک مثلث قائم الزاویه مجموعه دو زاویه غیرقائم برابر درجه است. به این زاویه‌ها نسبت به هم زوایای می‌گویند.

درسنامه ۱: نسبت‌های مثلثاتی و مرور مفاهیم مثلث

نسبت‌های مثلثاتی

ریاضیدانان برای کار راحت‌تر با مثلث و نسبت اضلاع آن‌ها در مباحث تشابه و مربوط به آن، نسبت‌های مثلثاتی را تعریف کرده‌اند. ورودی این نسبت‌ها از جنس است و خروجی آن‌ها یک عدد است که نسبت اضلاع مربوطه را نشان می‌دهد.



سوال: نسبت‌های مثلثاتی زیر را بیابید:

 $\sin \alpha =$

 $\tan \alpha =$

 $\cos \beta =$

 $\cot \beta =$

 $\sin \beta =$

 $\tan \beta =$

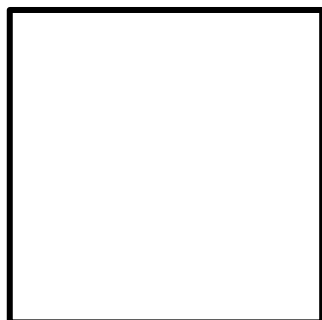
 $\cos \alpha =$

 $\cot \alpha =$

سوال: با توجه به مثال قبل، حاصل موارد زیر را بیابید:

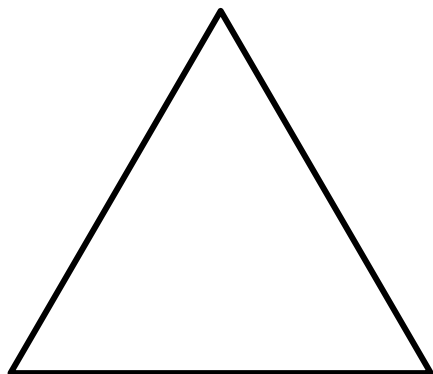


سوال: با توجه به کتاب درسی، نسبت‌های مثلثاتی زاویه ۴۵ درجه را بیابید: «برگرفته از کتاب درسی»



«برگرفته از کتاب درسی»

سوال: نسبت‌های مثلثاتی زاویه ۳۰ و ۶۰ درجه را بیابید:



سوال: جدول زیر را تکمیل کرده و به خاطر بسپارید:

	۳۰°	۶۰°	۴۵°
sin			
cos			
tan			
cot			

نکته: توجه شود که در مثلث است که این نسبت‌ها معنی پیدا می‌کنند (نه همه مثلث‌ها).

سوال: یک موشک در ارتفاع ۱۵ متری از سطح زمین و با زاویه ۳۰° پرتاب می‌شود. می‌خواهیم بدانیم پس

از طی ۲۰۰۰ متر با همین زاویه، موشک به چه ارتفاعی از سطح زمین می‌رسد؟ «برگرفته از کتاب درسی»

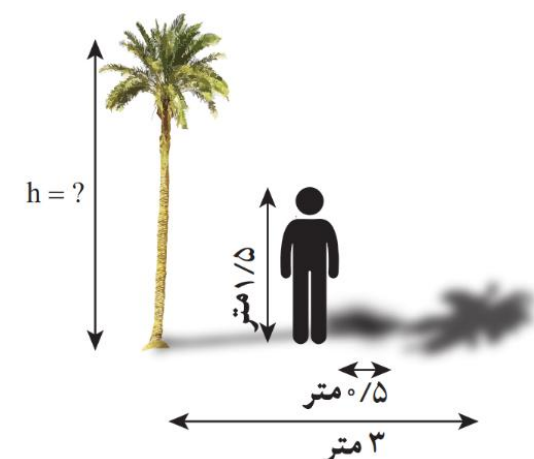


سوال: نردبانی به طول ۸ متر در زیر پنجره ساختمانی قرار گرفته است. اگر زاویه نردبان با سطح زمین ۳۰ درجه باشد:

الف) ارتفاع پنجره تا زمین چقدر است؟

ب) فاصله پای نردبان تا ساختمان چقدر است؟

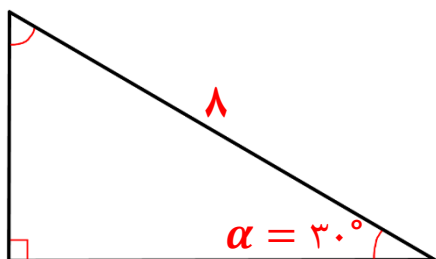
سوال: علی می‌خواهد ارتفاع یک درخت را که طول سایه آن ۳ متر است، حساب کند. قد علی ۱/۵ متر و طول سایه او در همان لحظه ۰/۵ متر است. ارتفاع درخت چقدر است؟



سوال: یک هواپیما در ارتفاع ۲km از سطح زمین در حال فرود آمدن است. اگر زاویه هواپیما با افق حدود ۱۳° باشد، هواپیما در چه فاصله‌ای از نقطه A فرود می‌آید؟ ($\tan 13^\circ \cong 0/23$)



سوال: با استفاده از مفهوم sin و cos به ترتیب دو ضلع دیگر مثلث فوق را بیابید و برای آن رابطه‌ای در نظر بگیرید:



«آزمون‌های ناچ»

سوال: حاصل $\frac{4 \cos 60^\circ - 2(\sin^2 60^\circ) - (\tan^2 60^\circ)}{\sin 30^\circ \times \cos^2 45^\circ}$ کدام است؟

۲۰ (۴)

-۲۰ (۳)

۱۰ (۲)

-۱۰ (۱)

زاویه‌های متمم

گفتیم که اگر $\alpha + \beta = \dots\dots\dots$ ، به این زاویه‌ها نسبت به هم متمم می‌گویند.

سوال: جاهای خالی زیر را با عبارت مناسب پر کنید:

$\sin 13^\circ = \cos \dots\dots\dots$

$\tan 22^\circ = \cot \dots\dots\dots$

$\cos 89^\circ = \dots\dots\dots$

$\cot 44/5^\circ = \tan \dots\dots\dots$

نکته: اگر $\alpha + \beta = \dots$ ، به این زاویه‌ها نسبت به هم مکمل می‌گویند. در زوایای مکمل دو زاویه با هم برابر و و آن‌ها نسبت به هم قرینه هستند.

 $\sin 13^\circ = \dots$

 $\tan 22^\circ = \dots$

 $\cos 89^\circ = \dots$

 $\cot 45^\circ = \dots$

«آزمون گزینه ۲»

سوال: حاصل $\tan 1^\circ \times \tan 2^\circ \times \dots \times \tan 88^\circ \times \tan 89^\circ$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) ۴

«گاج با تغییر»

سوال: اگر $\cos x \times \tan 18^\circ = 1$ ، آن‌گاه حاصل $\frac{\sin 2x}{\cos 3x} + \frac{\tan x}{\cot 4x}$ کدام است؟

- (۱) $\tan 18^\circ$ (۲) ۲ (۳) صفر (۴) $\sin 18^\circ$

تذکر: هرگاه در سوالات زاویه‌های عجیب (غیر از صفر، ۳۰، ۴۵، ۶۰ و ۹۰ درجه) دیدید، حتماً متمم بودن آنها را چک کنید (کافی است آن‌ها را با هم جمع کنید تا متوجه شوید!!).

«هیگرو قرن»

سوال: در مثلث ABC، اگر $\sin(\hat{A} + 30^\circ) - \cos(\hat{B} + 20^\circ) = 0$ باشد، زاویه $\hat{C}$ کدام است؟

- (۱) 140° (۲) 150° (۳) 160° (۴) 170°



«میکرو قرن»

سوال: اگر $\sin(15^\circ + \alpha) = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $\cos(75^\circ - \alpha)$ کدام است؟

$-\frac{2}{3}$

$-\frac{1}{3}$

$\frac{2}{3}$

$\frac{1}{3}$

سوال: در مثلث ABC، اگر $\tan(\hat{A} + 15^\circ) \tan(\hat{B} + 25^\circ) = 1$ باشد، مکمل زاویه $\hat{C}$ چند درجه است؟ «ناج»

۸۰ (۴)

۷۰ (۳)

۵۰ (۲)

۴۰ (۱)

سوال: اگر $\tan x \times \tan 75^\circ = 1$ ، آن گاه حاصل $\frac{\sin 2x}{\sin 4x} - \tan 2x + \tan 3x + \cot^{-1} 3x$ کدام است؟

«تالیفی»

۴ (۴)

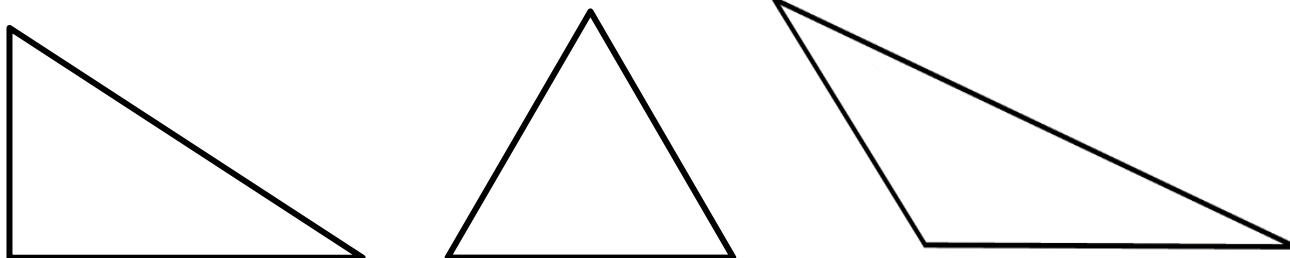
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

تذکر: با رسم می‌توان در مثلث‌های غیر قائم الزاویه، مثلث قائم الزاویه ایجاد کرد و از نسبت‌های مثلثاتی استفاده کرد.

سوال: در مثلث‌های زیر ارتفاع را رسم کنید:



نکته: در مثلث‌های قائم‌الزاویه، اضلاع زاویه قائمه هر کدام ارتفاع وارد بر دیگری است.

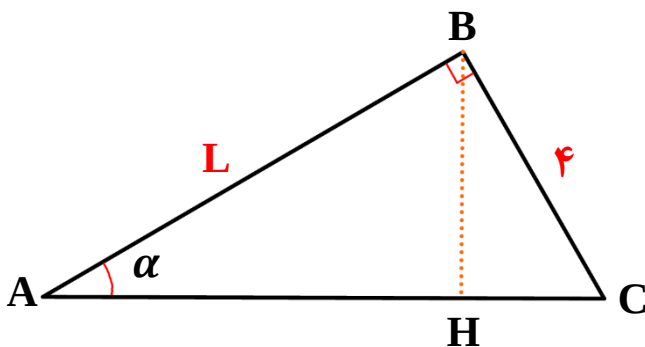
نکته: در مثلث هر سه ارتفاع عمود منصف قاعده خود (ضلع مثلث) نیز هستند (عمود منصف یعنی هم بر آن عمود است و هم آن را نصف می‌کند (میانۀ آن است)).

نکته: در مثلث ارتفاعی که از راس بر قاعده وارد می‌شود، عمود منصف آن نیز هست.

آزمون تستی مثلثات در لباس هندسه

«تالیفی»

سوال: اگر در مثلث روبرو، $\tan \alpha = L$ ، طول AH کدام است؟



(۱) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

(۲) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$

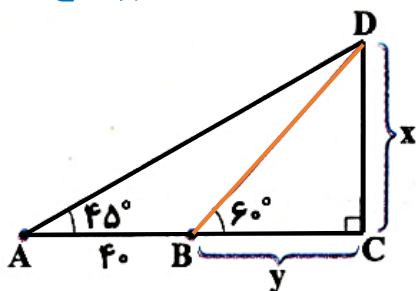
(۳) $2\sqrt{5}$

(۴) $8\sqrt{5}$

سوال: دو شخص A و B مطابق شکل مقابل، به فاصله ۴۰ متری از هم، نوک دکلی را به ترتیب با زاویه‌های

«میکرو گاج»

۴۵ و ۶۰ درجه مشاهده می‌کنند. مقدار $x+y$ کدام است؟



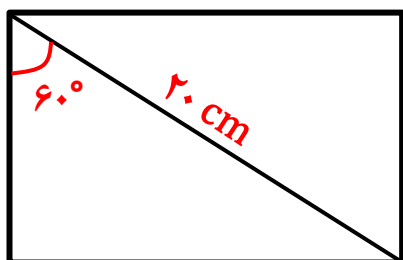
(۱) $40 + 20\sqrt{3}$

(۲) $80 + 20\sqrt{3}$

(۳) $80 + 40\sqrt{3}$

(۴) $20 + 80\sqrt{3}$

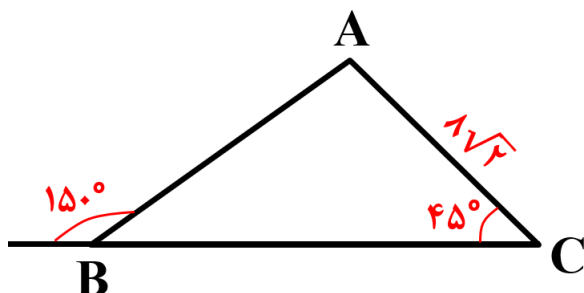
سوال: در مستطیل ABCD، نسبت محیط به مساحت تقریباً کدام است؟ $(\sqrt{3}=1/7)$ «تالیفی»



- (۱) $0/82$
- (۲) $0/62$
- (۳) $0/32$
- (۴) $0/12$

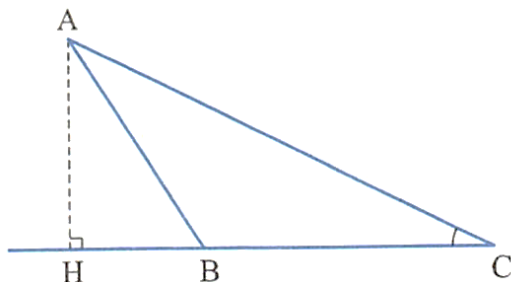
«تالیفی»

سوال: در شکل زیر، طول BC کدام است؟



- (۱) $8+\sqrt{3}$
- (۲) $1+8\sqrt{3}$
- (۳) $8+8\sqrt{3}$
- (۴) $8+4\sqrt{3}$

سوال: در شکل زیر، فرض کنید $\sin C = \frac{5}{13}$ و $CH = 9$ ، اندازه ارتفاع AH کدام است؟ «سراسری ۹۹»



- (۱) $3/25$
- (۲) $3/5$
- (۳) $3/6$
- (۴) $3/75$

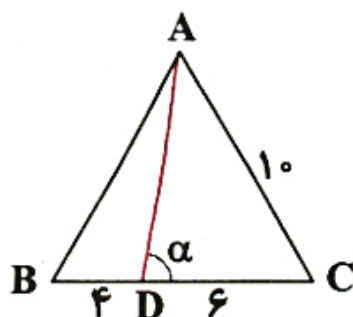
سوال: ناظری به فاصله ۳۵ متری از پای ستونی که بر روی آن مجسمه‌ای قرار دارد، ایستاده است. زاویه رویت انتها و ابتدای مجسمه با سطح افقی ۴۵ و ۴۰ درجه است. ارتفاع مجسمه کدام است؟ **«سراسری ۹۴»**
 $(\tan 40^\circ \cong 0.8)$

- (۱) ۶
 (۲) ۶/۴
 (۳) ۷
 (۴) ۷/۲

سوال: در مثلث ABC ، اگر زاویه C حاده بوده و $AC=12$ و $BC=16\sqrt{3}$ باشند؛ در صورتی که مساحت این مثلث $48\sqrt{3}$ باشد، به ترتیب زاویه C چند درجه بوده و حاصل $\tan B$ کدام است؟ **«تالیفی»**

- (۱) $\sqrt{3}$ و ۳۰
 (۲) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ و ۳۰
 (۳) $\sqrt{3}$ و ۶۰
 (۴) $\frac{\sqrt{3}}{5}$ و ۶۰

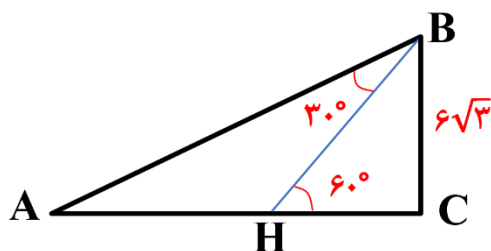
سوال: در شکل مقابل، مثلث ABC متساوی‌الاضلاع است. مقدار $\cot \alpha$ کدام است؟ **«هیکرو قرن»**



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{15}$
 (۲) $\frac{\sqrt{5}}{15}$
 (۳) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$
 (۴) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

«تالیفی»

سوال: در شکل مقابل، طول AH کدام است؟



(۱) $6\sqrt{3}$

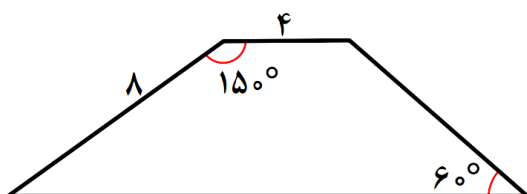
(۲) ۶

(۳) $12\sqrt{3}$

(۴) ۱۲

«سنجش تجربی»

سوال: با توجه به اندازه‌های روی شکل، مساحت دوزنقه کدام است؟



(۱) $\frac{16}{3}(3+2\sqrt{3})$

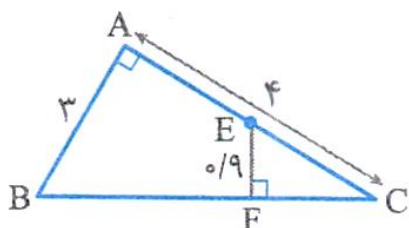
(۲) $\frac{16}{3}(2+3\sqrt{3})$

(۳) $\frac{8}{3}(3+2\sqrt{3})$

(۴) $\frac{8}{3}(2+3\sqrt{3})$

«مهر و ماه جامع»

سوال: در مثلث قائم‌الزاویه شکل مقابل، اندازه BF کدام است؟



(۱) $3/8$

(۲) $4/2$

(۳) $2/4$

(۳) $3/2$

«مهر و ماه»

سوال: در مثلث ABC، $\hat{B} = 60^\circ$ و $AB = 4$ و $AC = 3\sqrt{3}$ است. طول ضلع BC چقدر است؟

(۴) $2\sqrt{5}$

(۳) $2+3\sqrt{5}$

(۲) $2+\sqrt{15}$

(۱) $2+\sqrt{5}$

سوال: شخصی با قد $۱/۵$ متر نزدیک یک درخت ایستاده است. زاویه دید نوک درخت نسبت به افق برای شخص ۶۰ درجه است. او ۱۰ متر عقب‌تر می‌رود و زاویه دیدش در موقعیت جدید ۴۵ درجه می‌شود. ارتفاع درخت چند متر است؟ ($\sqrt{3}=1/7$)

«قلم‌چی ریاضی»

۲۴ (۴)

۲۲/۵ (۳)

۲۵ (۲)

۲۳/۵ (۱)

سوال: در شکل زیر AM میانه وارد بر ضلع BC است. حاصل $\cos C - \cot B$ کدام است؟

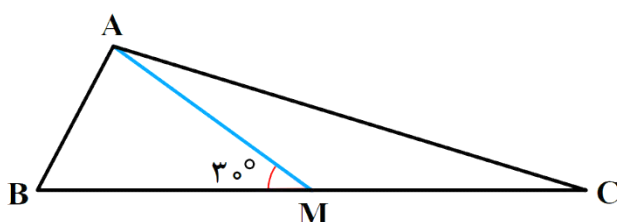
«قلم‌چی تجربی»

(۱) $\sqrt{3}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۳) $2\sqrt{3}$

(۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$



«آزمون‌های ناچ»

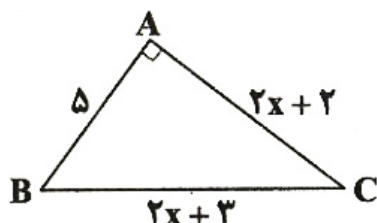
سوال: در مثلث قائم‌الزاویه مقابل، $\tan \hat{B}$ کدام است؟

(۱) $1/4$

(۲) $1/8$

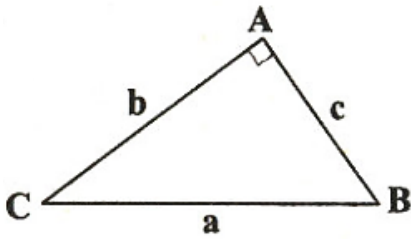
(۳) $2/4$

(۴) $2/8$



«گاج»

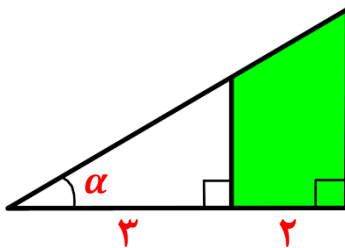
سوال: با توجه به شکل زیر، اگر $a + b = 36$ و $\cos \hat{C} = \frac{5}{13}$ باشد، محیط مثلث کدام است؟



- (۱) ۲۵
- (۲) ۳۰
- (۳) ۵۰
- (۴) ۶۰

«هیکرو قرن»

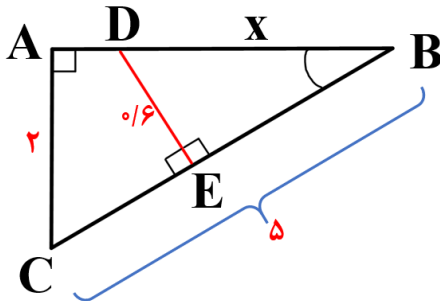
سوال: در شکل مقابل اگر $\tan \alpha = \frac{1}{4}$ باشد، مساحت ناحیه رنگی کدام است؟



- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴
- (۴) ۶

«هیکرو قرن»

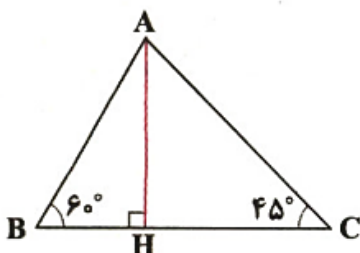
سوال: در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟



- (۱) ۱
- (۲) $\frac{2}{4}$
- (۳) ۲
- (۴) $\frac{2}{1}$

«گاج»

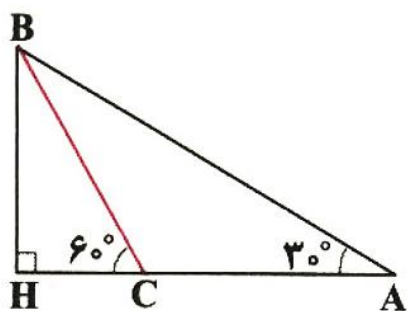
سوال: در شکل زیر، اگر فاصله دو نقطه B و C برابر ۱۰ باشد، اندازه AH کدام است؟



- (۱) $5(3 + \sqrt{3})$
- (۲) $5(3 - \sqrt{3})$
- (۳) $15 + \sqrt{3}$
- (۴) $15 - \sqrt{3}$

«کتب گاج»

سوال: در شکل زیر، اگر طول AC برابر ۱۰ باشد، طول AH کدام است؟



(۱) ۱۵

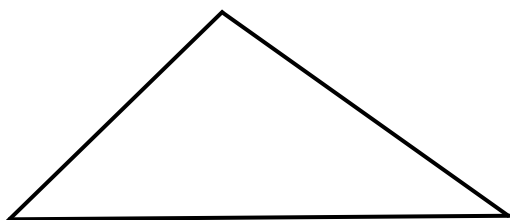
(۲) ۲۰

(۳) ۱۲

(۴) ۲۲

مساحت مثلث

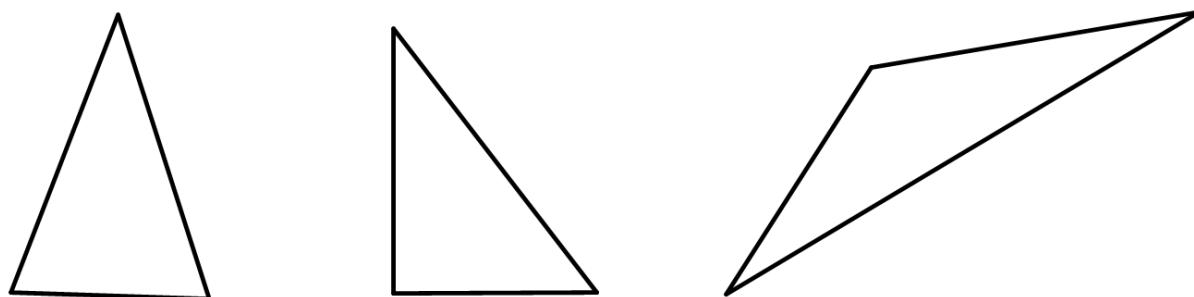
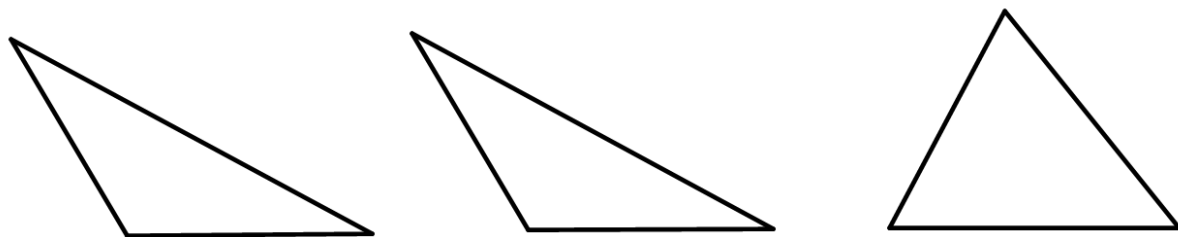
مساحت یک مثلث از رابطه زیر به دست می‌آید:



تعمیم فرمول مساحت با استفاده از مثلثات:

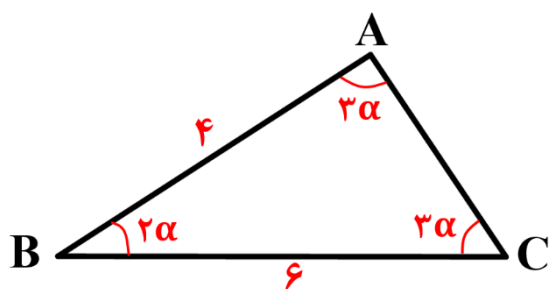
نکته: مساحت هر نوع مثلث را می‌توان با استفاده از (ض ز ض) محاسبه کرد. بدین صورت:

سوال: مساحت مثلث‌های زیر را محاسبه کنید.



«تالیفی»

سوال: مساحت مثلث موجود در شکل مقابل چند است؟



(۱) $3\sqrt{2}$

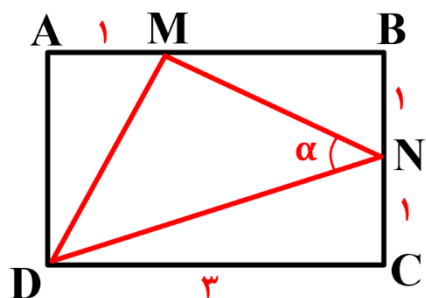
(۲) ۱۲

(۳) $6\sqrt{2}$

(۴) $3\sqrt{3}$

سوال: در شکل مقابل که یک مثلث را درون یک مستطیل نشان می‌دهد، زاویه α چند درجه است؟

«تالیفی»



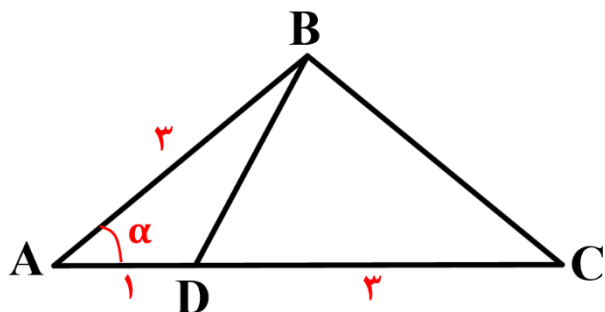
۳۰ (۱)

۴۵ (۲)

۶۰ (۳)

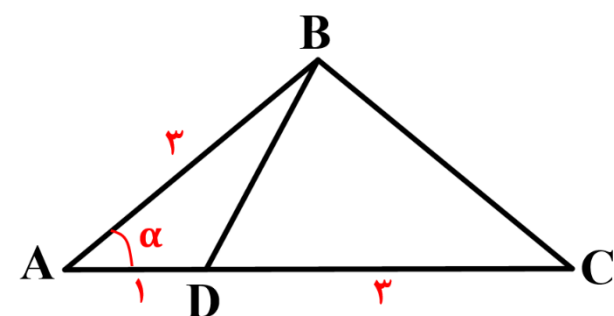
۲۲/۵ (۴)

سوال: در شکل مقابل مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت ABD است؟



نتیجه: هرگاه دو مثلث با یک زاویه مشترک داشتیم، برای مقایسه مساحت آن‌ها حتماً.....

سوال: مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث BCD است؟



۳ (۱)

۴ (۲)

۴ (۳)

۶ (۴)

۹

(۴) نمی‌توان محاسبه کرد.

قضیه سینوس‌ها

از فرمول‌های مساحت یک مثلث با کمک (فرض) می‌توان به نتیجه مهمی رسید که به آن قضیه سینوس‌ها می‌گویند.

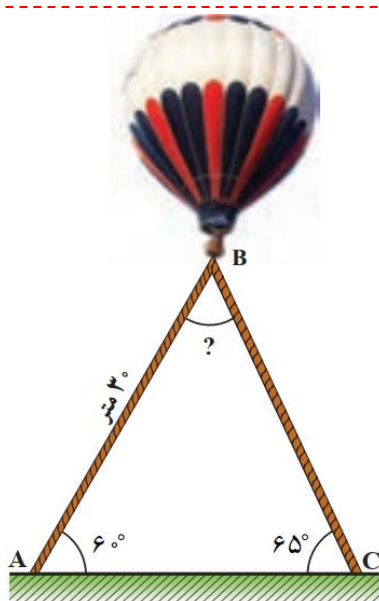
بیان متنی قضیه سینوس‌ها:

نکته: از این رابطه برای فیزیک (مثل مباحث دینامیک) نیز استفاده فراوان می‌شود.

سوال: در شکل روبرو یک بالن توسط دو طناب به زمین بسته شده است.

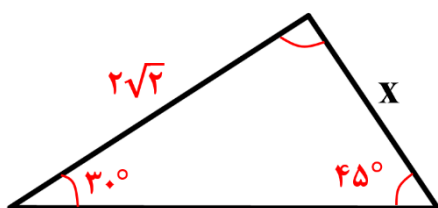
طول یکی از طناب‌ها ۳۰ متر است. «برگرفته از کتاب درسی»

الف) می‌خواهیم طول طناب دوم را پیدا کنیم. ($\sin 65^\circ \cong 0.9$)



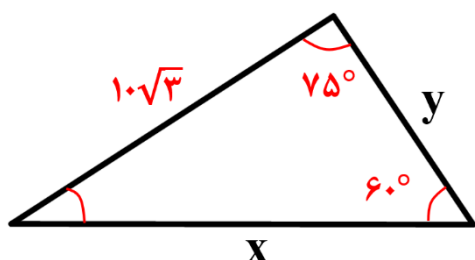
ب) اگر $\sin 55^\circ \cong 0.8$ آن گاه مساحت مثلث ایجاد شده را حساب کنید.

سوال: در شکل مقابل مقدار X را محاسبه کنید.





«تالیفی»

سوال: در شکل مقابل اگر $\sin 75^\circ \cong \frac{y}{x}$ باشد، کدام است؟

(۱) $10\sqrt{2} + 18$

(۲) $18\sqrt{2} + 10$

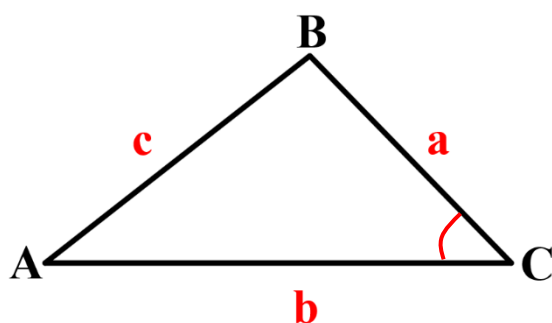
(۳) $5\sqrt{2} + 9$

(۴) $9\sqrt{2} + 5$

بیشتر بدانید: قضیه کوسینوس‌ها

در مثلث‌های غیر قائم‌الزاویه نیز می‌توان با داشتن دو ضلع، ضلع سوم را تشخیص داد (مشابه قضیه فیثاغورس)، به شرطی که زاویه بین دو ضلع را داشته باشیم.

اثبات:

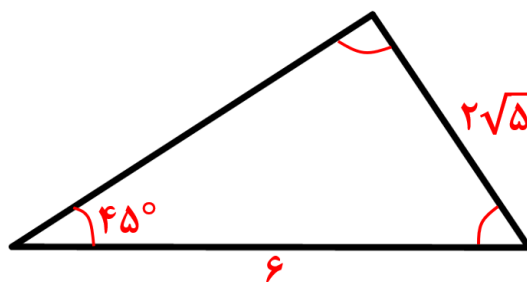
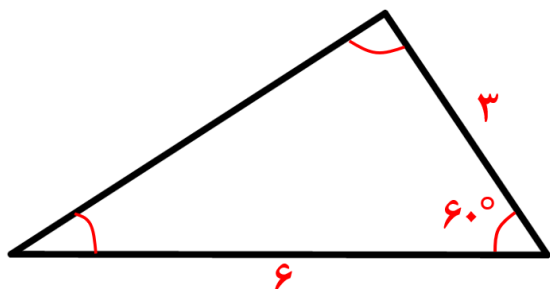


بیان متنی قضیه کوسینوس‌ها: با داشتن دو ضلع و $\cos$ زاویه بین آن‌ها، می‌توان مقدار طول ضلع سوم را در هر مثلثی محاسبه کرد.

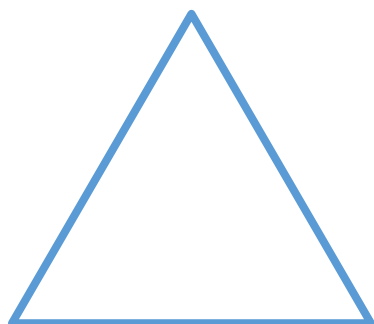
نکته: قضیه فیثاغورس حالتی از قضیه $\cos$ ها است که در آن زاویه بین دو ضلع 90° درجه است و باتوجه به اینکه $\cos 90^\circ = 0$ ، $c^2 = a^2 + b^2$ خواهد بود.



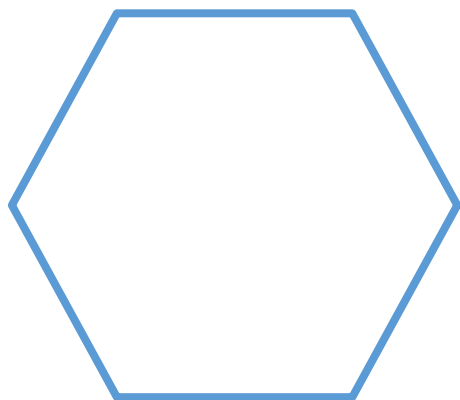
سوال: در مثال های زیر محیط مثلث را محاسبه کنید:



مساحت مثلث متساوی الاضلاع



مساحت شش ضلعی منتظم



نکاتی در مورد شش ضلعی منتظم با ضلع a :

- ✓ از مثلث متساوی الاضلاع ایجاد شده است.
- ✓ مجموع زوایای داخلی آن درجه است.
- ✓ هر زاویه داخلی آن درجه است.
- ✓ بزرگترین قطر آن طول دارد.
- ✓ کوچکترین قطر آن طول دارد.
- ✓ محیط آن برابر با است.
- ✓ مساحت بزرگترین مستطیل محصور شده در آن است.
- ✓ مساحت بزرگترین مربع محصور شده در آن است.

سوال: قطر کوچک یک شش ضلعی منتظم $4\sqrt{3}$ است، مساحت این شش ضلعی چند است؟

سوال: طول پاره خطی که از مرکز یک شش ضلعی منتظم به یکی از رئوس آن وصل می کنیم، ۳ است. مساحت طویل ترین مستطیل احاطه شده در این شش ضلعی چند برابر مساحت آن است؟

سوال: اگر مساحت یک شش ضلعی منتظم $24\sqrt{3}$ باشد، طول قطر بزرگ آن چند است؟

سوال: در یک شش ضلعی منتظم اختلاف طول قطرهای $(\sqrt{6} - 2\sqrt{2})$ است، مساحت این شش ضلعی چند برابر $\sqrt{3}$ است؟

«تالیفی»

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

مساحت سایر اشکال هندسی

الف) مساحت همه چهار ضلعی ها: با استفاده از دو قطر آنها



ب) مساحت چهارضلعی‌های معروف (مربع، مستطیل و متوازی‌الاضلاع): با استفاده از اضلاع

نکته: برای محاسبه مساحت متوازی‌الاضلاع سه روش وجود دارد. آن‌ها را بنویسید:

الف) با کمک قطرهای



ب) با کمک اضلاع

پ) با کمک ارتفاع

نکته: اولاً که قطرهای متوازی‌الاضلاع منصف هم هستند و ثانیاً اگر قطرهای را رسم کنیم ۴ تا مثلث ایجاد می‌شود که دو به دو متشابه‌اند اما هر ۴ مثلث مساحت برابر دارند. پس مساحت متوازی‌الاضلاع ۴ برابر مساحت هر کدام از این مثلث‌هاست.

سوال: مساحت اشکال زیر را محاسبه کنید:

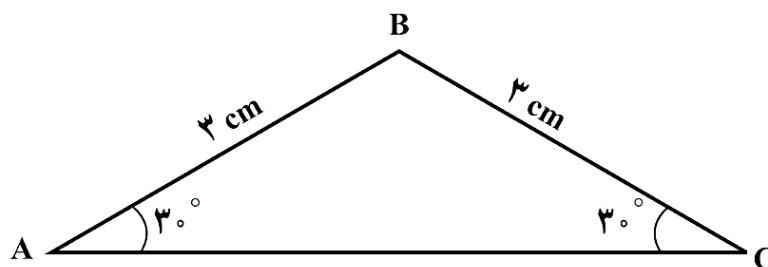
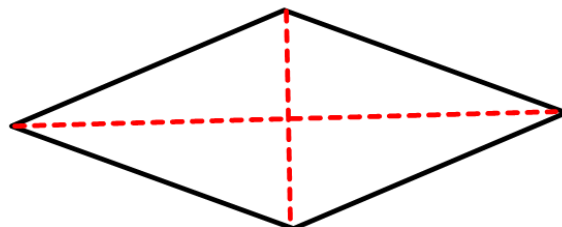
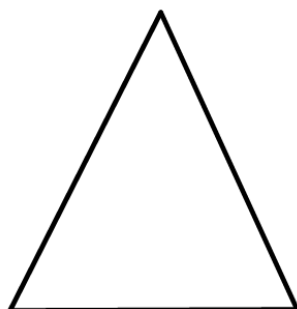
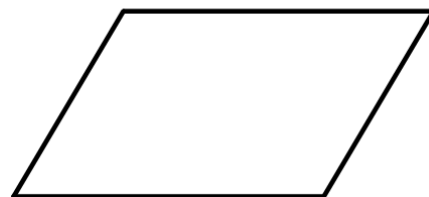
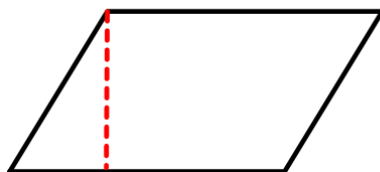
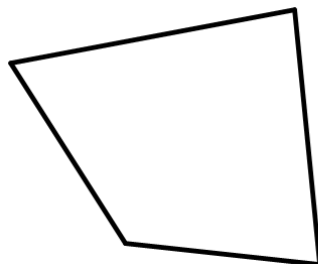
الف) مثلث متساوی‌الاضلاع با ضلع ۳:

ب) مثلث متساوی الساقین با زاویه راس ۱۲۰ درجه و ارتفاع ۴:

پ) لوزی با قطرهای ۲ و ۴:

ت) متوازی الاضلاع با ضلع‌های ۲ و ۳ و زاویه 120° درجه بین آن‌ها:

سوال: مساحت اشکال هندسی زیر را محاسبه کنید.



سوال: در موازی الاضلاعی، اندازه دو قطر ۱۲ و ۸ واحد و زاویه بین دو قطر ۱۳۵ درجه است. مساحت متوازی الاضلاع چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

«کنکور تجربی»

۳۶ (۴)

۳۲ (۳)

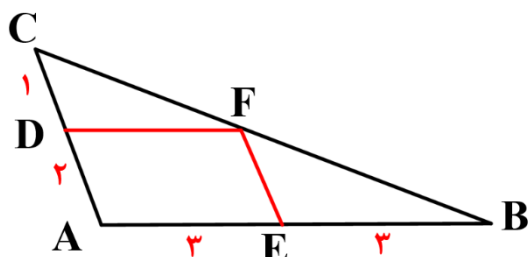
۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

آزمون تستی مساحت و کل (درسنامه ۱)

سوال: در شکل مقابل، نسبت مساحت مثلث اصلی به مساحت متوازی الاضلاع ADFE کدام است؟

«میکرو قرن»



۳ (۱)

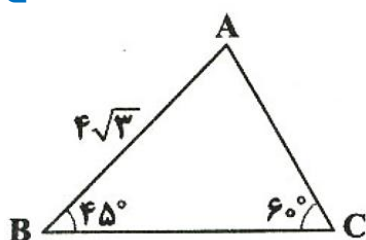
۲ (۲)

۴ (۳)

۱/۵ (۴)

«کاج»

سوال: با توجه به شکل، مساحت مثلث ABC چند برابر $(3 + \sqrt{3})$ است؟



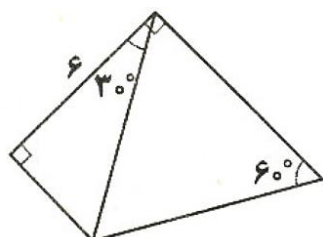
۴ (۱)

۶ (۲)

۱۲ (۳)

۱۵ (۴)

سوال: مساحت شکل مقابل کدام است؟ «آزمون های کاج»



$4\sqrt{3}$ (۱)

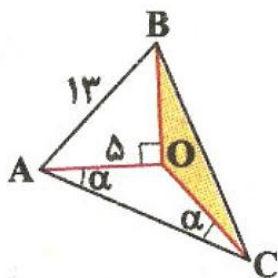
$6\sqrt{3}$ (۲)

$18\sqrt{3}$ (۳)

$3\sqrt{6}$ (۴)

سوال: با توجه به شکل مقابل، اگر $\alpha = 3^\circ$ باشد، مساحت مثلث BOC کدام است؟

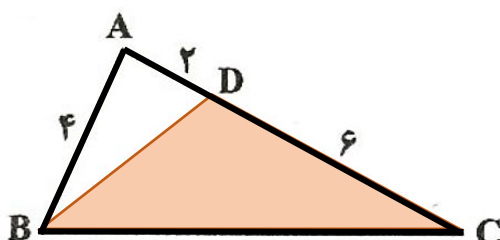
«آزمونهای گاج»



- (۱) ۱۵
- (۲) ۳۰
- (۳) $15\sqrt{3}$
- (۴) $30\sqrt{3}$

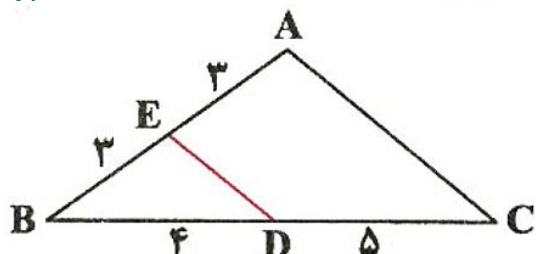
سوال: در مثلث مقابل، مساحت ناحیه رنگی چند درصد از مساحت کل است؟

«آزمونهای گاج»



- (۱) ۲۵
- (۲) ۵۰
- (۳) ۷۵
- (۴) ۶۵

سوال: با توجه به ابعاد شکل زیر، مساحت چهارضلعی ACDE، چند برابر مساحت مثلث EDB است؟ «میکرو»



- (۱) ۶
- (۲) ۳/۵
- (۳) ۸
- (۴) ۷

سوال: مساحت مثلثی با اضلاع ۸، ۴/۵ و ۶ واحد برابر با ۱۲ است. اندازه کوچکترین زاویه این مثلث چند

درجه است؟ «کنکور قدیمی»

- (۱) ۱۵
- (۲) ۳۰
- (۳) ۴۵
- (۴) ۶۰

سوال: مساحت مثلث ABC برابر ۱۶ واحد مربع است. اگر $b=8$ و $c=5$ باشد، اندازه ضلع متوسط a کدام

است؟

«کنکور تجربی»

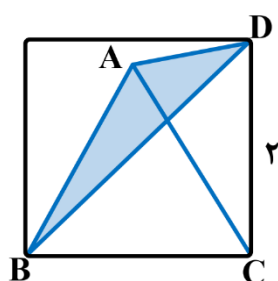
(۴) $5\sqrt{2}$

(۳) $3\sqrt{5}$

(۲) $\sqrt{41}$

(۱) $\sqrt{39}$

سوال: مثلث متساوی الاضلاع ABC درون یک مربع به طول ضلع ۲ قرار گرفته است. مساحت مثلث رنگی



«مهرماه»

کدام است؟ $(\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2})$

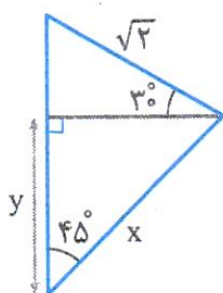
(۲) $\sqrt{3}-1$

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{2}}{4}$

«مهرماه جامع»



سوال: در شکل روبرو مقدار $x+y$ برابر کدام گزینه است؟

(۲) $\frac{3\sqrt{2}+\sqrt{5}}{2}$

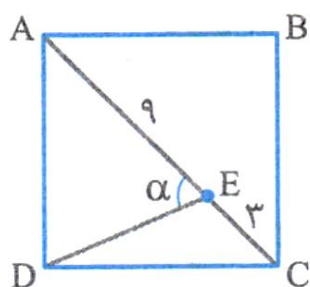
(۱) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{2}$

(۴) $\frac{3\sqrt{2}+5}{4}$

(۳) $\frac{2\sqrt{3}+\sqrt{6}}{4}$

«آزمون قلم چی»

سوال: اگر چهارضلعی ABCD یک مربع باشد، آن گاه $\tan \alpha$ کدام است؟



(۱) $\frac{3}{2}$

(۲) $\frac{2}{2}$

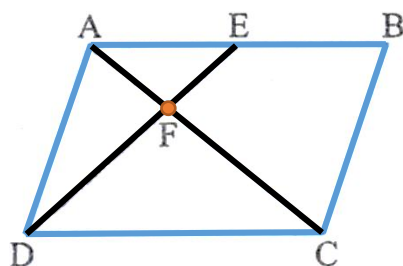
(۳) $\frac{5}{2}$

(۴) $\frac{4}{2}$

سوال: مطابق شکل نقطه E وسط ضلع AB از متوازی الاضلاع ABCD قرار دارد. اگر $AC=3AF$ باشد،

«مهرماه»

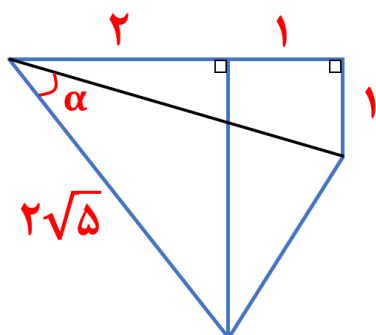
آن گاه مساحت مثلث AEF چه کسری از مساحت متوازی الاضلاع است؟



- (۱) $\frac{1}{6}$
(۲) $\frac{1}{12}$
(۳) $\frac{1}{18}$
(۴) $\frac{1}{24}$

«کنکور تجربی ۱۴۰۱»

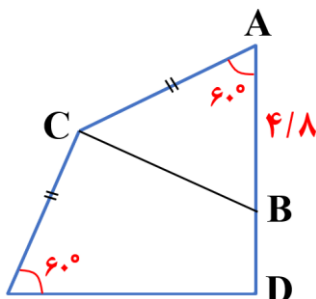
سوال: در شکل مقابل مقدار $\cos \alpha$ چقدر است؟



- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
(۳) $-\frac{\sqrt{3}}{2}$
(۴) $-\frac{\sqrt{2}}{2}$

سوال: در شکل مقابل، مساحت مثلث ABC برابر $7/2\sqrt{3}$ است. فاصله D از C کدام است؟

«کنکور تجربی ۱۴۰۱»



- (۱) $6\sqrt{6}$
(۲) $3\sqrt{6}$
(۳) $2\sqrt{2}$
(۴) $\sqrt{2}$

سوال: در مثلث ABC، زوایای A و C به ترتیب ۶۰ و ۷۵ درجه هستند. اگر اندازه کوچک ترین ضلع مثلث $2\sqrt{6}$ باشد، طول ضلع متوسط مثلث کدام است؟

«آی کیو جامع»

(۴) ۶

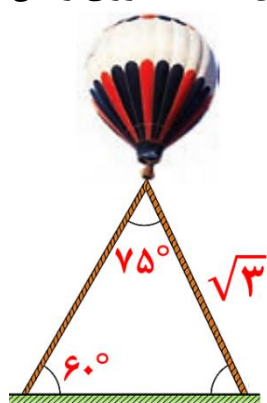
(۳) $\frac{6}{\sqrt{2}}$

(۲) $6\sqrt{3}$

(۱) $6\sqrt{2}$

سوال: مطابق شکل، یک بالون توسط دو طناب مهار شده است. فاصله بین نقاط اتصال طناب ها روی زمین

«آزمون های گاج»



چند برابر $\frac{1}{\sqrt{2}}$ است؟

(۱) $\sqrt{3}-1$

(۲) $\sqrt{3}+1$

(۳) $\sqrt{2}-1$

(۴) $\sqrt{2}+1$

سوال: در یک متوازی الاضلاع یکی از اضلاع دو برابر ضلع دیگر است و یک زاویه ۱۲۰ درجه دارد. اگر مساحت

«مهر و ماه»

آن $16\sqrt{3}$ باشد، آن گاه محیط آن کدام است؟

(۴) $18\sqrt{2}$

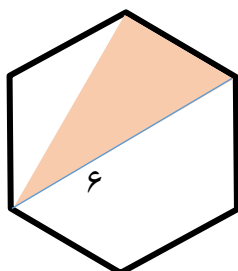
(۳) $24\sqrt{3}$

(۲) ۲۴

(۱) ۱۸

«آی کیو جامع»

سوال: با توجه به شش ضلعی منتظم مقابل، محیط مثلث رنگی کدام است؟



(۱) ۶

(۲) ۹

(۳) ۱۲

(۴) ۱۸

سوال: در یک شش ضلعی منتظم مجموع طول قطر بزرگ و کوچک برابر $3+2\sqrt{3}$ است. مساحت این شش ضلعی منتظم چند برابر طول ضلع آن است؟

«هیکرو»

۵ (۴)

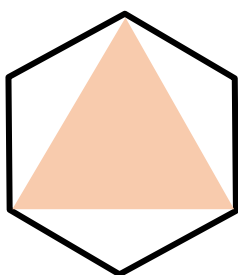
۴/۵ (۳)

۴ (۲)

۳/۵ (۱)

سوال: در شکل زیر یک شش ضلعی منتظم به طول ضلع ۲ رسم شده است. مساحت ناحیه رنگی کدام است؟

«کنکور ریاضی»



۲√۳ (۱)

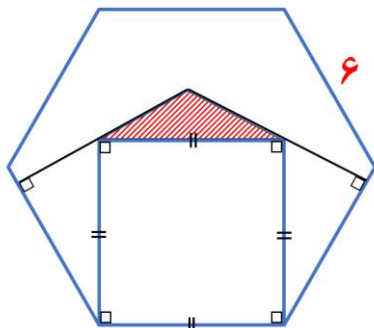
۳√۳ (۲)

۴√۳ (۳)

۶√۳ (۴)

سوال: در شش ضلعی منتظم شکل مقابل، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی متر مربع است؟

«کنکور تجربی ۱۴۰۱»



۳√۳ (۱)

۲√۳ (۲)

۳ (۳)

۲ (۴)

سوال: در شش ضلعی منتظم مقابل، طول قطر بزرگ ۴ می باشد. مساحت ناحیه رنگی کدام است؟

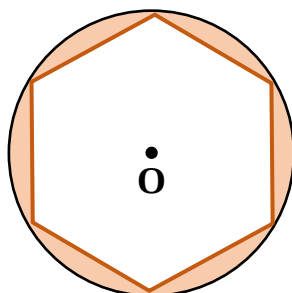
«آزمون های گاج»

$2\pi - 3\sqrt{3}$ (۱)

$2\pi + 3\sqrt{3}$ (۲)

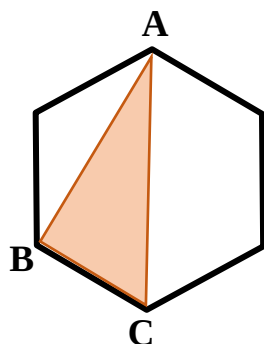
$4\pi + 6\sqrt{3}$ (۳)

$4\pi - 6\sqrt{3}$ (۴)



سوال: در شش ضلعی منتظم زیر به مساحت ۵۴، نوع مثلث ABC و مساحت آن به ترتیب کدام است؟

«میکرو قرن»



(۱) متساوی الساقین - ۱۸

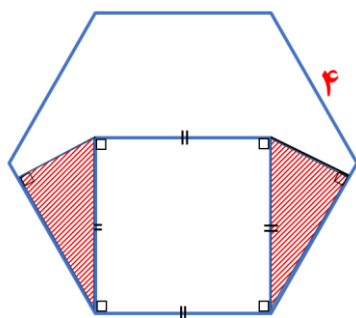
(۲) متساوی الساقین - ۲۷

(۳) قائم الزاویه - ۱۸

(۴) قائم الزاویه - ۲۷

سوال: در شش ضلعی منتظم شکل مقابل، مساحت ناحیه هاشور خورده چند سانتی متر مربع است؟

«کنکور تجربی ۱۴۰۱»



(۱) $\sqrt{3}$

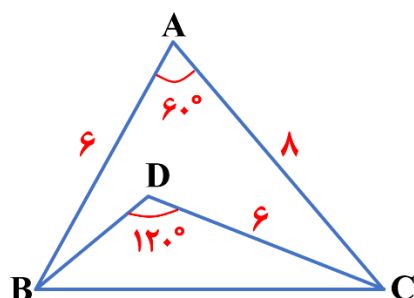
(۲) $2\sqrt{3}$

(۳) $3\sqrt{3}$

(۴) $4\sqrt{3}$

«نردبام جامع»

سوال: در شکل مقابل، مساحت مثلث BDC چه قدر است؟



(۱) $6\sqrt{3}$

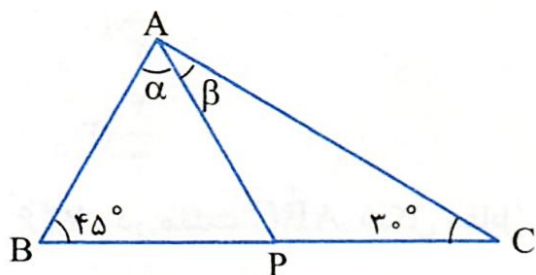
(۲) $4\sqrt{3}$

(۳) $3\sqrt{3}$

(۴) $2\sqrt{3}$

«نردبام جامع»

سوال: در شکل مقابل $BP = 2PC$ است. حاصل $\frac{\sin \alpha}{\sin \beta}$ کدام است؟

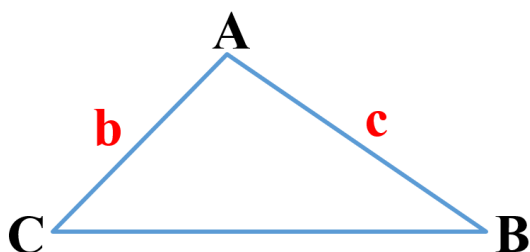


- (۱) $\sqrt{2}$
- (۲) $2\sqrt{2}$
- (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۴) $\sqrt{3}$

سوال: در شکل مقابل، $b \cos \hat{C} + c \cos \hat{B} = 4$ و مساحت مثلث برابر ۱۶ است. اندازه ارتفاع وارد

«نردبام جامع»

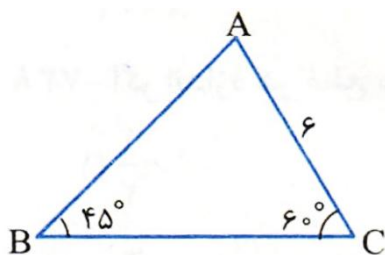
بر ضلع BC چه قدر است؟



- (۱) ۴
- (۲) ۸
- (۳) ۱۶
- (۴) ۱۲

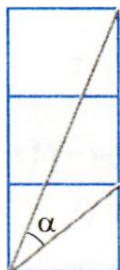
«نردبام جامع»

سوال: مساحت شکل مقابل کدام است؟



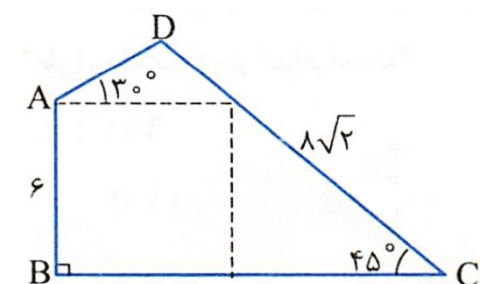
- (۱) $\frac{9\sqrt{3} + 27}{2}$
- (۲) $\frac{9\sqrt{3} + 18}{2}$
- (۳) $\frac{18\sqrt{3} + 9}{2}$
- (۴) $\frac{18\sqrt{3} + 27}{2}$

سوال: اندازه ضلع هر مربع برابر ۱ واحد است. $\sin \alpha$ کدام است؟ «نردبام جامع»



- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$
- (۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- (۴) $\frac{\sqrt{5}}{5}$

سوال: در شکل مقابل، $CD = 8\sqrt{2}$ و $AB = 6$ می‌باشد. طول AD کدام است؟



(۱) ۳

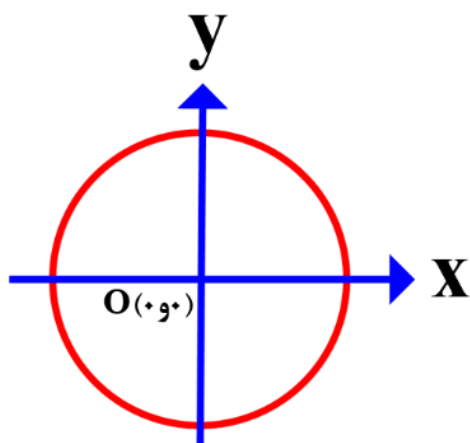
(۲) ۴

(۳) $3\sqrt{2}$

(۴) $4\sqrt{2}$

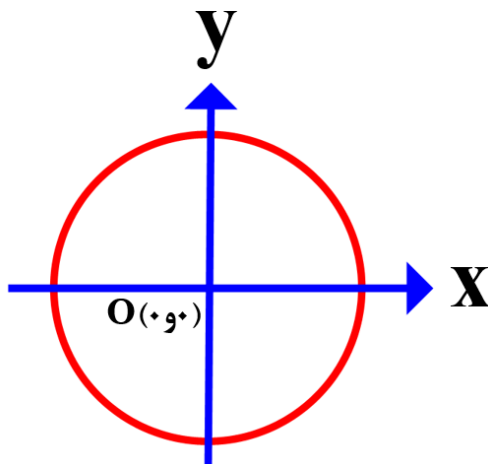
درسنامه ۲: دایره مثلثاتی

معرفی دایره مثلثاتی

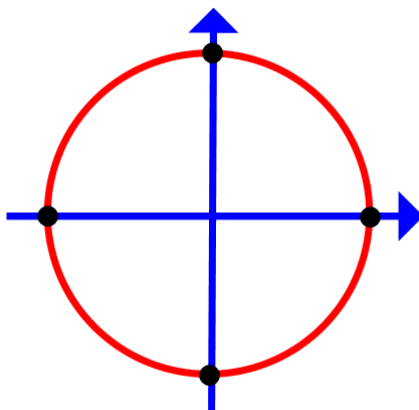


دایره‌ای است به مرکز مبدا مختصات $O(0,0)$ و شعاع ۱ ($R=1$) که به صورت پادساعتگرد دوران می‌یابد. اگر در این دایره پادساعتگرد دوران کنیم، علامت زاویه و اگر ساعتگرد دوران کنیم علامت زاویه خواهد شد. به چنین دایره‌ای، دایره مثلثاتی می‌گوییم.

سوال: در دایره مثلثاتی زوایای 45° ، 135° ، -45° ، -270° ، 360° ، 720° ، 540° و -210° درجه را نشان دهید.



سوال: مختصات نقاط مشخص شده را بر روی دایره مثلثاتی زیر بنویسید.

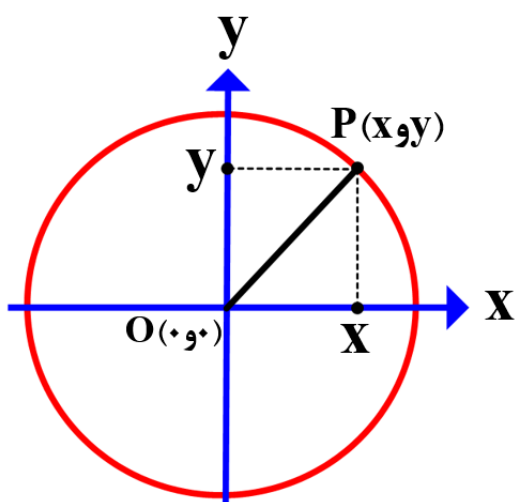


پیدا کردن نسبت‌های مثلثاتی از روی دایره مثلثاتی

فرض کنید نقطه $P(x, y)$ در دایره مثلثاتی را مطابق شکل نمایش می‌دهیم؛ حاصل موارد زیر را پیدا کنید:

$$\cos \alpha = \dots\dots\dots \quad \sin \alpha = \dots\dots\dots$$

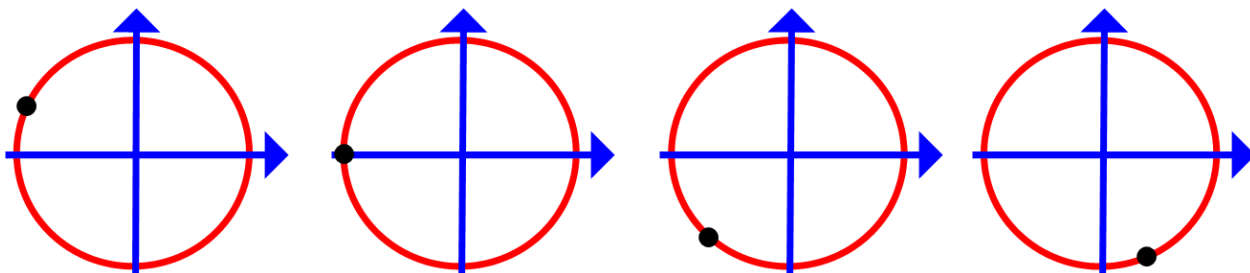
$$\cot \alpha = \dots\dots\dots \quad \tan \alpha = \dots\dots\dots$$



نتیجه: پس متوجه شدیم در این دایره محور طول (x) ها نشان دهنده و محور عرض (y) ها نشان دهنده است.

تذکر: برای پیدا کردن $\sin$ و $\cos$ از روی هر نقطه بر روی محیط دایره مثلثاتی، موازی با دو محور x و y خطچین می‌کشیم تا به آن محورها برخورد کنیم. نقطه برخورد با محور x نشان دهنده $\cos$ و نقطه برخورد با محور y نشان دهنده $\sin$ آن زاویه است.

سوال: در نقاط مشخص شده میزان شهودی $\sin$ و $\cos$ را مشخص کنید.



نکته: دایره مثلثاتی چهار ربع (ناحیه) دارد که به ترتیب در جهت پادساعتگرد شماره گذاری می شوند. پس ربع اول بین 0° و 90° درجه، ربع دوم بین 90° و 180° درجه، ربع سوم بین 180° و 270° درجه و ربع چهارم بین 270° و 360° درجه است.

نکته: دقت کنید که زوایای 0° ، 90° ، 180° و 270° درجه را زوایای مرزی می گوئیم و جزء هیچ کدام از این ربع ها نیستند.

نکته: با توجه به اینکه در دایره مثلثاتی، محور x ها را محور و محور y ها را محور نامگذاری کردیم؛ پس هر نقطه دلخواه روی دایره مثلثاتی دارای مختصات (..... و) خواهد بود.

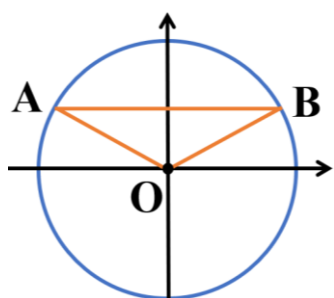
سوال: نقطه ای با مختصات (A, B) روی دایره مثلثاتی قرار دارد. اگر این نقطه با جهت مثبت محور x زاویه حاده α داشته باشد، هر ۴ نسبت برای این نقطه را بر حسب A و B بنویسید:

سوال: نقطه ای با مختصات (A, B) روی دایره مثلثاتی قرار دارد. حاصل $A^2 + B^2$ کدام است؟

سوال: نقطه‌ای با مختصات $(\frac{8}{10}, \frac{6}{10})$ روی دایره مثلثاتی واقع است. مقدار عددی $\tan$ زاویه‌ای که این نقطه نسبت به جهت مثبت محور طول‌ها دوران کرده را محاسبه کنید.

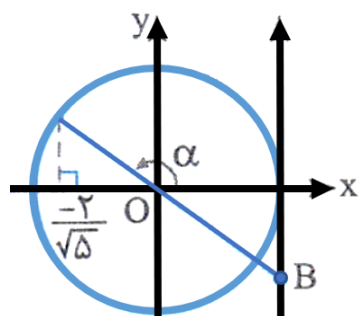
سوال: نقطه P به مختصات $(\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2})$ روی دایره مثلثاتی واقع است. به ترتیب محاسبه شود که زاویه نقطه P با جهت مثبت محور طول‌ها چند درجه است و شعاع این دایره چند واحد است؟

سوال: مساحت مثلث AOB را که درون دایره مثلثاتی رسم شده است، بر حسب $\sin$ و $\cos$ محاسبه کنید.



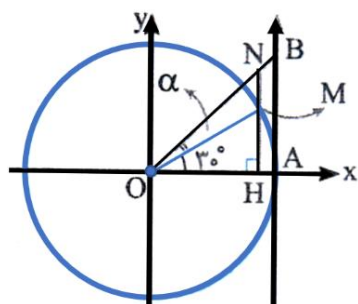
«مهرماه جامع»

سوال: در دایره مثلثاتی شکل مقابل، عرض نقطه B کدام است؟



- (۱) $-\frac{1}{3}$
- (۲) $-\frac{1}{5}$
- (۳) $-\frac{1}{2}$
- (۴) $-\frac{1}{4}$

سوال: در دایره‌ی مثلثاتی شکل روبه‌رو اگر طول MN نصف طول MH باشد، مقدار $\tan(\alpha + 30^\circ)$ کدام است؟

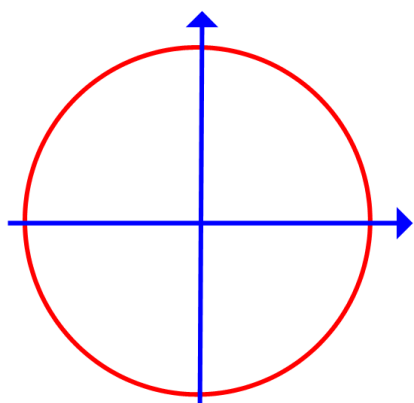


((مهرماه))

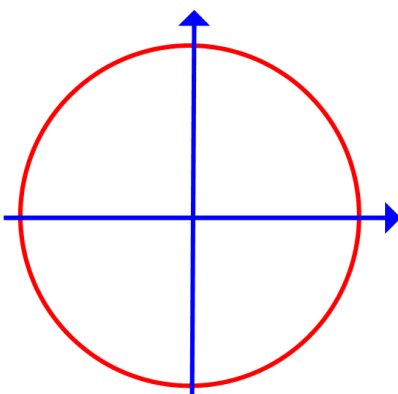
- (۱) $\sqrt{3}$
- (۲) $2\sqrt{3}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$
- (۴) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

زاویه‌های هم‌انته‌ها

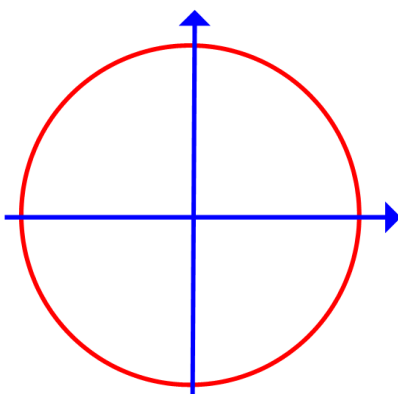
دو زاویه را زمانی هم‌انته‌ها می‌گوئیم که اضلاع انتهایی آن‌ها بر هم منطبق شود. در این صورت هر کدام از نسبت‌های مثلثاتی آن‌ها با هم برابر است.



۱۸۰ و ۵۴۰ درجه



۱۲۰ و -۲۴۰ درجه



۴۵ و ۴۰۵ درجه

نکته: برای اینکه بفهمیم دو زاویه هم‌انته‌ها هستند یا خیر باید بدانیم که اختلاف آن‌ها مضرب صحیحی از ۳۶۰ درجه است. سه مثال قبل بررسی شود.

نکته: پس به هنگام محاسبه می‌توان مضارب صحیح ۳۶۰ را از زاویه حذف کرد و محاسبه را انجام داد. مثال:

? $\tan 690^\circ =$

? $\sin 750^\circ =$

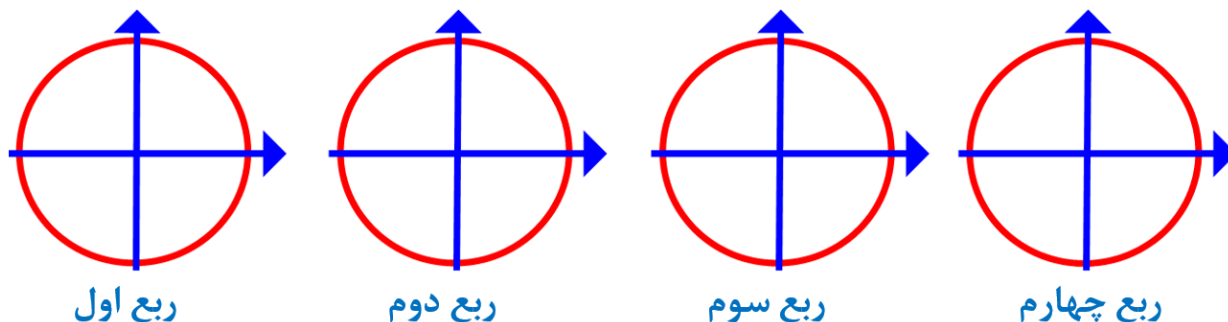
? $\cot 7230^\circ =$

? $\cos 3645^\circ =$

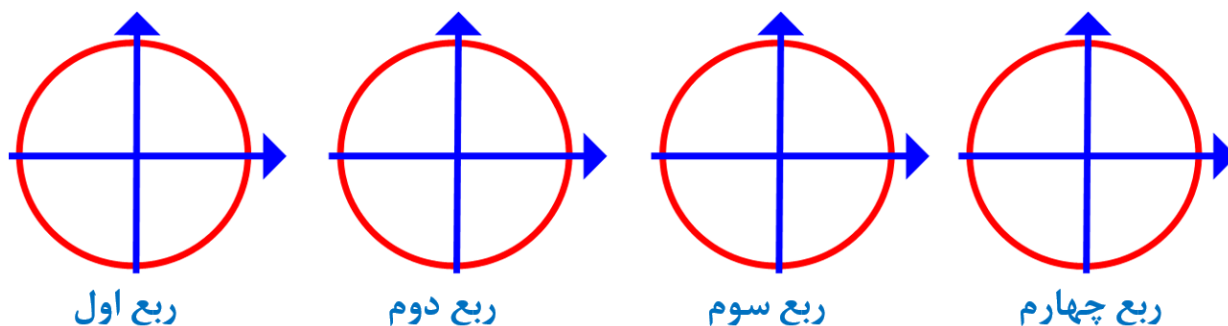
علامت نسبت‌های مثلثاتی در دایره مثلثاتی

با توجه به محور هر نسبت، می‌توان علامت آن نسبت را به سادگی تشخیص داد.

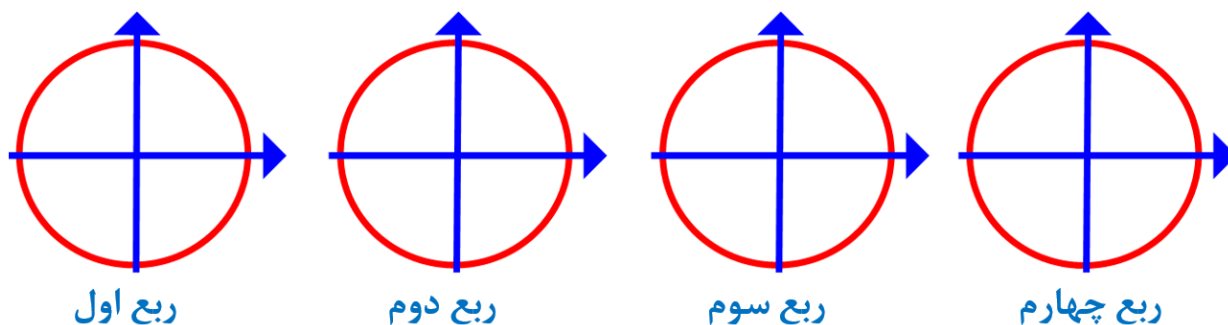
الف) علامت $\sin$:



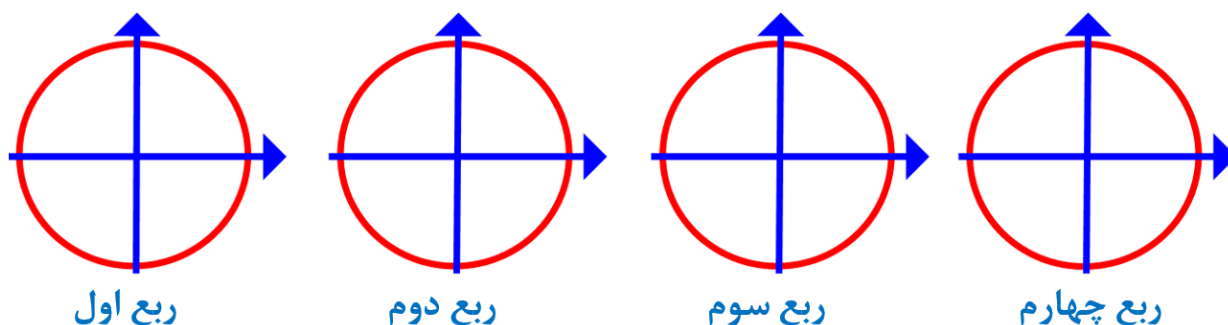
ب) علامت $\cos$:



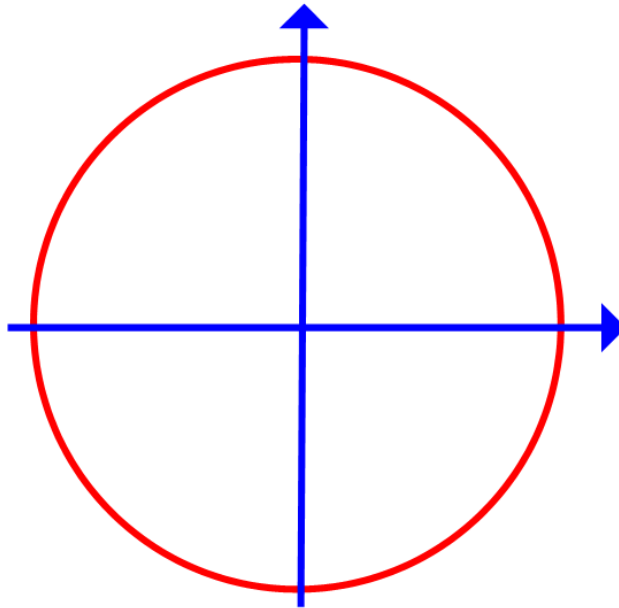
پ) علامت $\tan$: هم با استفاده از علامت $\sin$ و $\cos$ و هم با کمک محور $\tan$



ت) علامت $\cot$: هم با استفاده از علامت $\sin$ و $\cos$ و هم با کمک محور $\cot$



جمع بندی علاهت نسبت ها در ربع (ناحیه) ها



سوال: مشخص کنید که هر کدام از موارد زیر نشان دهنده کدام ناحیه در دایره مثلثاتی است.

الف) $\sin x + \cos x < 0$ و $\sin x \times \cos x < 0$:

ب) $\cos x (1 - \sin x) > 0$ و $\cot x \times \cos x < 0$:

پ) $-\cos x < 0$ و $\tan x > 0$:

ت) $|\sin x| = -\sin x$ و $\cos x = 0/8$:

ث) $\cos x + \cos x < 0$ و $2 - \sin x = \frac{5}{2}$:



سوال: میزان عددی $\sin$ در هر چهار ربع چگونه تغییر می کند؟

سوال: میزان عددی $\cos$ در هر چهار ربع چگونه تغییر می کند؟

سوال: میزان عددی $\tan$ در هر چهار ربع چگونه تغییر می کند؟

سوال: میزان عددی $\cot$ در هر چهار ربع چگونه تغییر می کند؟

نکته: پس در کل می توان گفت مقدار $\sin U$ و $\cos U$ بین دو عدد ۱ و -۱ است؛ به صورت هم می توان نشان داد. منظور از U این است که هر زاویه و کمانی باشد، حاصل همین است (همواره حاصل همین است).

نکته: مقدار $\tan$ و $\cot$ هر عدد حقیقی می تواند باشد؛ به صورت هم می توان نشان داد.

سوال: حداکثر و حداقل مقدار عبارت های زیر را محاسبه کنید.

(الف) $\sin 4x$: ۳

(ب) $\cos 4x + 1$:



پ) $\cos(4x + 1)$:

ت) $\sin 4x$:

ث) $\sin^2 6x$:

ج) $2\cos^2 \pi x - 3$:

ج) $-\frac{1}{4}\cos^2 \pi x + 2$:

ح) $\sqrt{\sin 6x}$:

خ) $\sqrt[3]{\sin 4x}$:

د) $\frac{6}{4 - 2\cos x}$:

تذکر: برای حل چنین سوالاتی ترتیب عملیات ریاضی چنین است: اول توان (یا جزر)، بعد ضرب (یا تقسیم) و بعد جمع (یا تفریق). توجه شود که با توجه به نوع عبارت معکوس کردن می‌توان بر هر کدام مقدم یا موخر باشد.





سوال: با توجه به دایره مثلثاتی، جدول زیر را کامل کنید.

	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
sin								
cos								
tan								
cot								

سوال: در فاصله 0 تا 540 درجه، چند زاویه وجود دارد که سینوس آن‌ها برابر $\frac{1}{2}$ شود؟

سوال: اگر $2\sin x = 4m - 3$ باشد، حدود m را پیدا کنید.

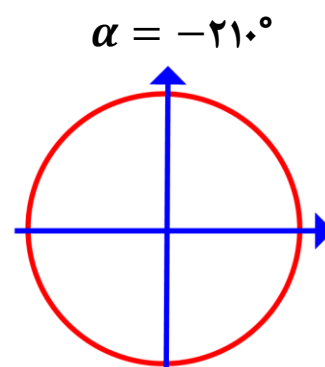
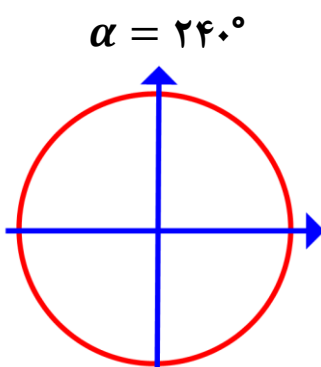
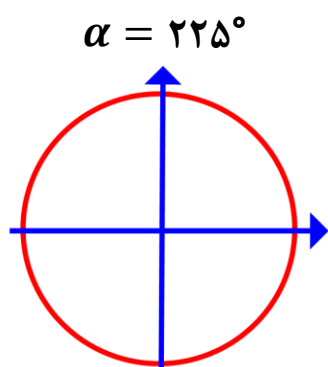
سوال: اگر $\frac{\theta}{4} = \frac{2m+2}{4} = \cos^{-1} 3$ باشد، حدود تغییرات m کدام است؟

سوال: اگر α زاویه‌ای در ربع دوم مثلثاتی باشد و $\sin \alpha = \frac{5}{7}$ ، سایر نسبت‌های مثلثاتی این زاویه را پیدا کنید.



سوال: اگر نقطه P به مختصات $(x و \frac{\sqrt{2}}{2})$ روی دایره مثلثاتی باشد، در صورتی که $x < 0$ باشد، اولاً این نقطه در کدام ناحیه مثلثاتی واقع است و ثانیاً سایر نسبت‌های مثلثاتی این نقطه را محاسبه کنید.

سوال: نسبت‌های مثلثاتی زوایای زیر را محاسبه کنید.



روشی حل: در چنین سوالاتی اولاً باید آنقدری بر روی دایره مثلثاتی پیش برویم تا به نقطه مذکور برسیم؛ دوماً باید اختلاف زاویه مذکور را با محور افقی (محور X) پیدا کنیم و آن را به عنوان زاویه به نسبت مثلثاتی وارد کنیم و حاصل را پیدا کنیم و در آخر با کمک ناحیه یا ربع مثلثاتی، علامت آن نسبت را مشخص می‌کنیم.

سوال: حدود تغییرات نسبت خواسته شده را در موارد زیر پیدا کنید.

الف) اگر $0^\circ < \theta < 90^\circ$ باشد، حدود $\sin \theta$ را پیدا کنید:

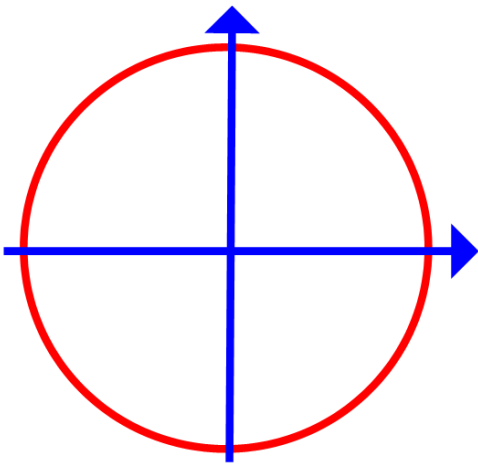
ب) اگر $0^\circ < \theta \leq 90^\circ$ باشد، حدود $\sin \theta$ را پیدا کنید:

پ) اگر $30^\circ < \theta < 120^\circ$ باشد، حدود $2\cos \theta$ را پیدا کنید:

ت) اگر $90^\circ < \theta < 185^\circ$ باشد، حدود $\cos \theta$ را پیدا کنید:

ث) اگر $22/5^\circ < \theta < 75^\circ$ باشد، حدود $2\sin \theta - 2$ را پیدا کنید:

سوال: مقادیر عبارات $\sin 0^\circ$ ، $\sin 6^\circ$ ، $\sin 181^\circ$ ، $\sin 174^\circ$ ، $\sin -1^\circ$ ، $\sin 180^\circ$ ، $\sin 91^\circ$ و $\sin 150^\circ$ را به ترتیب از بزرگ به کوچک بنویسید.



سوال: درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

پ) $\sin 93^\circ > \sin 95^\circ$

الف) $\sin 91^\circ > \sin 89^\circ$

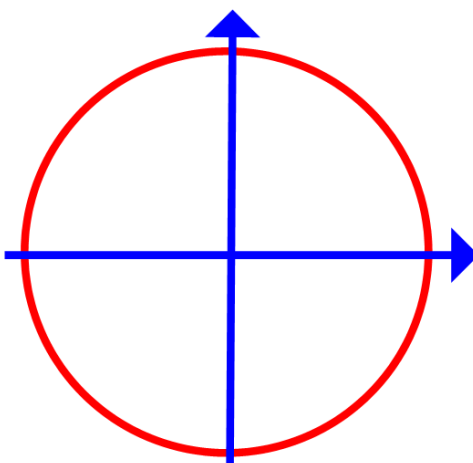
ت) $\sin 20^\circ = \sin 160^\circ$

پ) $\cos 89^\circ > \cos 88^\circ$

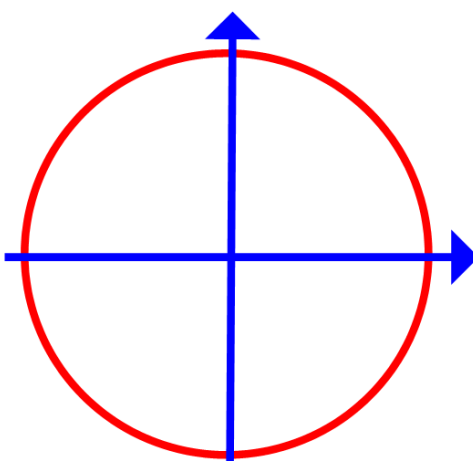
ج) $\cos 104^\circ > \cos 100^\circ$

ث) $\cos 8^\circ < \cos (-4^\circ)$

سوال: بر روی دایره مثلثاتی نشان دهید در کدام نقاط $\sin$ از $\cos$ بیشتر و در کدام نقاط کمتر است.



سوال: بر روی دایره مثلثاتی نشان دهید در کدام نقاط $\tan$ از $\cot$ بیشتر و در کدام نقاط کمتر است.



سوال: اگر $0 < x < 45^\circ$ باشد، حاصل عبارت $A = |\sin x - \cos x| - |\cos x + \sin x|$ کدام است؟

«گاج»

$-\cos x$ (۴)

$-2\cos x$ (۳)

$-2\sin x$ (۲)

$-\sin x$ (۱)

سوال: اگر $15^\circ < x < 75^\circ$ و $\sin 2x = \frac{m-1}{4}$ باشد، مجموعه مقادیر m کدام است؟ **«کنکور تجربی ۱۴۰۱»**

(۱) $-1 < m < 5$ (۲) $-1 < m \leq 5$ (۳) $-1 < m < 1$ (۴) $-1 < m \leq 1$

شیب خط

شیب خط همان نسبت تغییرات عرض به تغییرات طول آن خط است و آن را با m (یا a) نشان می‌دهیم.

$$y = mx + h$$

نکته: معادله خط را به این صورت هم نشان می‌دهند:

$$y_2 - y_1 = m(x_2 - x_1)$$

تعریف شیب خط با کمک نمودار:

نتیجه: شیب هر خط برابر است با زاویه‌ای که آن خط با جهت مثبت محور x ها می‌سازد.

محل برخورد خط با محور y ها و x ها



سوال: یک خط با جهت مثبت محور x ها زاویه ۱۳۵° درجه می سازد و از نقطه $(۲, ۲)$ عبور می کند.
الف) معادله این خط را بنویسید:

ب) خطی موازی با این خط که از نقطه $(۲, ۱)$ عبور می کند، محور x ها را با چه طولی قطع می کند؟

پ) خطی عمود بر این خط که عر از مبدأ آن $۶-$ است، با این خط در چه مختصاتی برخورد می کند؟

سوال: خطی با جهت مثبت محور عرض ها زاویه ۳۰° درجه می سازد. در صورتی که این خط محور طول ها را در نقطه $x=۳$ قطع کرده و از ناحیه سوم دستگاه مختصات عبور نکند، در نقطه ای با کدام مختصات بر خط $y=mx-۱۲$ عمود می شود و آن را قطع می کند؟

سوال: شیب خط در صورتی که با جهت مثبت محور x ها زاویه های ۰° و ۹۰° درجه بسازد را به ترتیب بنویسید.
 برای این دو خط فرمول کلی معادله خط را بنویسید.



سوال: خط $2ax - (4 - a)y = 2$ با جهت مثبت محور x ها زاویه 45° درجه می سازد. این خط محور y ها را با چه عرضی قطع می کند؟

«تالیفی»

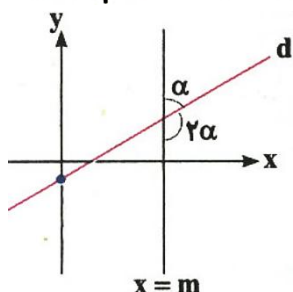
- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

سوال: با توجه به معادله خط و مفهوم شیب، جدول زیر را پر کنید.

ناحیه چهارم	ناحیه سوم	ناحیه دوم	ناحیه اول	
				شروط عدم عبور خط از ناحیه

سوال: مطابق شکل زیر و با فرض آن که نقطه $(\sqrt{3}, -2)$ روی خط d قرار دارد، عرض از مبدأ خط d کدام است؟

«هیکرو قرن»



- (۱) -۱
(۲) -۲
(۳) -۳
(۴) -۴

سوال: خط $2mx + (m^2 - 1) = 3$ به ازای دو مقدار m ، با جهت مثبت محور x ها زاویه 60° درجه

«کنکور تجربی ۱۴۰۱»

می سازد. اختلاف مقادیر m کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ (۴) $\frac{4}{\sqrt{3}}$

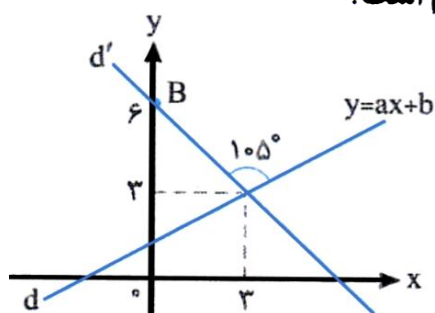
سوال: اگر خط $y = x - 1$ را حول محل تقاطع آن با محور y ها، به اندازه 15° در خلاف جهت مثبت مثلثاتی دوران دهیم

«مهرماه»

معادله خط حاصل کدام خواهد بود؟

$$\begin{aligned} (1) \quad 3y &= \sqrt{3}x + 3 \\ (2) \quad 3y &= \sqrt{3}x - 3 \\ (3) \quad \sqrt{3}y &= 3x - 3 \\ (4) \quad \sqrt{3}y &= 3x + 3 \end{aligned}$$

سوال: با توجه به خطوط d و d' در شکل مقابل، حاصل $2a + b$ کدام است؟



«مهرماه جامع»

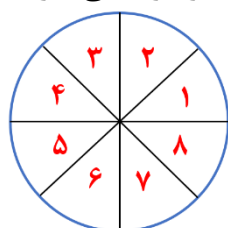
- (1) $3\sqrt{3}$
- (2) $\sqrt{3}$
- (3) 3
- (4) 2

آزمون تستی دایره مثلثاتی (درسنامه ۲)

سوال: اگر $\cot \alpha = \frac{\sqrt{3}}{3}$ و $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt{3} \cot(90^\circ - \alpha) + \sqrt{2} \sin(\alpha - 15^\circ) + 2 \tan^2 \frac{\alpha}{2}$ کدام است؟

- «مهرماه جامع»
- (1) $\frac{10}{3}$
 - (2) $\frac{12}{3}$
 - (3) $\frac{14}{3}$
 - (4) $\frac{16}{3}$

سوال: در دایره مثلثاتی نیمسازهای نواحی اول و سوم و همچنین دوم و چهارم را رسم کرده ایم. اگر $\sin \alpha \cos \alpha < \tan \alpha < \cot \alpha$ باشد، α در کدام یک از نواحی هشت گانه شکل زیر قرار می گیرد؟



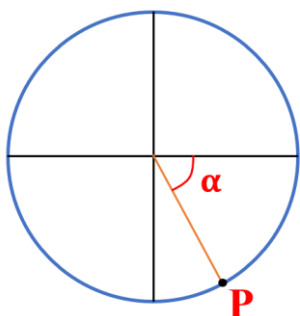
«نردبام جامع»

- (1) 3 یا 7
- (2) 2 یا 6
- (3) 1 یا 5
- (4) 4 یا 8

سوال: بیشترین مقدار تابع $y = 5 - 2 \sin^2 x$ چقدر از کمترین مقدار تابع بیشتر است؟ «مهرماه جامع»

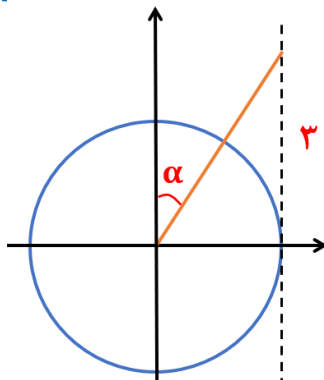
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

سوال: مطابق شکل نقطه $P(3a, a-1)$ روی دایره مثلثاتی قرار دارد. $\sin \alpha$ کدام است؟ «نردبام جامع»



- (۱) $\frac{2}{5}$
(۲) $\frac{4}{5}$
(۳) $\frac{3}{5}$
(۴) $\frac{4}{5}$

سوال: در دایره مثلثاتی شکل مقابل مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟ «نردبام جامع»



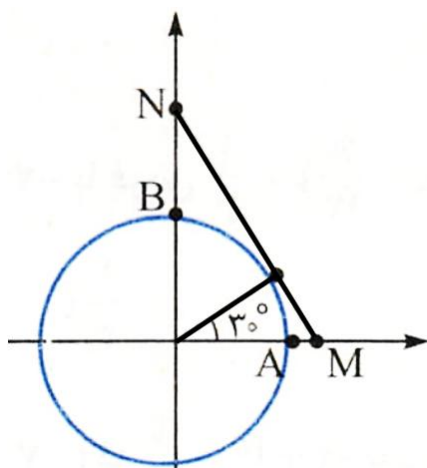
- (۱) $\frac{\sqrt{10}}{10}$
(۲) $\frac{\sqrt{10}}{5}$
(۳) $\frac{3\sqrt{10}}{10}$
(۴) $\frac{\sqrt{10}}{4}$

سوال: خط به معادله $(\sqrt{3} + \sqrt{6})x - (3 + 3\sqrt{2})y = 6$ جهت مثبت محور عرض ها را با چه زاویه ای قطع می کند؟

- (۱) ۱۵ درجه (۲) ۳۰ درجه (۳) ۴۵ درجه (۴) ۶۰ درجه «مهرماه جامع»

سوال: در دایرهٔ مثلثاتی شکل مقابل MN بر دایره مماس است. حاصل $AM + BN$ کدام است؟

«نردبام جامع»



(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2} + 1$

(۲) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3} + 1$

نکات مهم این درسنامه را اینجا بنویس

این جزوه و تدریس‌های ویدئویی آن تنها مربوط به سایت جشان آکادمی (jashan-academy.com) و تیم تدریس آن است؛ برای دسترسی به تدریس سایر دروس تخصصی به همین سایت مراجعه بفرمایید یا در کانال روبیکا و تلگرام [@tajrobi10jashani](https://t.me/tajrobi10jashani) عضو شوید.

در صفحات تلگرام، اینستاگرام و روبیکا با آدرس [@jashan_academy](https://t.me/jashan_academy) با ما همراه باشید و از صفحهٔ آپارات‌هون نیز دیدن فرمایید.

هرور و تکمیل نکات خط

✓ اگر معادله خط به شکل $ax+by=c$ باشد، **شیب خط** را محاسبه کنید. (مثال بزنید)

✓ معادله خط **نیمساز** ربع‌های اول و سوم و معادله خط **نیمساز** ربع‌های دوم و چهارم است. این دو خط به ترتیب زاویه‌های و با جهت مثبت محور x می‌سازند.

✓ در خط با معادله $y=ax+b$ ، محل برخورد با محور x ها (**ریشه**) برابر $x=.....$ و محل برخورد با محور y ها (**عرض از مبدأ**) برابر $y=.....$ است.

✓ شیب خطی که با جهت **مثبت** محور x زاویه α می‌سازد و شیب خطی که با جهت **منفی** محور x زاویه α می‌سازد - است.

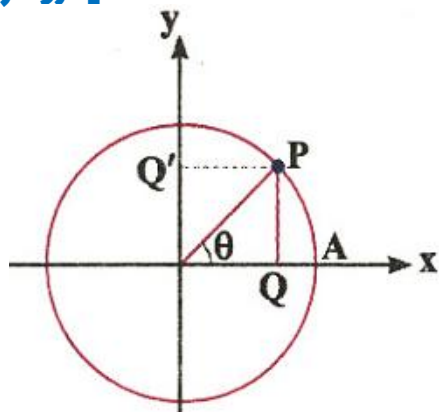
سوال: خطی که با خط $2\sqrt{3}x - 2y = 5$ زاویه 15° درجه می‌سازد و از نقطه $(2, \sqrt{3})$ عبور می‌کند، در چه طولی خط فوق را قطع می‌کند؟



آزمون ۲ تستی دایره مثلثاتی (درسنامه ۲)

«هیکرو قرن»

سوال: در دایره مثلثاتی مقابل $PQ = 2PQ'$ است. QA کدام است؟



$$1 - \frac{1}{\sqrt{5}}$$

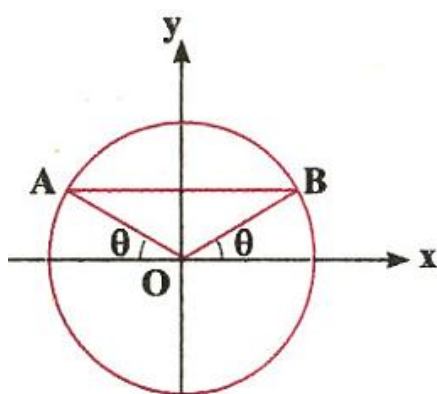
$$\frac{1}{\sqrt{5}}$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$1 - \frac{2}{\sqrt{5}}$$

«کاج»

سوال: در دایره مثلثاتی مقابل، اگر محیط مثلث OAB برابر $\frac{5}{4}$ باشد، مساحت آن کدام است؟



$$\frac{\sqrt{15}}{8}$$

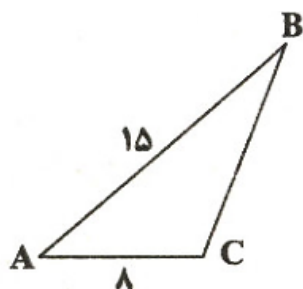
$$\frac{3}{8}$$

$$\frac{\sqrt{15}}{16}$$

$$\frac{3}{16}$$

«هیکرو»

سوال: در مثلث ABC ، اگر $\cot \hat{A} = 2\sqrt{2}$ باشد، مساحت مثلث کدام است؟



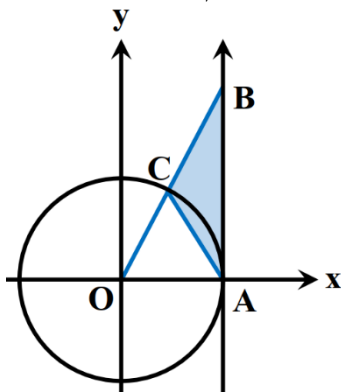
$$60 \quad (1)$$

$$40 \quad (2)$$

$$20 \quad (3)$$

$$40\sqrt{2} \quad (4)$$

سوال: در دایره مثلثاتی روبه‌رو، طول نقطه C برابر $\frac{1}{4}$ است. مساحت مثلث ABC کدام است؟



«آزمون قلم‌چی»

(۱) $\frac{2\sqrt{21}}{5}$

(۲) $\frac{\sqrt{21}}{10}$

(۳) $\frac{3\sqrt{21}}{5}$

(۴) $\frac{3\sqrt{21}}{20}$

بهترین سوالات کتاب میکرو قرن جدید از دایره مثلثاتی و شیب خط

اگر زاویه $5\alpha + 3^\circ$ در ربع دوم دایره مثلثاتی باشد، حدود α کدام است؟

(۴) $12^\circ < \alpha < 60^\circ$

(۳) $12^\circ < \alpha < 30^\circ$

(۲) $15^\circ < \alpha < 30^\circ$

(۱) $15^\circ < \alpha < 60^\circ$

در یک دایره مثلثاتی زاویه α را نسبت به محور x ها قرینه می‌کنیم تا زاویه β به دست آید. سپس برای به دست آوردن زاویه θ ، زاویه α را نسبت به مبدأ قرینه می‌کنیم. حاصل عبارت $\frac{\sin \theta \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta}{\sin^2 \alpha \cdot \cos \theta}$ کدام است؟ (α زاویه‌ای در ربع اول دایره مثلثاتی است.)

(۴) -۱

(۳) ۱

(۲) $-\frac{1}{2}$

(۱) $\frac{1}{2}$

نقطه P روی دایره مثلثاتی به گونه‌ای قرار دارد که پاره خط PO با جهت مثبت محور x ها زاویه 45° می‌سازد. حاصل ضرب طول و عرض نقطه P کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) $\frac{1}{2}$

(۱) $\sqrt{2}$

P نقطه‌ای روی دایره مثلثاتی و طول این نقطه برابر $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$ است. اگر نقطه P در ربع سوم واقع باشد، تانژانت زاویه‌ای که پاره خط PO با محور x ها می‌سازد کدام است؟ (O مرکز دایره مثلثاتی است).

$$\frac{2}{3}$$

$$\frac{1}{3}$$

$$2\sqrt{2}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{4}$$

نقطه $A(-\frac{\sqrt{3}}{2}, m)$ روی دایره مثلثاتی و در ناحیه سوم را 48° در جهت پادساعتگرد دوران می‌دهیم تا به نقطه A' برسیم. مختصات نقطه A' کدام است؟

$$(-\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$$

$$(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2})$$

$$(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2})$$

$$(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$$

اگر نقاط $(\frac{\beta}{\alpha}, \frac{4}{\alpha})$ و $(\frac{\sqrt{\alpha-1}}{3}, \frac{-\sqrt{\alpha}}{3})$ روی دایره مثلثاتی باشند، بیشترین مقدار $\alpha - \beta$ چند برابر کمترین مقدار آن است؟

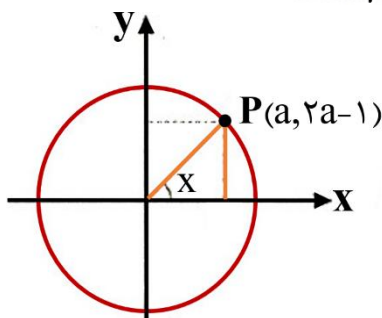
$$1$$

$$2$$

$$3$$

$$4$$

انتهای کمان x مطابق شکل، دایره مثلثاتی را در نقطه P قطع می‌کند. $\sin x \cos x$ کدام است؟

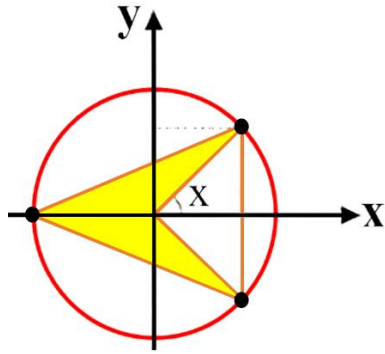


$$0/12$$

$$0/24$$

$$0/36$$

$$0/48$$



با توجه به دایره مثلثاتی زیر، مساحت قسمت رنگی کدام است؟

$\sin x \cos x$ ۱

$\sin x + \cos x$ ۲

$\sin x$ ۳

$\cos x$ ۴

اگر $2 \cos \frac{\theta}{2} = \frac{2m-1}{3}$ باشد، حدود تغییرات m کدام است؟

$[-\frac{7}{2}, -1]$ ۱

$[-\frac{5}{2}, \frac{7}{2}]$ ۲

$[-\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}]$ ۳

$[-1, \frac{5}{2}]$ ۴

کمترین مقدار عبارت $A = \frac{1}{3 - 2 \sin x}$ کدام است؟

-۲ ۱

۲ ۲

-۵ ۳

۵ ۴

کمترین مقدار عبارت $A = \frac{2 \sin x + 3}{2 \sin x - 3}$ کدام است؟

$\frac{1}{5}$ ۱

$-\frac{1}{5}$ ۲

-۷ ۳

$-\frac{1}{7}$ ۴

حدود عبارت $A = 2 \cos^2 x - 3 \sin^2 x$ کدام است؟

$[-2, 2]$ ۱

$[0, 2]$ ۲

$[-2, 0]$ ۳

$[-2, 2]$ ۴

کمترین مقدار عبارت $A = 9\sin^2 x + 6\sin x + 5$ کدام است؟

۵ ☐

۴ ☐

۳ ☐

۲ ☐

اگر کمترین و بیشترین مقدار عبارت $A = \frac{2\sin^2 x + 3}{\sin^2 x + 1}$ به ترتیب m و M باشد، $M - m$ کدام است؟

$\frac{3}{2}$ ☐

۱ ☐

$\frac{1}{2}$ ☐

$\frac{1}{3}$ ☐

حدود عبارت $A = \frac{3}{\sqrt{2}\sin x - 1}$ با شرط $30^\circ < x < 90^\circ$ کدام است؟

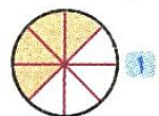
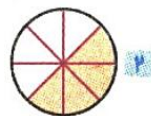
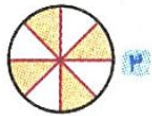
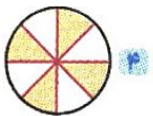
$(3, +\infty)$ ☐

$(1, 3)$ ☐

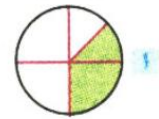
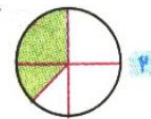
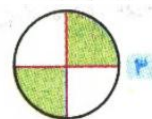
$(2, 3)$ ☐

$(1, 2)$ ☐

اگر $\cot \theta > \tan \theta$ باشد، کدام شکل مقادیر ممکن برای انتهای کمان θ بر روی دایره مثلثاتی را نمایش می دهد؟

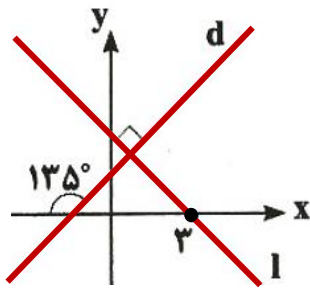


اگر $\cos \theta > \cot \theta$ باشد، انتهای کمان θ بر روی دایره مثلثاتی به کدام صورت است؟



اگر خط $2x + (m+5)y = 4$ با جهت مثبت محور x زاویه 45° بسازد، کدام نقطه روی این خط قرار دارد؟

- ۱ $(-1, \frac{1}{3})$ ۲ $(1, -\frac{1}{6})$ ۳ $(-1, \frac{5}{4})$ ۴ $(1, -1)$



با توجه به شکل زیر، معادله خط l کدام است؟

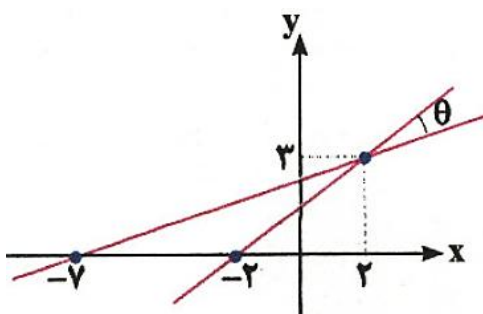
- ۱ $y - x = 3$ ۲ $y + x = 3$ ۳ $y - x = 1$ ۴ $y + x = 1$

خط غیر افقی l که با خط $y = \frac{x}{\sqrt{3}} + 1$ زاویه 30° می سازد، محور عرض ها را با عرض -2 قطع می کند. کدام نقطه روی خط l قرار دارد؟

- ۱ $(\sqrt{3}, 2)$ ۲ $(\sqrt{3}, 1)$ ۳ $(-\sqrt{3}, 0)$ ۴ $(-\sqrt{3}, -1)$

خط $y = x - 1$ را حول محل تقاطع اش با محور y ها به اندازه 15° در خلاف جهت مثلثاتی دوران می دهیم. معادله خط حاصل کدام است؟

- ۱ $3y = \sqrt{3}x + 2$ ۲ $3y = \sqrt{3}x - 2$ ۳ $\sqrt{3}y = 3x - 2$ ۴ $\sqrt{3}y = 3x + 2$



با توجه به شکل مقابل، مقدار $\cot \theta$ کدام است؟

- ۱ ۲ ۲ ۳ ۳ ۴ ۴ ۷

درسنامه ۳: اتحادهای مثلثاتی (فرمول‌های مثلثاتی)



فرمول‌های مادر

با توجه به مثلث قائم‌الزاویه و با استفاده از مفهوم دایره مثلثاتی می‌توان به این فرمول رسید که به آن، فرمول‌های مادر می‌گوییم.



اثبات:

سوال: هر کدام از فرمول‌های زیر را تا جای ممکن ساده کرده و به آن‌ها پاسخ دهید:

سوال: مقدار $\tan^2 x$ را بر حسب $\sin^2 x$ بنویسید:



سوال: مقدار $\tan^2 x$ را بر حسب $\cos^2 x$ بنویسید:

تکلیف: دو سوال قبل را برای $\cot^2 x$ تکرار کنید.

سوال: فرمول $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ را یک بار بر $\sin^2 x$ و یک بار بر $\cos^2 x$ تقسیم کرده و فرمول‌های جدید را پیدا کنید:

 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

 $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$

تذکر: پس اگر در سوالی را بدهند و را بخواهند (یا بالعکس)، از فرمول اولی و اگر را بدهند و را بخواهند (یا بالعکس)، از فرمول دومی استفاده می‌کنیم.

نکته: به هر تساوی مثلثاتی که به ازای هر مقدار α (زاویه) همواره برقرار باشد، **اتحاد مثلثاتی** می‌گوئیم. هرگاه بخواهیم ثابت کنیم بین دو عبارت مثلثاتی یک تساوی (اتحاد) برقرار است، می‌توانیم یک طرف تساوی را بنویسیم و با توجه به روابط بین نسبت‌های مثلثاتی به طرف دیگر برسیم.

سوال: کدام مورد از عبارات زیر، یک اتحاد مثلثاتی نیست؟

 $\left(\frac{1}{\cos \theta} + \tan \theta\right)(1 - \sin \theta) = \cos \theta$

$$\frac{1}{\cos \alpha} + \cot \alpha = \frac{\tan \alpha + \cos \alpha}{\sin \alpha}$$

$$\frac{1}{\cos x} - \tan x = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$$

$$\frac{1 + \tan \alpha}{1 + \cot \alpha} = \tan \alpha$$

$$1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \sin x$$

$$\frac{\cos \theta}{1 + \sin \theta} = \frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta}$$

$$\left(\frac{1}{\sin x} - \cot x \right) \left(\frac{1}{\sin x} + \cot x \right) = 1$$

$$\sin \alpha \left(\frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} + \frac{1 + \cos \alpha}{\sin \alpha} \right) = 2$$



$$(1 + \tan \alpha)(1 + \cot \alpha) = \frac{1 + \tan^2 \alpha \cos \alpha}{\sin \alpha \cos \alpha}$$

$$\tan^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \tan^2 \alpha \sin^2 \alpha$$

$$(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2 = 1$$

$$\cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$$

سوال: اگر $\tan \alpha = \frac{3}{4}$ و α در ربع سوم باشد، حاصل $\cos \alpha$ را محاسبه کنید:
روش اول: فرمول های مثلثاتی

روش دوم: مثلث خوشگل

سوال: اگر $\cot x = 3$ باشد، حاصل $\frac{3 \sin x - 2 \cos x}{4 \cos x + \sin x}$ کدام است؟
روش اول: تقسیم صورت و مخرج کسر بر



روش دوم: باز کردن $\cot$ و فهمیدن رابطه بین سینوس و کسینوس

سوال: اگر $\cot \theta = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\frac{\sin^2 \theta - \cos^2 \theta}{\sin \theta \cos \theta} - \frac{\cos \theta}{\sin \theta - \cos \theta}$ کدام است؟

- روش اول: تقسیم صورت و مخرج کسر بر توان مشخصی از
 «قلم‌چی رشته ریاضی»
 (۱) $\frac{7}{11}$ (۲) $\frac{10}{17}$ (۳) $\frac{9}{5}$ (۴) $\frac{13}{6}$

روش دوم: باز کردن $\cot$ و فهمیدن رابطه بین سینوس و کسینوس

سوال: اگر $4\sin^2 x - 5\sin x \cdot \cos x + 7\cos^2 x = 8$ باشد، حاصل جمع مقادیر $\cot x$ کدام است؟ «تالیفی»

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۳

روش حل: اگر داشته باشیم $A\sin^2 x + B\sin x \cdot \cos x + C\cos^2 x = D$ ، در صورتی که از ما $\tan x$ را بخواهند دوطرف را بر و اگر از ما $\cot x$ را بخواهند دوطرف را بر تقسیم می‌کنیم.



سوال: اگر $\sqrt{5} \cos x - 2 \sin x = 2$ باشد آن گاه قدرمطلق تفاضل مقادیر $\cot x$ کدام است؟ **«تالیفی»**

- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $2\sqrt{5}$ (۳) $3\sqrt{5}$ (۴) $4\sqrt{5}$

روش حل: اول دو طرف را بر تقسیم می‌کنیم.

«آزمون‌های گاج»

سوال: حاصل عبارت $\frac{(1 + \tan^2 x)(1 + \cot^2 x)}{1 - \sin^2 x - \cos^2 x}$ کدام است؟

- $\cot^2 x$ $\tan^2 x$ $\left(\frac{1}{\sin x \cos x}\right)^2$ $\left(\frac{1}{\sin x \cos x}\right)^4$

روش اول: فرمول‌های مثلثاتی

روش دوم: عدد گذاری (تکنیک تستی)

سوال: اگر $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{25}{12}$ و α در ربع اول باشد، حاصل $\sin \alpha - \cos \alpha$ را محاسبه کنید. **«تالیفی»**

$(\sin \alpha > \cos \alpha)$

سوال: اگر α زاویه‌ای در ربع دوم دایره مثلثاتی باشد، حاصل $\sqrt{\tan^2 \alpha + \cot^2 \alpha} + 2$ را تا جای ممکن ساده کنید.
روش اول:

نکته: اگر $\tan \alpha + \cot \alpha$ را به توان ۲ برسانیم، خواهیم داشت:

روش دوم:

«کنکور تجربی ۹۸»

سوال: اگر $\frac{1 + \cot^2 x}{1 + \tan^2 x} = \frac{1}{2}$ باشد، $\sin^2 x$ کدام است؟

۰/۶ (۴)

۰/۳ (۳)

۰/۸ (۲)

۰/۴ (۱)

سوال: اگر $\sin \alpha = 2 \cos \alpha$ و انتهای کمان α در ربع سوم مثلثاتی باشد، مقدار $\cos \alpha$ کدام است؟

«کنکور تجربی ۱۴۰۱»

$\frac{\sqrt{5}}{10}$ (۴)

$\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۳)

$-\frac{\sqrt{5}}{5}$ (۲)

$-\frac{2\sqrt{5}}{5}$ (۱)



سوال: اگر $\frac{2}{3} = \sin^2 x + \cos^2 x$ باشد، حاصل $\tan^2 x$ کدام است؟ «کنکور تجربی ۱۴۰۱»

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{1}{4}$

سوال: اگر $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ باشد، حاصل عبارت $A = (1 + \frac{1}{\tan \alpha})^2 + (1 - \cot \alpha)^2$ کدام است؟ «هیکرو قرن»

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۵ (۳) ۵۰ (۴) ۷۵

نکته: هرگاه در تستی $\sin \alpha \pm \cos \alpha$ (یا حتی در بعضی مواقع $\sin \alpha \times \cos \alpha$) را بدهند سعی کنید دو طرف تساوی را به توان ۲ برسانید.

سوال: اگر $\sin \alpha + \cos \alpha = L$ باشد، حاصل $\tan \alpha + \cot \alpha$ را بر حسب L بنویسید.

سوال: اگر $\frac{2}{3} = \sin \alpha + \cos \alpha$ باشد، حاصل $\sin \alpha - \cos \alpha$ را محاسبه کنید.

نکته: پس در کل می‌توان فرمول را به صورت زیر نوشت (حتماً به صورت دو طرفه حفظ باشید):

 $(\sin \alpha \pm \cos \alpha)^2 =$

سوال: اگر $\sin x - \cos x = \frac{1}{5}$ باشد، حاصل $A = (2 + \cos x)(2 - \sin x)$ کدام است؟ «هیکرو گاج»

- (۱) $\frac{38}{25}$ (۲) $-\frac{38}{25}$ (۳) $\frac{78}{25}$ (۴) $-\frac{78}{25}$

سوال: اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{\sqrt{2}}$ باشد، حاصل $\frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\cot x}$ کدام است؟ «آی کیو گاج»

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) -۴ (۴) -۸

سوال: اگر $\sqrt{5} \sin x + \cos x = 10$ باشد، مقدار $\tan x$ کدام عدد می تواند است؟ «کنکور تجربی ۱۴۰۱»

- (۱) $-\frac{1}{3}$ (۲) -۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) ۳

سوال: اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\cos x - \sin x$ چند برابر $\frac{1}{3}$ است؟ (x در ربع دوم دایره مثلثاتی است.)

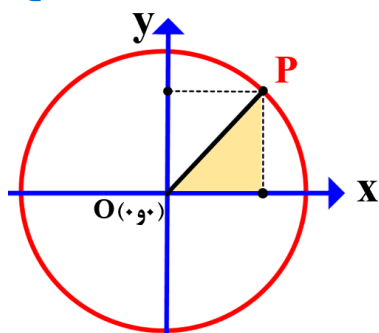
- (۱) $\sqrt{5}$ (۲) $\sqrt{17}$ (۳) $-\sqrt{5}$ (۴) $-\sqrt{17}$ «گاج»

سوال: اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ باشد، حاصل $\sin^3 x + \cos^3 x$ کدام است؟ «آزمون های گاج»

- (۱) $\frac{11}{27}$ (۲) $\frac{13}{27}$ (۳) $\frac{10}{27}$ (۴) $\frac{14}{27}$



سوال: مطابق شکل نقطه P بر روی دایره مثلثاتی قرار دارد. اگر طول این نقطه به اندازه $\frac{1}{3}$ از عرض آن بیشتر باشد، مساحت ناحیه رنگی کدام است؟



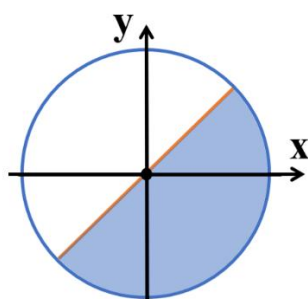
- (۱) $\frac{8}{9}$
(۲) $\frac{4}{9}$
(۳) $\frac{2}{9}$
(۴) $\frac{1}{9}$

سوال: با فرض $\frac{1}{\cos x} = \frac{2}{1 - \sin x}$ ، مقدار $\tan x$ کدام است؟

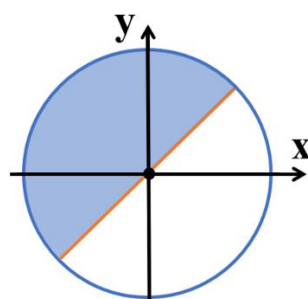
«نزدبام جامع»

- (۱) $\frac{3}{4}$
(۲) $\frac{4}{3}$
(۳) $-\frac{3}{4}$
(۴) $-\frac{4}{3}$

نکته: با توجه به شکل زیر مشخص است در کدام نواحی مقدار $\sin$ از $\cos$ و بیشتر یا از آن کمتر است.



$\sin > \cos$



$\sin < \cos$

سوال: اگر $\frac{\tan x}{\sqrt{1 + \tan^2 x}} = -\sin x$ باشد، حاصل $\sqrt{\frac{\cot^2 x}{1 + \cot^2 x}}$ کدام است؟

«میکرو قرن»

- (۱) $\sin x$
(۲) $\cos x$
(۳) $-\sin x$
(۴) $-\cos x$



سوال: اگر $270^\circ < \theta < 225^\circ$ باشد، حاصل $A = \sqrt{1 - 2\sqrt{\sin^2 \theta - \sin^4 \theta}}$ کدام است؟ **«آی کیو جامع»**

(۱) $\sin \theta + \cos \theta$ (۲) $\sin \theta - \cos \theta$ (۳) $\cos \theta - \sin \theta$ (۴) $-\sin \theta - \cos \theta$

سوال: اگر انتهای کمان x در ناحیه چهارم دایره مثلثاتی باشد، حاصل عبارت $A = \sqrt{\frac{1 - \sin x}{1 + \sin x}} - \sqrt{1 + \tan^2 x}$ کدام است؟ **«آزمون های گاج»**

(۱) $\tan x$ (۲) $\cot x$ (۳) $-\tan x$ (۴) $-\cot x$

اتحادهای مربع و مکعب کامل در مثلثات

بعضی مواقع با توان های **چهارم** یا **ششم** (یا حتی بالاتر) نسبت های درگیر هستیم؛ چنین در چنین شرایطی بهتر است اتحادهای مربع کامل و مکعب کامل را امتحان کنیم.

مرور اتحاد مربع دو جمله ای:

 $(a+b)^2 =$

 $(a-b)^2 =$

 $(a^2+b^2)^2 =$

 $(a^2-b^2)^2 =$

مرور اتحاد مکعب دو جمله‌ای:

 $(a+b)^3 =$

 $(a-b)^3 =$

 $(a^2+b^2)^3 =$

 $(a^2-b^2)^3 =$

سوال: با یک مثال اتحادهای مزدوج، جمله مشترک و چاق و لاغر را مرور کنید.



نکته: با توجه به فرمول مادر ($\sin^2 x + \cos^2 x = 1$) موارد زیر را پیدا کنید.

 $\sin^4 x + \cos^4 x$

 $\sin^4 x - \cos^4 x$


 $\sin^6 x + \cos^6 x$


 $\sin^3 x + \cos^3 x$

نکته: فرمول‌های توان ۴ و ۶ جمع بین $\sin$ و $\cos$ (یعنی $\sin^4 x + \cos^4 x$ و $\sin^6 x + \cos^6 x$) را یک بار دیگر مرور کنیم.

سوال: اگر $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{4}{5}$ باشد، حاصل $\sin^4 x + \cos^4 x$ کدام است؟

سوال: اگر $\cos^2 x - \sin^2 x = -\frac{1}{8}$ و $\tan x + \cot x = 2$ باشد، حاصل $\sin^4 x - \cos^4 x$ را محاسبه کنید.

سوال: اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{4}$ ، حاصل $\sin^3 x + \cos^3 x$ چند برابر $|\sin x - \cos x|$ است؟

«آی کیو گاج»

سوال: حاصل عبارت $A = 12(\sin^6 x + \cos^6 x) - 8(\sin^6 x + \cos^6 x)$ کدام است؟

(۴) ۶

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

«مهرماه جامع»

سوال: حاصل عبارت $\frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\sin^2 x \cos^2 x} - (\tan x + \cot x)^2$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) -۲

«میکرو گاج»

سوال: اگر $\sin^6 x + \cos^6 x = \frac{2}{3}$ باشد، حاصل $\tan^2 x + \cot^2 x$ کدام است؟

(۴) ۵

(۳) ۴

(۲) ۳

(۱) ۲

«مهرماه»

سوال: با فرض $\sin x = \frac{\sqrt{3}}{4 \cos x}$ ، حاصل عبارت $\sin^6 x + \cos^6 x$ کدام است؟(۴) $\frac{1}{8}$ (۳) $\frac{5}{8}$ (۲) $\frac{7}{8}$ (۱) $\frac{3}{8}$

سوال: اگر $\frac{1}{\tan x} + \frac{1}{\cot x} = \sqrt{6}$ باشد، حاصل $\frac{\sin^6 x + \cos^6 x}{\sin^4 x + \cos^4 x}$ کدام است؟

«آزمون های ناچ»

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{4}{3}$

سوال: اگر $\sin \theta - \cos \theta = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\sqrt{\sin^4 \theta + \cos^4 \theta}$ کدام است؟

«نردبام جامع»

- (۱) $\frac{\sqrt{17}}{9}$ (۲) $\frac{7}{9}$ (۳) $\frac{\sqrt{97}}{9}$ (۴) $\frac{8}{9}$

سوال: اگر $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = 0$ و $\tan \alpha \neq -1$ باشد، مقدار

«قلم چی رشته ریاضی»

$\tan x + \cot x$ کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) $\frac{50}{9}$ (۳) ۵ (۴) $\frac{25}{3}$

سوال: اگر $\tan \alpha + \cot \alpha = 3$ باشد، $\tan^4 \alpha + \cot^4 \alpha$ چقدر است؟

«آزمون های قلم چی»

- (۱) ۲۲۷۰ (۲) ۲۲۰۸ (۳) ۲۲۸۰ (۴) ۲۲۰۷

آزمون تستی اتحادهای مثلثات (درسنامه ۳)

سوال: با فرض $\tan \alpha = 3$ ، حاصل $\frac{\sin \alpha + \cos \alpha}{\cos^3 \alpha}$ کدام است؟

- (۱) $0/4$ (۲) $0/2$ (۳) 20 (۴) 40

سوال: اگر $\sin x = 2 \tan x$ و $\cos x \tan x < 0$ باشد، $\tan x$ کدام است؟

«IQ جامع»

- (۱) $\frac{5}{4}$ (۲) $-\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ (۴) $-\frac{\sqrt{5}}{2}$

سوال: اگر $\frac{2 \sin x + 3}{\sin x - 4} = -1$ و $\tan x + \cot x < 0$ باشد، مقدار $\cot x$ کدام است؟

«IQ جامع»

- (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $-\frac{1}{3}$ (۴) $-2\sqrt{2}$

سوال: اگر $\tan x = \sqrt{7}$ باشد، حاصل $\sqrt{\frac{1-\sin x}{1+\sin x}} - \sqrt{\frac{1+\sin x}{1-\sin x}}$ کدام است؟ $(0 < x < \frac{\pi}{2})$

«قلم چی»

- (۱) $-\sqrt{7}$ (۲) $-\frac{\sqrt{7}}{2}$ (۳) $-2\sqrt{7}$ (۴) $-3\sqrt{7}$



«هیکرو گاج»

سوال: اگر $\frac{1+\tan x}{1-\tan x} = -3$ و $\cot x = \frac{5a-3}{4}$ باشد، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

سوال: اگر $\tan \theta = a$ باشد، حاصل $\sin^4 \theta + \cos^4 \theta - \frac{1}{1+\cot^2 \theta}$ بر حسب a کدام است؟

- (۱) a^2 (۲) a^2+1 (۳) $\frac{1}{1+a^2}$ (۴) $\frac{1}{a^2}$ «آزمون های قلم چی»

سوال: اگر $\frac{1+\cot^2 x}{\sin x} = 27$ و $\sin x + \cos x < 0$ باشد، انتهای کمان x در ناحیه مثلثاتی و مقدار $\tan x$ برابر با است.

- ۱) اول، $2\sqrt{2}$ ۲) اول، $\frac{1}{2\sqrt{2}}$ ۳) دوم، $-2\sqrt{2}$ ۴) دوم، $-\frac{1}{2\sqrt{2}}$

«قلم چی رشته ریاضی»

سوال: حاصل $\cot^4 \theta - \frac{1}{\sin^2 \theta} - \frac{1}{\sin^4 \theta}$ کدام است؟

- (۱) $\sin^2 \theta$ (۲) $\cos^2 \theta$ (۳) $\tan^2 \theta$ (۴) $\cot^2 \theta$



«هیکرو گاج»

سوال: اگر $\frac{1-2\sin^2 x}{\sqrt{2}\cos x+1} = \frac{-3}{2}$ باشد، حاصل $\tan^2 x$ کدام است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

«آزمون های قلم چی»

سوال: اگر $\cot x = 3$ باشد، حاصل $\frac{5\sin x - 2\cos x}{4\sin x - \cos x}$ کدام است؟

-۲ (۴)

۲ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

«هیکرو گاج»

سوال: با فرض $A = \tan x(\cot x + \frac{1+\tan x}{1+\cot x})$ و $B = \sin^2 x - 1$ ، حاصل AB کدام است؟

-۰/۵ (۴)

۰/۵ (۳)

-۱ (۲)

۱ (۱)

«هیکرو قرن»

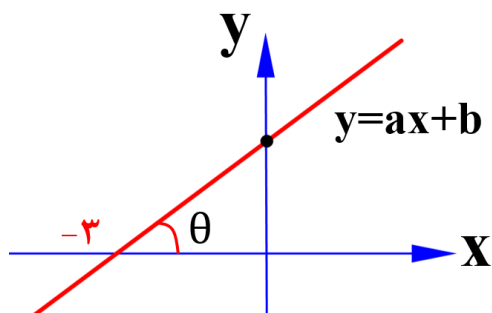
سوال: در شکل مقابل اگر $\cos \theta = \frac{1}{\sqrt{10}}$ باشد، مقدار $a + b$ کدام است؟

۸ (۱)

۹ (۲)

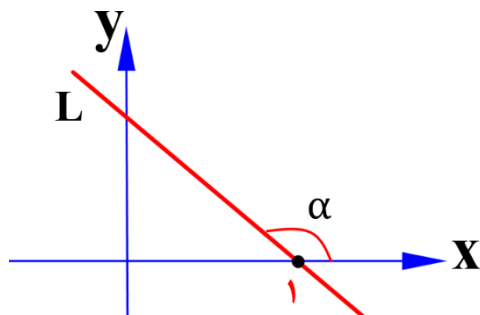
۱۲ (۳)

۱۵ (۴)



«هیگرو قرن»

سوال: اگر $\frac{1 + \tan^2 \alpha}{\cos^2 \alpha} = 25$ باشد، معادله خط L کدام است؟



$$y = -4x - 4 \quad (1)$$

$$y = -4x + 4 \quad (2)$$

$$y = -2x - 2 \quad (3)$$

$$y = -2x + 2 \quad (4)$$

«آزمون های گاج»

سوال: اگر $\tan^4 x + 2 \tan^2 x = 24$ باشد، حاصل $10 \cos^2 x + 3$ کدام است؟

$$3 \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$6 \quad (2)$$

$$5 \quad (1)$$

«IQ گاج»

سوال: حاصل $A = \sin^2 1^\circ + \sin^2 2^\circ + \dots + \sin^2 90^\circ$ کدام است؟

$$47/5 \quad (4)$$

$$46/5 \quad (3)$$

$$45/5 \quad (2)$$

$$44/5 \quad (1)$$

سوال: در مثلث متساوی الساقین ABC ($AB = AC = 2$)، اگر $\sin \hat{B} + \cos \hat{C} = \sqrt{\frac{7}{5}}$ باشد، مساحت این مثلث کدام است؟

«هیگرو گاج»

$$0/8 \quad (4)$$

$$0/6 \quad (3)$$

$$0/4 \quad (2)$$

$$0/3 \quad (1)$$



«میکرو گاج»

سوال: ساده شده عبارت $\frac{\sin^2 \theta}{1 + \cos \theta} + \frac{1}{\tan \theta + \cot \theta}$ کدام است؟

(۴) $\cot \theta$

(۳) $\tan \theta$

(۲) $\cos \theta$

(۱) $\sin \theta$

«مهر و ماه»

سوال: حاصل ساده شده عبارت $\sin^2 x \cos^2 x (\tan x + \cot x)^2$ ، معادل کدام گزینه می شود؟

(۴) ۱

(۳) $\tan^2 x + \cot^2 x$

(۲) $\frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x}$

(۱) $\frac{1}{\sin x \cos x}$

«IQ جامع»

سوال: اگر $\tan x + \cot x = 4\sqrt{2}$ باشد، $\tan x - \cot x$ کدام است؟ ($0^\circ < x < 45^\circ$)

(۴) $-2\sqrt{7}$

(۳) $2\sqrt{7}$

(۲) $-2\sqrt{5}$

(۱) $2\sqrt{5}$

«گاج»

سوال: حاصل عبارت $A = (1 - \sin \theta)(1 + \sin \theta)(\tan^4 \theta + 2 \tan^2 \theta + 1)$ کدام است؟

(۴) $-1 + \tan^2 \theta$

(۳) $1 + \tan^2 \theta$

(۲) -1

(۱) ۱



«نردبام جامع»

سوال: با فرض $\sin \theta + \cos \theta = \frac{1}{4}$ حاصل $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta$ کدام است؟

$$-\frac{45}{128} \quad (4)$$

$$-\frac{43}{128} \quad (3)$$

$$\frac{49}{128} \quad (2)$$

$$\frac{47}{128} \quad (1)$$

«IQ جامع»

سوال: اگر $\sin^4 x + \cos^4 x = \frac{3}{4}$ باشد، حاصل $\sin^6 x + \cos^6 x$ کدام است؟

$$\frac{3}{16} \quad (4)$$

$$\frac{3}{8} \quad (3)$$

$$\frac{5}{16} \quad (2)$$

$$\frac{5}{8} \quad (1)$$

«نردبام جامع»

سوال: با فرض $\sin x \cos x = \frac{1}{4}$ حاصل $\tan^2 x + \cot^2 x$ کدام است؟

$$16 \quad (4)$$

$$14 \quad (3)$$

$$4 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

«آزمون های گاج»

سوال: اگر $\tan x = 2\sqrt{2}$ ، حاصل $\frac{\sin^2 x + 3}{\cos^2 x + 1}$ کدام است؟

$$4 \quad (4)$$

$$3/5 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2/5 \quad (1)$$

«آزمون های قلم چی»

سوال: اگر $\sin x + \cos x = \frac{1}{3}$ باشد، $\sin^4 x + \cos^4 x$ چقدر از $\sin^3 x + \cos^3 x$ بیش تر است؟

$$\frac{10}{81} \quad (4)$$

$$\frac{36}{81} \quad (3)$$

$$\frac{49}{81} \quad (2)$$

$$\frac{82}{81} \quad (1)$$

«هیکرو قرن»

سوال: اگر $\tan x = 2$ باشد، حاصل $A = \frac{5\sin^2 x + 6\cos^2 x}{2\sin^4 x - 19\cos^4 x}$ کدام است؟

(۴) ۱۲

(۳) ۱۰

(۲) ۹

(۱) ۸

«نردبام جامع»

سوال: با فرض $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{25}{8}$ حاصل $|\sin \alpha - \cos \alpha|$ کدام است؟

(۴) $\frac{1}{5}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۲) $\frac{4}{5}$ (۱) $\frac{3}{5}$

«Q جامع»

سوال: اگر $\cot x = 2$ باشد، حاصل $A = \frac{2\sin x - \cos^2 x}{\sin^2 x + 4\sin x}$ کدام است؟

(۴) $\frac{2}{19}$ (۳) $\frac{5}{21}$ (۲) $\frac{2}{21}$ (۱) $\frac{5}{19}$

این جزوه و تدریس‌های ویدئویی آن تنها مربوط به سایت جشان آکادمی (jashan-academy.ir) و تیم تدریس آن است؛ برای دسترسی به تدریس سایر دروس تخصصی به همین سایت مراجعه بفرمایید یا در کانال روبیکا و تلگرام [@tajrobi10jashani](https://t.me/tajrobi10jashani) عضو شوید.

ارادت‌مندی شما؛ امیررضا جشانی‌پور

