

جزوه فصل ۱ ریاضی دهم

ویژه رشته‌های تجربی و ریاضی



برای دستیابی به تدریس رایگان همهٔ دروس تخصصی به کانال روبیکا و تلگرام [@tajrobi10jashani](https://t.me/tajrobi10jashani) یه سری بزنین.

بسم الله الرحمن الرحيم

این جزوه و تدریس های ویدئویی آن تنها مربوط به سایت جشان آکادمی (jashan-academy.com) و تیم تدریس آن است؛ برای دسترسی به تدریس سایر دروس تخصصی به همین سایت مراجعه بفرمایید یا به آیدی تلگرام @jashani121212 پیام دهید.

فصل ۱: مجموعه، الگو و دنباله

درسنامه ۱: مجموعه ها، مجموعه مرجع و خواص متمم

مجموعه

به دسته ای از اشیا مشخص و دو به دو متمایز، مجموعه می گویند. اعضای یک مجموعه را درون آکولاد یا $\{ \}$ نمایش می دهند.

چند نکته در مورد مجموعه:

- ✓ اعضای آن باید دقیقاً مشخص باشد. مثلاً $\{ \text{اعداد فرد سه رقمی} \}$ یک مجموعه است اما $\{ \text{همه ماشین های قشنگ شهر تهران} \}$ مجموعه نیست! چون معلوم نیست چه ماشین هایی را باید قشنگ در نظر گرفت!
- ✓ تکرار اعضا در مجموعه تنوع ایجاد نمی کند. پس دو مجموعه $\{ ۱, ۳, ۵ \}$ و $\{ ۱, ۳, ۳, ۵, ۵, ۵ \}$ کاملاً یکسانند.
- ✓ اگر همه اعضای مجموعه A جزء مجموعه B باشد در این صورت A را زیرمجموعه B می نامیم و خواهیم داشت:

$$A \subseteq B$$

مثال: اگر $B = \{ ۱, ۲, \{ ۳ \}, ۳, \{ ۴ \}, ۴, ۵ \}$ و $A = \{ ۲, ۳, \{ ۴ \} \}$ باشد، در این صورت:

- ✓ هر مجموعه Π عضوی 2^{Π} زیرمجموعه دارد. زیرا برای هر عضو دو حالت داریم $\Leftarrow$ یا عضو زیرمجموعه هست یا عضو زیرمجموعه نیست!

$$A = \{ a_1 \text{ و } a_2 \text{ و } a_3 \text{ و } \dots \text{ و } a_n \}$$

= زیرمجموعه ها



✓ در نوشتن اعضای یک مجموعه، ترتیب مهم نیست. پس جابجایی اعضا، مجموعه جدیدی ایجاد نمی‌کند.

✓ مجموعه‌ای که هیچ عضوی ندارد را تهی یا $\{\}$ و یا $\emptyset$ می‌نامیم. تهی زیرمجموعه مجموعه‌هاست.

نکته: عضو بودن در مجموعه را با نماد $\in$ و عضو نبودن را با $\notin$ و زیرمجموعه بودن را با $\subseteq$ و زیرمجموعه نبودن را با $\not\subseteq$ نشان می‌دهیم.

تذکر: همانطور که $\{2\}$ با $\{2\}$ فرق دارد، $\emptyset$ هم با $\{\emptyset\}$ فرق دارد. زیرا $\emptyset$ یک مجموعه بدون عضو است اما $\{\emptyset\}$ یک مجموعه تک عضوی است.

سوال: زیرمجموعه‌های مجموعه $A = \{2, 1, \{3\}\}$ را بنویسید:

سوال: زیرمجموعه‌های مجموعه $A = \{\emptyset, 1, \{2\}, 1, \{2, 2\}\}$ را بنویسید:

سوال: دو مجموعه $A = \{a, b, c, \{c\}\}$ و $B = \{a, \{c\}\}$ داریم؛ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را بررسی کنید:

$$B - A = \{\emptyset\} \quad ?$$

$$A - B = \{b, c\} \quad ?$$

$$c \subseteq A \quad ?$$

$$A - B \cap A = \{b, c\} \quad ?$$

$$\{c, \{c\}\} \subseteq A \text{ و } c \in A \quad ?$$

$$\{c\} \in B \text{ و } \{\{c\}\} \subseteq B \quad ?$$

$$\emptyset \subseteq A - B \text{ و } \emptyset \in A \quad ?$$



تذکر: توجه کنید که برای نشان دادن اینکه یک عضو جزء اعضای یک مجموعه است، نباید دو طرف آن عضو آکولاد اضافه کرد؛ اما برای زیرمجموعه نشان دادن باید آکولاد بگذاریم. مثال:

سوال: اگر $A = \{a, b, \{b\}\}$ و $B = \{a, \{b\}\}$ باشند، کدام گزینه نادرست است؟ «میکروقرن»

- (۱) $B \subseteq A$ (۲) $\{b\} \subseteq A$ (۳) $B \in A$ (۴) $\emptyset \subseteq A - B$

سوال: تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $n-3$ عضوی از تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه $n+2$ عضوی،

۱۲۴ عدد کمتر است. یک مجموعه $n+1$ عضوی چند زیرمجموعه غیرتهی دارد؟ «تالیفی»

- (۱) ۶۴ (۲) ۳۲ (۳) ۶۳ (۴) ۳۱

نکته: تعداد زیرمجموعه‌های غیرتهی یک مجموعه n عضوی برابر خواهد شد.

سوال: اگر تعداد عضوهای یک مجموعه را دو برابر کنیم، به تعداد زیرمجموعه‌های آن ۵۶ واحد اضافه می‌شود،

این مجموعه در حالت اول چند عضو داشته است؟ «آی کیو جامع»

- (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۸

سوال: مجموعه $A = \{\{1, 2, 3\}, \{3, 1\}, \{1, 3\}\}$ چند زیرمجموعه دارد که شامل عضو $\{1, 3\}$ باشد، ولی شامل عضو

۲ نباشد؟ «میکرو-قرن»

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) ۱۶

سوال: کدام یک از مجموعه‌های زیر نشان‌دهنده مجموعه‌ای است که زیرمجموعه همه مجموعه‌ها است؟

«تیزهوشان»

(۱) اعداد اول بخش‌پذیر بر ۵ (۲) اعداد صحیح غیرمثبت که مربعشان با خودشان برابر است.

(۳) اعداد طبیعی مکعب کامل کوچک‌تر از ۴ (۴) اعداد طبیعی که مربع آن‌ها از خودشان کوچک‌تر باشد.



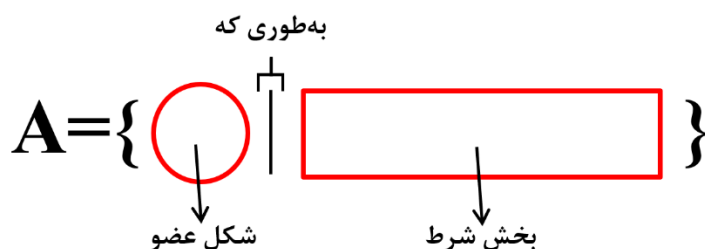
نمایش مجموعه‌ها

برای نشان دادن مجموعه‌ها از سه شکل استفاده می‌شود:

الف) نوشتن اعضا: مثلاً اگر مجموعه A شامل اعداد اول تک رقمی باشد:

ب) نمودار ون (نمایش هندسی): در این روش اعضا را درون یک منحنی بسته نمایش می‌دهند. مثلاً اگر مجموعه B شماره‌های عدد ۸ باشد:

پ) زبان ریاضی: برای نمایش یک مجموعه مانند مجموعه A، از فرمول کلی زیر استفاده می‌کنیم:



تبدیل زبان ریاضی به عضوها

برای حل سوالات به زبان ریاضی، اول به قسمت شرط رفته و بازه x یا n را پیدا کرده (ورودی‌ها مون!) و سپس به قسمت شکل عضو رفته و با جایگذاری، حاصل را پیدا می‌کنیم (خروجی‌ها مون!).

سوال: هر کدام از موارد زیر را معادل سازی کنید:

$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 4\}$

$B = \{n(n-1) \mid n \in \mathbb{N}\}$

$C = \{2x-1 \mid n \in \mathbb{Z}, 4 \leq 2x < 7\}$

$B = \{x^2 \mid \frac{12}{n} \in \mathbb{Z}\}$





سوال: مجموعه $A = \{x^2 \mid \frac{x}{2} \in \mathbb{N}, 2 < x < 10\}$ ، عضو دارد و بزرگترین عضو آن

است؟

«تیزهوشان»

(۴) ۳ - ۶۴

(۳) ۷ - ۸۱

(۲) ۳ - ۸

(۱) ۷ - ۹

سوال: اگر $A = \{x \in \mathbb{N} \mid \frac{24}{x} \in \mathbb{Z}\}$ و B مجموعه اعداد طبیعی یک رقمی باشد، درباره مجموعه A-B کدام

«مهرماه جامع»

جمله نادرست است؟

(۱) دو عضو دارد.

(۲) عضوهایش زوج هستند.

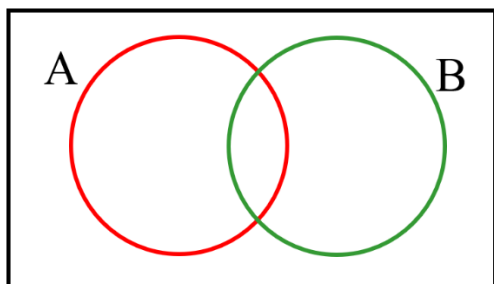
(۳) عضوهایش مضرب ۸ هستند.

(۴) عضوهایش مضرب ۱۲ هستند.

جبر مجموعه‌ها

شامل اشتراک، اجتماع و تفاضل مجموعه‌هاست. برای ساده‌تر کردن این مورد، فقط با استفاده از نمودار ون حل می‌کنیم.

۱- اشتراک: یعنی هم در A و هم در B باشد. $A \cap B = \{x \mid x \in A, x \in B\}$



سوال: حاصل هر کدام از موارد زیر را بنویسید:

? $\emptyset \cap A =$

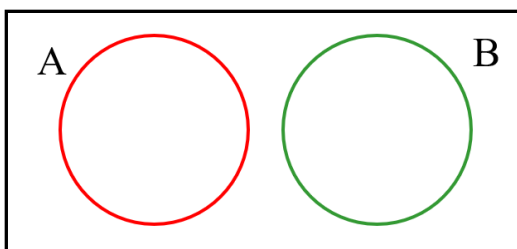
? $A \cap \emptyset =$

? $A \cap A =$

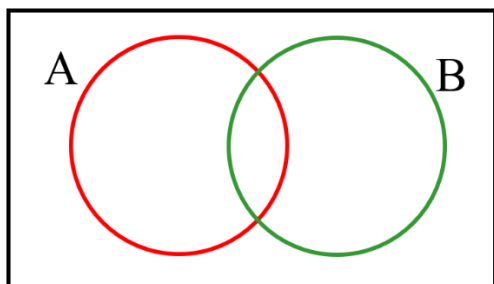
? $A \subseteq B \Rightarrow A \cap B =$

نکته: اگر دو مجموعه هیچ اشتراکی نداشته باشند، آن دو مجموعه را نسبت به هم «مجزا» یا «ناسازگار» می‌گوییم.

در این صورت $A \cap B = \emptyset$



۲- اجتماع: یعنی یا در A باشد یا در B! $A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$



سوال: حاصل هر کدام از موارد زیر را بنویسید:

? $\emptyset \cup A =$

? $A \cup \emptyset =$

? $A \cup A =$

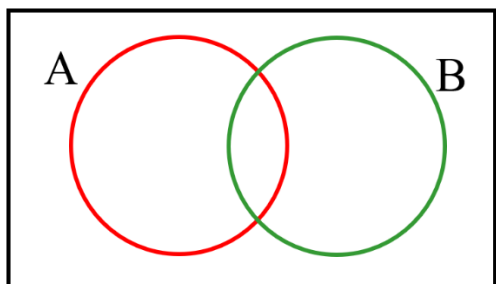
? $A \subseteq B \Rightarrow A \cup B =$

۳- تفاضل: مثلاً $A - B$ یعنی تفاضل B از A (نه A از B) $\Leftrightarrow$ یعنی همه عضوهایی که در A باشند ولی در B نباشند.

$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$



سوال: در نمودار ون، $A-B$ و $B-A$ را نشان دهید:



سوال: حاصل عبارت روبرو کدام است؟ $[(A - B) \cup (A \cap B) \cup (B - A) \cap (A \cup B)]$ «تالیفی»
 $\emptyset$ (۴) $A - B$ (۳) $A \cup B$ (۲) $A \cap B$ (۱)

سوال: حاصل هر یک از موارد زیر را بنویسید:

? $A - B = A -$

? $B - A = B -$

? $A \cap B = \emptyset \Rightarrow A - B =$

? $A \subseteq B \Rightarrow A - B =$

? $A - \emptyset =$

? $A - A =$

? $\emptyset - A =$

نکته: چون اشتراک A و B درون خود A و B بوده و همچنین درون اجتماع آنهاست، پس می‌توان دو مورد زیر را

بیان کرد: (که به این دو قانون جذب می‌گویند)

? $A \cup (A \cap B) =$

? $A \cap (A \cup B) =$



سوال: اگر A مجموعه اعداد فرد تک رقمی و B مجموعه اعداد اول تک رقمی باشد، حاصل هر کدام از موارد زیر را بنویسید:

$$A = \{ \quad \quad \quad \} \quad B = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$A \cap B = \{ \quad \quad \quad \} \quad A \cup B = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$B - A = \{ \quad \quad \quad \} \quad A - B = \{ \quad \quad \quad \}$$

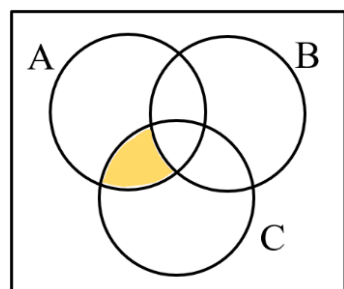
$$A - (A \cap B) = \{ \quad \quad \quad \} \quad A - (A \cup B) = \{ \quad \quad \quad \}$$

$$A \cup (A \cap B) = \quad \quad \quad A \cap (A \cup B) = \quad \quad \quad$$

سوال: اگر دو مجموعه A و B غیر تهی باشند، حاصل $[A \cup (B - A) - A \cap B] \cap (B - A \cap B)$ کدام است؟ «تالیفی»

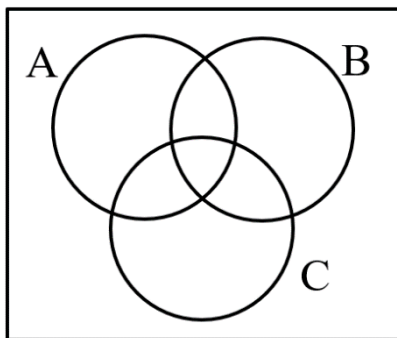
- (۱) $A - B$ (۲) $B - A$ (۳) $A \cup B$ (۴) $\emptyset$

سوال: برای سه مجموعه A ، B و C ، نمودار مقابل کدام یک از مجموعه‌های زیر را مشخص نمی‌کند؟ «آی کیو»



- (۱) $(A \cap C) - B$
 (۲) $C \cap (A - B)$
 (۳) $(B \cap C) - A$
 (۴) $(A \cap C) - (B \cap C)$

سوال: اجتماع سه مجموعه A، B و C را با توجه به نمودار زیر بنویسید:



سوال: A مجموعه اعداد اول یک رقمی، $B = \{2x+1 | x \in A\}$ و $C = \{x | (2x+3) \in B\}$ است. محاسبه کنید که مجموعه $C \cup (A - B)$ چند عضو دارد؟

آی کیو جامع»

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۴ (۱)

سوال: اگر $A_n = \{2^m | m \in \mathbb{Z}, m \geq -n, 2^m \leq n\}$ باشد ($n \in \mathbb{N}$)، آنگاه مجموعه $A_3 \cap A_4$ چند زیرمجموعه دارد؟

«میکرو-قرن»

۳۶ (۴)

۳۲ (۳)

۱۶ (۲)

۸ (۱)

سوال: با فرض $A = \{8, \{x+y\}\}$ و $A = \{x^2 - y^2, \{2\}\}$ ، اگر $A - B = B - A$ باشد، xy کدام است؟

آی کیو»

-۶ (۴)

۶ (۳)

۳ (۲)

-۳ (۱)



مجموعه‌های معروف

? $\mathbb{N} = \{ \quad \quad \quad \}$ مجموعه اعداد طبیعی

? $\mathbb{W} = \{ \quad \quad \quad \}$ مجموعه اعداد حسابی

? $\mathbb{Z} = \{ \quad \quad \quad \}$ مجموعه اعداد صحیح

? $\mathbb{Q} = \{ \frac{m}{n} \mid \quad \quad \quad \}$ مجموعه اعداد گویا

? $\mathbb{Q}' = \{ x \mid \quad \quad \quad \}$ مجموعه اعداد گنگ (اصم)

? $\mathbb{R} = \{ x \mid \quad \quad \quad \} = \dots \cup \dots$ مجموعه اعداد حقیقی

نکته: مجموعه اعداد حقیقی ($\mathbb{R}$) بزرگترین مجموعه اعداد در حد کنکور است (شامل همه اعداد روی محور اعداد)؛ با استفاده از نمودار ون داریم:



سوال: حاصل هر یک از عبارتهای زیر را بنویسید:

? $\mathbb{W} - \mathbb{N} =$

? $\mathbb{W} \cap \mathbb{N} =$

? $\sqrt{0.04} =$

? $\mathbb{W} - \{0\} =$

سوال: درستی یا نادرستی هر کدام از عبارت‌های زیر را مشخص کنید:

$$W \subseteq \mathbb{R} \cap \mathbb{Q}'$$

$$\mathbb{Q} \cap \mathbb{Q}' \subseteq W$$

$$([\{0\} \cup \mathbb{N}] - W) \subseteq \mathbb{Z}$$

$$((\mathbb{Q} - \mathbb{Q}') - \mathbb{Z}) \subseteq \mathbb{R}$$

انواع اعداد گویا در حالت اعشاری

۱- عدد اعشاری مختوم (تحقیقی): اگر تعداد رقم‌های اعشاری محدود باشد، یک عدد اعشاری مختوم داریم.

مثل:

$$\frac{1}{2} = 0.5$$

$$\frac{1}{4} = 0.25$$

$$\frac{16}{25} = 0.64$$

۲- عدد اعشاری متناوب ساده: اگر بلافاصله بعد از ممیز یک یا چند عدد تکرار شوند، یک عدد اعشاری متناوب ساده داریم.

مثل:

$$\frac{1}{3} = 0.333333...$$

$$\frac{3}{11} = 0.272727...$$

$$\frac{9}{11} = 0.818181...$$

۳- عدد اعشاری متناوب مرکب: اگر بعد از ممیز یک یا چند عدد غیرتکراری و بعد از آن تعدادی رقم تکرار شوند داشته باشیم، یک عدد اعشاری متناوب مرکب داریم.

مثل:

$$\frac{17}{55} = 0.3090909...$$

$$\frac{15}{22} = 0.6818181...$$

نکته: این سه مورد همگی جزء اعداد گویا هستند. اعداد اعشاری با ارقام متفاوت و غیرتکرارشونده به اعداد گنگ

تعلق دارند.

اعمال جبری بر روی اعداد گنگ و گویا

✓ جمع، ضرب، تقسیم و تفریق بین دو عدد گویا قطعاً عددی گویاست (فقط باید توجه کنیم که مخرج کسر صفر نشود).

در جمع، تفریق، ضرب و تقسیم دو عدد گنگ هیچ نظری نمی‌توان داد.

✓ اگر A عددی گویا و B عددی گنگ باشد، اگر مخرج کسر صفر نشود قطعاً $A \pm B$ و $\frac{B}{A}$ گنگ خواهند بود.

سوال: اگر A و B اعداد گنگ و C و D اعداد گویا باشند، حاصل چند مورد می تواند گویا باشد؟ «تالیفی»

- الف) $A+D$ ب) $B-C$ پ) AB
- ت) AD ث) $2A+C$ ج) $A+B$
- چ) $\frac{A}{B} (B \neq 0)$ ح) $\frac{D}{B} (B \neq 0)$ خ) $\sqrt{D} + B$
- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

سوال: اگر a و b دو عضو دلخواه از مجموعه M باشند به طوری که $a + b \in M$ ، در این صورت M کدام مجموعه زیر نمی تواند باشد؟ «میکرو-قرن»

- (۱) $\mathbb{N}$ (۲) $\mathbb{R}$ (۳) $\mathbb{Q}'$ (۴) $\mathbb{Q}$

بازه

به زیرمجموعه‌ای از $\mathbb{R}$ که بین دو عدد حقیقی باشد، بازه می‌گویند. جدول زیر را تکمیل کنید:

نمایش هندسی (محور)	نمایش مجموعه‌ای	نوع بازه	بازه
	$\{x x \in \mathbb{R}, a < x < b\}$	باز	(a, b)
	$\{x x \in \mathbb{R}, a < x \leq b\}$		
	$\{x x \in \mathbb{R}, x \leq b\}$		



$(a, +\infty)$			
		$\mathbb{R}$	

نکته: دقت شود که اگر بیش از یک بازه را با هم در نظر بگیریم، دیگر به آن بازه نمی‌گوییم؛ بلکه به آن اجتماع دو بازه می‌گوییم. جدول را تکمیل کنید:

مثال	نمایش بازه‌ای	نمایش هندسی (محور)
$\mathbb{R} - [1, 2]$		

نکته: توجه کنید که بازه $[A, A]$ همان $\{A\}$ و بازه (a, a) همان $\emptyset$ است. پس هر دو مورد بازه هستند (بازه هم که نوعی مجموعه است).



سوال: در هر یک از موارد زیر اشتراک دو بازه را پیدا کنید:

سوال: اگر عدد ۶ در فاصله $(x-2, 2x+3)$ باشد، کدام عدد در حدود بازه x جایی ندارد؟ «تالیفی»

- (۱) $2/5$ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

سوال: بازه $(\frac{x+2}{4}$ و ۳] دقیقاً شامل پنج عدد صحیح است. بیشترین مقدار x کدام است؟ «میکرو-قرن»

- (۱) ۲۶ (۲) ۳۰ (۳) ۳۲ (۴) ۲۸

سوال: هرگاه $41 \leq 3x-1 < 4$ باشد، برای x چند جواب صحیح وجود دارد؟ «مهرماه جامع»

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

بازه	تعداد اعداد صحیح حاضر در بازه	مثال
$[m, n]$		
$(m, n]$ یا $[m, n)$		
(m, n)		



سوال: اگر $A = (-1, 1]$ و $B = \{x \in \mathbb{R} \mid (-x) \in A\}$ باشد، مجموعه $B - A$ کدام است؟

تی کیو جامع

- (۱) $\{1\}$ (۲) $\{-1, 1\}$ (۳) $\{-1\}$ (۴) $\{\}$

سوال: اگر $\{a\} = [-1, 4] \cap [2a, 2a+1]$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای a کدام است؟

میکرو-قرن

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) ۳ (۴) -۳

نکته: برای محاسبه طول یک بازه کافی است انتهای آن را منهای ابتدای آن کنیم (چه بازه باز باشد، چه نیم باز و چه بسته).

سوال: هر گاه $(-a, a) \subseteq [-3, 4]$ بوده و a بزرگ ترین مقدار ممکن خود باشد، در این صورت کدام گزینه درست است؟

مهرماه

- (۱) $(1, a) \subseteq [2, 4]$ (۲) $a \in (-2, 2)$ (۳) $a \in (-3, 3)$ (۴) $(1, a) \subseteq (-a, 3)$

سوال: اجتماع دو بازه $B = [a + 2, 6)$ و $A = (-1, 3)$ یک بازه باز است. حدود a کدام است؟

نردبام جامع

- (۱) $-3 < a \leq 1$ (۲) $-3 \leq a \leq 1$ (۳) $-1 < a \leq 3$ (۴) $-1 < a < 1$

سوال: اگر $A = \{2x \mid x \in (-1, 2)\}$ و $B = \{x \mid 2x + 1 \in A\}$ باشد، آنگاه $A \cap B$ کدام است؟ «میکرو-قرن»

- (۱) $(-1, 0]$ (۲) $(-1, \frac{3}{2})$ (۳) $[-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$ (۴) $(-\frac{3}{2}, \frac{3}{2}]$

سوال: اگر $A = [-3, 5]$ ، $B = \{x \mid (2x - 1) \in A\}$ و $C = \{x \mid (4x + 1) \in A\}$ باشد، $A - (B \cup C)$ چند عضو صحیح دارد؟ «آی کیو جامع»

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

سوال: اگر $A = \{x - 1 \mid x \in P, 2 \leq \frac{x+2}{3} \leq 10\}$ و P مجموعه اعداد اول باشد، کدام گزینه **نادرست** است؟ «میکرو-قرن»

- (۱) $2 \in A$ (۲) $12 \in A$

(۳) مجموعه A ، ۷ عضو دارد. (۴) $18 \in A$

سوال: اگر $(-3, 7] \cup (m, 15] = (-3, 15]$ باشد، مجموعه ی مقادیر m کدام است؟ «مهر و ماه»

- (۱) $[-3, +\infty)$ (۲) $[-3, 7)$ (۳) $(-3, 7]$ (۴) $[-3, 7]$

سوال: اگر اجتماع دو بازه $(-\infty, k+1]$ و $[3-k, +\infty)$ مجموعه اعداد حقیقی باشد، حدود k کدام است؟ «میکرو-قرن»

- (۱) $k \leq 2$ (۲) $k \geq 2$ (۳) $k \leq 1$ (۴) $k \geq 1$



سوال: اگر $\mathbb{R} - \{2\} = (-\infty, \frac{x+y}{3}) \cup (x-y, +\infty)$ باشد، آنگاه حاصل $2x+y$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

سوال: اگر دو بازه $(2a+1, 9)$ و $(-4, a+2)$ هیچ عضو مشترکی نداشته باشند، مجموعه‌ی مقادیر a کدام است؟ «مهرماد»

۱) $[1, 4]$ ۲) $(1, 4]$ ۳) $[-6, 1]$ ۴) $[-6, 1]$

مجموعه‌های متناهی و نامتناهی

مجموعه متناهی: مجموعه‌ای است که تعداد اعضای آن محدود و یک عدد حسابی باشد (هر چند هرچقدر این مجموعه بزرگ باشد، باز هم متناهی است $\Leftarrow$ یعنی انتها دارد)

مجموعه نامتناهی: مجموعه‌ای است که تعداد اعضای آن از هر عددی بزرگتر باشد (یعنی بینهایت باشد).

سوال: متناهی یا نامتناهی بودن هر کدام را مشخص کنید:

- | | |
|---|--------------------------------------|
| تعداد اتم‌های هیدروژن در اتمسفر کره زمین: | تعداد درخت‌های جنگل آمازون: |
| تعداد خطوط با شیب برابر با خط $y=x$: | تعداد خطوط گذرنده از مبدأ مختصات: |
| اعداد فرد: | تعداد دایره‌های به مرکز مبدأ مختصات: |
| اعداد گنگ: | اعداد فرد سه رقمی: |
| | اعداد بین ۰ و ۱: |



سوال: اگر $A \subseteq B$ باشد، آن گاه:

- (۱) اگر A نامتناهی باشد، آنگاه B
- (۲) اگر B نامتناهی باشد، آنگاه A
- (۳) اگر A متناهی باشد، آنگاه B
- (۴) اگر B متناهی باشد، آنگاه A

نکته: اشتراک هر مجموعه با یک مجموعه متناهی، قطعاً است و اجتماع هر مجموعه با یک مجموعه نامتناهی، قطعاً است. جدول زیر را تکمیل کنید:

مجموعه	A و B متناهی	A و B نامتناهی	A نامتناهی و B متناهی	A نامتناهی و B نامتناهی
$A \cup B$				
$A \cap B$				
$A - B$				

نکته: مجموعه تهی ($\emptyset$) یک مجموعه متناهی است. زیرا هیچ عضوی ندارد!

نکته: همه بازه‌ها نامتناهی‌اند مگر بازه $[A, A]$ که همان $\{A\}$ و بازه (a, a) که همان $\emptyset$ است.

نکته: اگر اشتراک دو بازه متناهی باشد، دو حالت ممکن است:

۱- یا اشتراک ندارند $\Leftrightarrow A \cap B = \emptyset$

۲- یا اشتراک تک عضوی دارند $\Leftrightarrow$ یعنی نقطه انتهایی یک بازه بر نقطه ابتدای بازه دیگر منطبق است.

سوال: اگر اشتراک دو بازه $A = [2M+3, +\infty)$ و $B = (-\infty, 3M-4]$ یک مجموعه متناهی باشد، اختلاف

بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین عدد حسابی قابل قبول برای M چند واحد است؟ «تالیفی»

- (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴) ۳



نکته: تعداد اعداد طبیعی n رقمی با فرمول محاسبه می‌شود.

نکته: مجموعه‌ای که متناهی باشد، همه زیرمجموعه‌های آن نیز متناهی هستند.

«مهرماه»

سوال: مجموعه اعداد طبیعی دورقمی، چند زیرمجموعه متناهی دارد؟

(۴) $2^{900}-1$

(۳) 2^{900}

(۲) 2^{90}

(۱) $2^{90}-1$

مجموعه مرجع و متمم یک مجموعه

مجموعه مرجع: مجموعه‌ای که همه مجموعه‌های مورد بحث، زیرمجموعه آن هستند. مجموعه مرجع یا جهانی را با U نمایش می‌دهیم.

متمم مجموعه: می‌دانیم که هر مجموعه دلخواه (مثل مجموعه A)، زیرمجموعه U است ($A \subseteq U$). تمامی عضوهای از مجموعه مرجع که جزء A نباشند، متمم مجموعه A را می‌سازند (با نماد A').

نکته: برای پیدا کردن متمم یک مجموعه، حتماً باید مجموعه مرجع به طور دقیق مشخص باشد.

سوال: در جدول زیر، در هر کدام از مثال‌های زیر، متمم مجموعه A را بنویسید:

مجموعه مرجع (U)	مجموعه دلخواه A	نمایش بازه‌ای متمم مجموعه A (یعنی A')	نمایش هندسی متمم مجموعه A (یعنی A')
$\mathbb{R}$	$(2, 6]$		
$\mathbb{Z}$	$\mathbb{W}$		
$\mathbb{W}$	$\mathbb{N}$		



$[2, 5]$	$\{2, 3, 4\}$		
$\mathbb{N}$	$\{1, 3, 5, 7, \dots\}$		
$(2, 6]$	$(1, 6)$		

سوال: چند مورد عبارت زیر را به درستی تکمیل می‌کند؟
 «اگر مجموعه مرجع (U) باشد و مجموعه دلخواه A باشد، آن گاه مجموعه A' قطعاً است.»

(الف) متناهی - متناهی - متناهی

(ب) متناهی - نامتناهی - متناهی یا نامتناهی

(ج) نامتناهی - متناهی - نامتناهی

(د) نامتناهی - نامتناهی - متناهی

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

نردبام جامع

سوال: اگر $A \cup B$ نامتناهی و $A \cup B'$ متناهی باشد، کدام مجموعه متناهی است؟

$B - A$ (۴)

$A' \cup B'$ (۳)

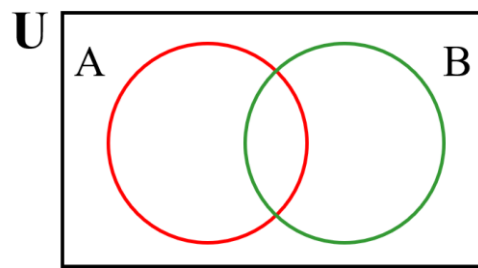
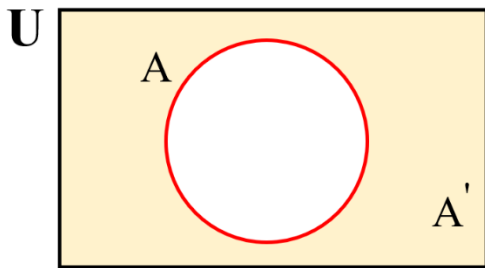
$A - B$ (۲)

$B \cup A'$ (۱)

خواص متمم

برای سادگی کار می‌توانیم مثلاً به A' بگوییم «عدم A»؛ یعنی A نباشد. بهترین و ساده‌ترین راه برای درک مفاهیم و پاسخ به سوالات مربوطه، استفاده از نمودار ون است.





سوال: در برابر هر کدام از عبارات زیر، پاسخ مناسب بنویسید:

? $(A')' =$

? $A \cap A' =$

? $A' \cup A =$

? $A - A' =$

? $A' - U = A - U =$

? $A' - A =$

? $A \cap B' =$

? $A' \cap B =$

? $(A \cup B)' =$

? $(A \cap B)' =$

دمورگان:

? $A' \cup B =$

? $A' \cap B' =$

? $A \cap (A' \cup B) =$

? $A \cup (A' \cap B) =$

تذکر: برای درک قوانین دمورگان به این مورد توجه کنید که $\Leftrightarrow$ وقتی متمم بر پراتنزی اثر می‌کند، هر دو مجموعه درون پراتنزی را متمم کرده و علامت وسط را هم عوض می‌کند.

سوال: اگر $U = \{1, 2, 3, 4, \dots, 12\}$ ، $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ و $B = \{1, 3, 4, 6, 9, 11\}$ باشند، حاصل هر کدام از موارد زیر را بیابید:

? $A' \cap B =$

? $A' \cap B' =$

? $(A \cup B)' =$

? $U - (A \cap B)' =$

نکته: برای افزایش سرعت بدانید که اگر بخواهیم اشتراک را به تفاضل (و برعکس) تبدیل کنیم، کافیست متمم مجموعه دوم را بنویسیم:

 $A \cap B' =$

 $A' \cap B' =$

 $A - B' =$

 $A' - B' =$

سوال: اگر $A = [-1, 5]$ ، $B = [-1, 7]$ و $A' \cap B' = [-2, -1) \cup [7, 6)$ باشد، مجموعه مرجع کدام است؟
 (۱) $(-2, 9)$ (۲) $[-2, 9)$ (۳) $(-2, 9]$ (۴) $[-2, 9]$ «آی کیو جامع»

سوال: برای دو مجموعه A و B ، اگر $B - A = B$ باشد، متمم مجموعه $(B' \cap A) \cap (A' \cup B)$ کدام است؟
 (۱) A (۲) A' (۳) U (۴) $\emptyset$ «میکرو-قرن»

سوال: اگر $A - B = \emptyset$ و $B - A \neq \emptyset$ ، متمم مجموعه $(B' \cap A') \cup (B \cap A') \cup A$ کدام است؟ «تالیفی»
 (۱) A (۲) A' (۳) U (۴) $\emptyset$



سوال: اگر مجموعه اعداد صحیح را به عنوان مجموعه مرجع در نظر بگیریم، حاصل $(\mathbb{Z} - W)' \cap N'$ کدام است؟ «آی کیو»

$\mathbb{Z}$ (۱) N (۲) $\{0\}$ (۳) $\emptyset$ (۴)

نکته: اگر مجموعه A زیر مجموعه متمم مجموعه B باشد ($A \subseteq B'$) یا اگر مجموعه B زیر مجموعه متمم مجموعه A باشد ($B \subseteq A'$)، دو مجموعه A و B جدا از هم هستند.

سوال: اگر $A \subseteq B'$ باشد، حاصل $A \cup (A - B)'$ کدام است؟ «نردبام جامع»

B' (۱) $A \cup B$ (۲) A (۳) U (۴)

سوال: اگر B و C دو مجموعه جدا از هم و $A \cap (C - B) \subseteq A \cap B$ باشد، کدام گزینه همواره صحیح نیست؟ «نردبام جامع»

$C - B = C - A$ (۱) $B - A = B - C$ (۲) $C - (A \cap B) = C$ (۳) $C - (A \cup B) = C$ (۴)

سوال: متمم مجموعه $[(A \cup B)'] \cup A'$ کدام است؟ «میکرو»

$(A \cap B) \cup (B - A)$ (۱) $(A - B) \cup (A \cap B)$ (۲) $(A - B) \cup (B - A)$ (۳) $B' \cap (A - B)$ (۴)

سوال: اگر $U = \{1, 2, \dots, 20\}$ مجموعه مرجع، A زیر مجموعه ای دلخواه و $B \subseteq U$ شامل تمام اعداد اول باشد، در این صورت عبارت $(B - A)' \cap (A' \cup B')$ چند عضو دارد؟ «آی کیو»

۷ (۱) ۱۳ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴)



سوال: برای دو مجموعه A و B اگر $B \cup (A - B) = B$ باشد، کدام رابطه نادرست است؟

$$(A \cap B) \cup B = B \quad \text{۴}$$

$$A' - B = A' \quad \text{۳}$$

$$A \cap B' = \emptyset \quad \text{۲}$$

$$B' \subseteq A' \quad \text{۱}$$

سوال: اگر $A - B' = A$ باشد، متمم مجموعه $(A' \cup B) \cap (B' \cup A')$ کدام است؟

$$B \quad \text{۴}$$

$$A \quad \text{۳}$$

$$B' \quad \text{۲}$$

$$A' \quad \text{۱}$$

سوال: اگر از مجموعه A هر عضوی را برداشته و به عضوهای مجموعه B اضافه کنیم، تعداد عضوهای مجموعه B تغییری نمی‌کند. کدام نتیجه نمی‌تواند در مورد این دو مجموعه صحیح باشد؟

$$(A \cap B')' = U \quad \text{۴}$$

$$B' \subseteq A' \quad \text{۳}$$

$$n(B - A) = 0 \quad \text{۲}$$

$$n(A - B) = 0 \quad \text{۱}$$

سوال: برای دو مجموعه A و B، اگر $A \cup B = A \cap B$ باشد، حاصل $(A - B)' - B$ کدام است؟ (U مجموعه مرجع است.)

$$U \quad \text{۴}$$

$$\emptyset \quad \text{۳}$$

$$A' \quad \text{۲}$$

$$A \quad \text{۱}$$

سوال: اگر A، B و C سه مجموعه غیرتهی باشند به طوری که $A \subseteq B$ ، آنگاه مجموعه $(A \cap (B - C)) - (A \cap B \cap C)$ کدام است؟

$$A \cap C' \quad \text{۴}$$

$$A \quad \text{۳}$$

$$A \cap C \quad \text{۲}$$

$$B \quad \text{۱}$$



تعداد اعضای مجموعه‌ها

تعداد اعضای مجموعه‌های A و B را به ترتیب با نماد و نشان می‌دهیم.

سوال: برای عبارات زیر پاسخ مناسب بنویسید:

$$n(A \cup B) =$$

$$n(A - B) =$$

$$n(A - B) \cup n(B - A) \cup n(A \cap B) =$$

$$n(B - A) =$$

$$n(A \cup B \cup C) =$$

سوال: در یک کلاس ۲۱ نفر عضو تیم فوتبال، ۲۳ نفر عضو تیم والیبال و ۱۰ نفر هم عضو هر دو تیم هستند. اگر ۵ نفر از دانش آموزان عضو هیچ تیمی نباشند؛ به این موارد پاسخ دهید:

«تالیفی»

تعداد کل افراد این کلاس چند نفر است؟

چند نفر عضو تیم فوتبال نیستند؟

چند نفر از ورزشکاران عضو تیم فوتبال نیستند؟

چند نفر در فوتبال یا والیبال شرکت دارند؟

چند نفر در فوتبال و والیبال شرکت دارند؟

چند نفر فقط در یک رشته ورزشی عضویت دارند؟

چند نفر حداقل در یکی از رشته‌ها عضویت دارند؟

چند نفر حداکثر در یکی از رشته‌ها عضویت دارند؟

چند نفر فقط والیبال بازی می‌کنند؟

چند نفر فقط فوتبال بازی می کنند؟ 

سوال: اگر $n(A \cup B) = 32$ و $n(A \cap B) = 2n(A) = 3n(B)$ باشد، آنگاه تعداد اعضای که فقط به یک مجموعه تعلق دارد چند برابر تعداد افرادی است که به هر دو مجموعه تعلق دارند؟ **«تالیفی»**

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

سوال: ۸۰ ایرانی در یک همایش ۲۰۰ نفری حضور دارند. اگر ۵۰ نفر از شرکت کنندگان بازیگر و ۱۰۰ نفر نه بازیگر و نه ایرانی باشند، آنگاه چند نفر از شرکت کنندگان فقط ایرانی یا فقط بازیگر هستند؟ **«آزمون های تاج»**

۷۰ (۱) ۸۰ (۲) ۹۰ (۳) ۶۰ (۴)

سوال: در یک کلاس $3x$ نفری، $x-7$ نفر فقط در درس ریاضی و $\frac{2}{3}x$ نفر فقط در درس زیست شناسی نمره بالای ۱۶ گرفته اند. اگر تعداد کسانی که یا در هر دو درس نمره بالای ۱۶ گرفته اند یا در هیچ کدام نمره بالای ۱۶ نگرفته اند، ۱۹ باشد، تعداد کل افراد کلاس کدام است؟ **«مهرماه جامع»**

۲۷ (۱) ۳۰ (۲) ۲۴ (۳) ۴۸ (۴)



سوال: اگر $n(A - B) + n(B - A) = 27$ و $n(A \cup B) = 41$ باشد، مقدار $n(A) + n(B)$ کدام است؟ «نزدبام جامع»

۴۷ (۴)

۱۴ (۳)

۳۱ (۲)

۵۵ (۱)

سوال: تعداد اعضای مجموعه B ، ۷ واحد بیشتر از تعداد اعضای مجموعه A است. اگر تعداد اعضایی که فقط به یکی از دو مجموعه تعلق دارد از دو برابر تعداد اعضای مجموعه A ، یک واحد بیشتر باشد، چند عضو در دو مجموعه A و B مشترک است؟ «میکرو-قرن»

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

سوال: در یک گروه ۶۰ نفره، ۴۱ نفر به رشته‌های ورزشی و ۱۷ نفر به رشته‌های هنری علاقه‌مند هستند. اگر تعداد افرادی که فقط به رشته‌های ورزشی علاقه‌مند هستند، سه‌برابر تعداد افرادی باشد که فقط به رشته‌های هنری علاقه‌مند هستند، تعداد افرادی که به هیچ‌کدام از این رشته‌ها علاقه‌مند نیستند، کدام است؟ «گلج»

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

سوال: در یک نظرسنجی از تعدادی دانش‌آموز، مشخص شد که نیمی از دانش‌آموزان از کلاس زیست‌شناسی و یک‌سوم آن‌ها از کلاس فیزیک آقای جشانی‌پور استفاده می‌کنند. اگر یک‌چهارم دانش‌آموزان از هیچ‌کدام از این دو کلاس استفاده نکنند، تقریباً چند درصد دانش‌آموزان فقط از یکی از این دو کلاس استفاده می‌کنند؟ «میکروقرن - باتغییر»

۵۸ (۴)

۵۱ (۳)

۱۹ (۲)

۶۶ (۱)



سوال: مجموعه A و B به ترتیب دارای ۱۶ و ۲۰ عضو هستند. اگر ۸ عضو از مجموعه B به گونه‌ای برداریم که تعداد عضوهای مشترک بین دو مجموعه ۶ عدد کاهش یابد، اجتماع این دو مجموعه ۲۰ عضوی می‌شود. در حالت اول $n(A \cap B)$ کدام است؟

«تالیفی»

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

سوال: در یک همایش ۴۰ نفری، ۲۴ نفر خودروهای شرکت Benz و ۲۰ نفر خودروهای شرکت BMW را دوست دارند. حداکثر چند نفر از افراد حاضر در این همایش، طرفدار این شرکت‌ها نیستند؟

«تالیفی»

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۶ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

سوال: در یک کلاس ۲۰ نفری، ۱۰ نفر ماست و ۱۲ نفر دوغ دوست دارند. حداکثر چند نفر از دانش‌آموزان این کلاس هم ماست و هم دوغ را دوست ندارند؟

«میکرو-قرن»

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۷ (۴) ۸

سوال: هرگاه A مجموعه ۶ عضوی و $(A \cup B) - (A \cap B)$ مجموعه‌ای ۹ عضوی باشد، حداکثر و حداقل اعضای B کدام است؟

«نردبام جامع»

- (۱) ۹ و ۶ (۲) ۱۵ و ۶ (۳) ۱۵ و ۳ (۴) ۹ و ۳



سوال: در یک مدرسه از ۷۰ دانش آموز پایه دهم، ۳۷ نفر هم به ریاضی علاقه مندند و هم به فیزیک و ۵۸ نفر یا به ریاضی علاقه مندند یا به فیزیک. مجموع حداقل و حداکثر تعداد دانش آموزانی که به فیزیک علاقه مند نیستند، چقدر است؟

«نردبام جامع»

۵۲ (۴)

۴۸ (۳)

۴۵ (۲)

۴۲ (۱)

نکته: اگر تعدادی عضو به مجموعه A اضافه شود، عضوهایی که به قسمت اشتراک با مجموعه B اضافه می‌شوند، در واقع به خود مجموعه B هم اضافه می‌شوند. پس اگر بخواهیم فقط به مجموعه A اضافه کنیم (و به B اضافه نکنیم)، باید به قسمت $(A-B)$ اعضا را بیافزاییم (در مورد برداشتن عضو هم همینطور است).

سوال: اجتماع دو مجموعه A و B دارای ۴۰ عضو است. مجموعه‌های $(A-B)$ و $(B-A)$ به ترتیب ۱۲ و ۱۸ عضو دارند. اگر از هر یک از این مجموعه‌های A و B ، ۹ عضو برداشته شود، از مجموعه اشتراک آن‌ها ۴ عضو کم می‌شود. تعداد عضوهای اجتماع دو مجموعه جدید کدام است؟

«آزمون‌های گاج»

۲۶ (۴)

۲۴ (۳)

۲۳ (۲)

۲۲ (۱)

سوال: اگر مجموعه مرجع، اعداد طبیعی کمتر از ۱۰۰ باشد، چند عدد وجود دارد که نه بر ۳ و نه بر ۴ بخش پذیر است؟

«میکروگاج»

۵۲ (۴)

۵۱ (۳)

۵۰ (۲)

۴۹ (۱)



سوال: در یک مدرسه ۹۰ نفری، ۴۵ نفر عضو تیم فوتبال و ۳۱ نفر عضو تیم والیبال و ۲۰ نفر عضو هیچ تیمی نیستند. اگر ۶ نفر از تیم فوتبال و ۴ نفر از تیم والیبال را حذف کنیم، از تعداد افرادی که در هر دو رشته فعالیت می کنند، ۳ نفر کم می شود. تعداد اعضای که فقط در یکی از این رشته ها فعالیت می کنند، پس از اعمال این تغییرات کدام است؟

۵۳ (۱) ۶۰ (۲) ۶۳ (۳) ۶۴ (۴)

سوال: در یک فروشگاه با سه محصول پیراهن، شلوار و کفش تعداد کسانی که فقط یک کالا خرید کرده اند ۴ برابر تعداد افرادی است که فقط دو کالا خرید کرده اند و البته ۲ برابر تعداد کسانی است که هر سه محصول را خریده اند. اگر ۱۶ نفر هیچ خریدی نداشته باشند و تعداد کل افراد ۱۰۰ نفر باشد، چند نفر لااقل دو کالا خریده اند؟

«نردبام جامع»

۲۴ (۱) ۳۶ (۲) ۴۸ (۳) ۶۰ (۴)

هرچه میخواهد دل تنگت بنویس:



مفهوم: زیرمجموعه‌ای از اعداد حقیقی.

بازه	$[a, b]$	(a, b)	$[a, b)$	$(a, b]$
نمایش روی محور				

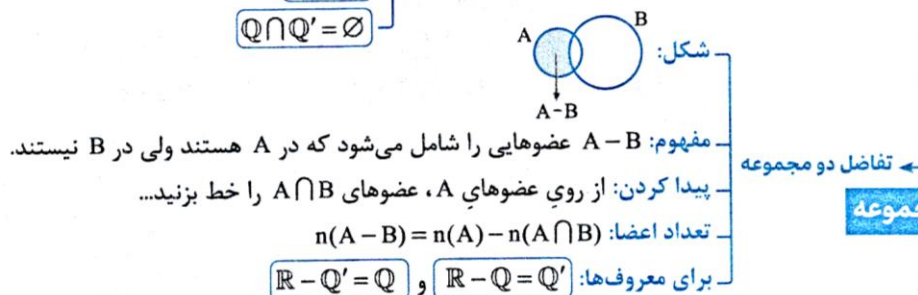
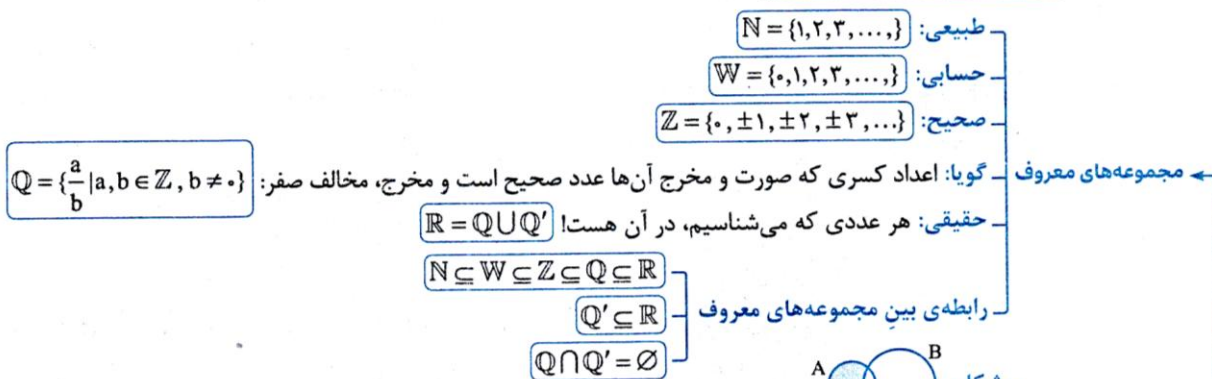
اگر شامل ∞ نباشد:

بازه	$[a, +\infty)$	$(a, +\infty)$	$(-\infty, b)$	$(-\infty, b]$
نمایش روی محور				

اگر شامل ∞ باشد:

بازه‌های جدا از هم: این‌ها را به شکل اجتماع چند بازه بنویس.

بازه‌ی معروف: $\mathbb{R} - \{a\} = (-\infty, a) \cup (a, +\infty)$

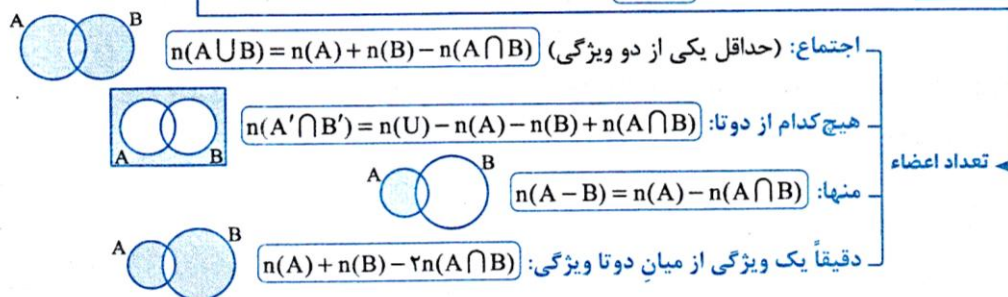
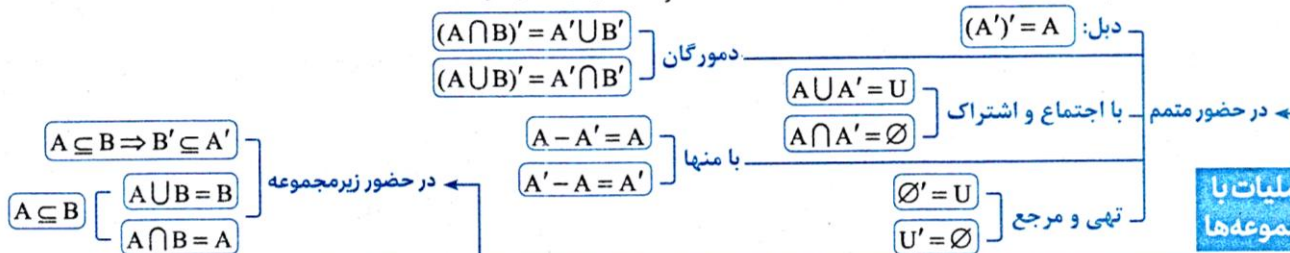


مرجع U : هر عضوی که از آن در یک بحث، استفاده می‌کنیم عضو این U است!

متهم: برای مجموعه‌ی A ، متهم می‌شود به فارسی: اعضای U که در A نیستند.

به ریاضی: $A' = U - A$

متناهی و نامتناهی: متناهی: اعضایش قابل شمارش‌اند و محدود. نامتناهی: اعضایش قابل شمارش نیستند یا تعداد نامحدودی عضو دارد.



درسنامه ۲: الگو و دنباله (حسابی و هندسی)

الگو

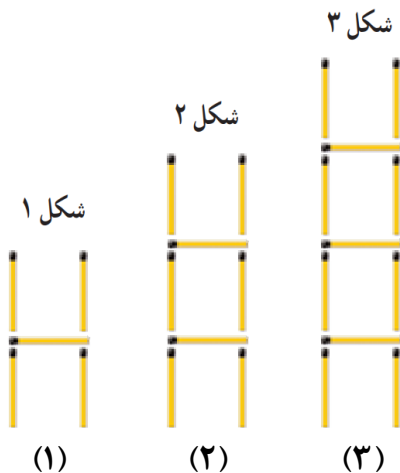
تعریف الگو و جمله عمومی: تعدادی شکل یا عدد که با قانون مشخصی پشت سر هم قرار می‌گیرند را الگو می‌نامیم و به این قانون هم جمله عمومی می‌گوییم.

روش حل: برای حل سوالات الگو باید اول جمله عمومی را پیدا کنیم و سپس هر جمله‌ای را که از ما می‌خواهند با کمک جمله عمومی به دست بیاوریم.

تذکره: برای به دست آوردن جمله عمومی از جدول زیر استفاده می‌کنیم. کافی است در مقابل شماره هر مرحله (یا جمله)، حاصل آن را نوشته و به نظم آن‌ها پی ببریم.

شماره مرحله	۱	۲	۳	...	n
حاصل					

سوال: با توجه به شکل مقابل، به سوالات زیر پاسخ دهید:



(الف) جمله عمومی را پیدا کنید:

(ب) تعداد چوب کبریت‌ها در مرحله پانزدهم چند عدد است؟

(پ) تعداد چوب کبریت‌ها در کدام مرحله برابر ۹۲ است؟

(ت) حاصل جمع تعداد چوب کبریت‌ها در دو جمله متوالی برابر ۱۲۱ است. جمله کوچک‌تر، جمله چندم است؟



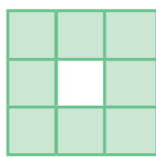
سوال: با توجه به الگوی زیر، در مرحله‌ای که تعداد مربع‌های سفید ۳۶ عدد است، تعداد مربع‌های رنگی چند عدد است؟

«تالیفی»

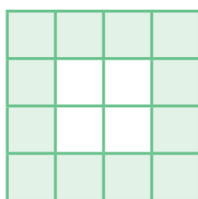
شکل (۱)



شکل (۲)



شکل (۳)



۲۸ (۲)

۲۴ (۱)

۲۰ (۴)

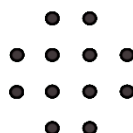
۳۲ (۳)

سوال: در مرحله‌ای که تعداد نقاط سیاه برابر با ۹۶ است، نقطه‌ها در چند ردیف مرتب شده‌اند؟

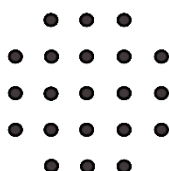
«تالیفی»



(۱)



(۲)



(۳)

۹ (۲)

۸ (۱)

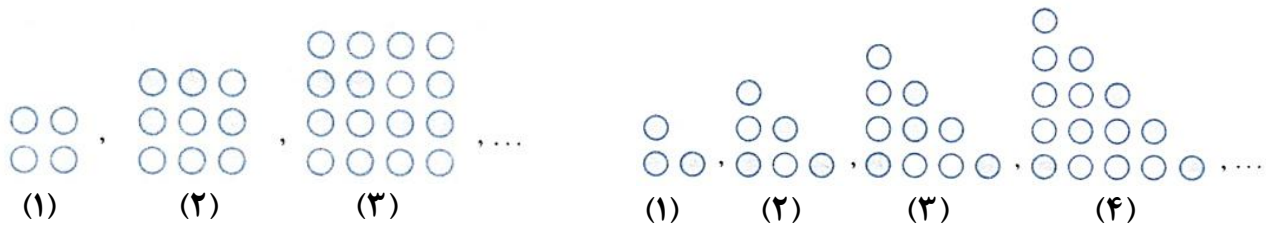
۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

نکته: دو الگوی بسیار مهم که یا مستقلاً و یا در قالب برخی الگوها دیده می‌شوند، الگوهای مربعی و مثلثی هستند.

نام الگو	الگوی مربعی	الگوی مثلثی
شکل		
جمله عمومی		

نکته: می‌توان الگوهای مربعی و مثلثی را از اول شروع نکرد. در این حالت در فرمول فوق به جای n ، شماره مرحله را بر حسب n می‌نویسیم. مثل:



سوال: با توجه به الگوی مقابل، اختلاف جملات دهم و دوازدهم چند است؟ «تالیفی»



سوال: چندمین جمله از الگوی $a_n = \frac{5n-3}{n+9}$ برابر با جمله پنجم الگوی $b_n = \frac{n+2}{n^2-22}$ است؟ «میکرو-قرن»

هفتم ۱۱ هشتم ۲ نهم ۳ دهم ۴

سوال: الگوی b_n با جمله عمومی $b_n = 6n - 64$ چند جمله منفی دارد؟ «تالیفی»

(۱) ۸ (۲) ۹ (۳) ۱۰ (۴) ۱۱

انواع دنباله

تعریف دنباله: به هر تعداد عدد که پشت سر هم باشند، دنباله می‌گویند. این اعداد می‌توانند فاقد الگو یا دارای الگو باشند.



۱- دنباله خطی

۱- اگر اختلاف هر دو جمله متوالی یک عدد ثابت باشد:

✓ اولاً آن دنباله، حتماً یک دنباله خطی است؛ مثل همه دنباله‌های حسابی!

✓ دوماً آن عدد ثابت، ضریب n است (همان شیب).

۲- جمله عمومی دنباله خطی $t_n = an + b$ است که در آن a همان ضریب n بوده و اختلاف هر دو جمله متوالی در دنباله خطی است.

یادآوری خط:

تذکر: فقط توجه شود که n یک عدد طبیعی است پس اگر جملات دنباله خطی را رسم کنیم روی یک خط قرار می‌گیرند نه اینکه خود آن دنباله خط ایجاد کند.



سوال: در یک دنباله خطی جمله دوم و هفتم به ترتیب برابر ۱۳ و ۳۸ هستند. جمله هشتم چند واحد از جمله یازدهم کمتر است؟

«تالیفی»

۱۰ (۴)

۵ (۳)

۱۵ (۲)

۲۰ (۱)

سوال: در یک الگوی خطی، جمله هشتم ۲۴ واحد از جمله دوم بزرگتر بوده و $a_9 = -64$ است. در این دنباله چند جمله غیرمثبت وجود دارد؟

«تالیفی»

۲۵ (۴)

۲۶ (۳)

۲۴ (۲)

۲۷ (۱)

۲- دنباله درجه دو

جمله عمومی این دنباله به فرم کلی است. ✓

با داشتن سه جمله از این دنباله می‌توان جمله عمومی دنباله درجه دو را پیدا کرد. ✓

تذکر: کلی نکته در مورد سهمی و دنباله درجه دو همیشه گفت اما چون این‌جا کاربرد خاصی ندارند از گفتن آن‌ها صرف نظر می‌کنم.

سوال: در دنباله درجه دوم با جملات $\{... و ۳۰ و ۱۷ و ۸ و ۳\}$ ، جمله پنجم کدام است؟

«تالیفی»

۴۹ (۴)

۴۸ (۳)

۴۷ (۲)

۴۶ (۱)



نکته: در یک دنباله درجه دوم، اختلاف جملات متوالی یک دنباله خطی می‌سازند با قدرنسبت! با همین نکته سوال قبل را به دو روش حل می‌کنیم:

الف) روش تشریحی:

ب) روش تستی:

نکته: اگر اعداد یک دنباله حسابی (خطی) را طوری دسته‌بندی کنیم که تعداد جملات هر دسته با شماره آن دسته برابر باشد (دسته اول ۱ جمله، دسته دوم ۲ جمله، دسته سوم ۳ جمله و ...)، در این صورت جملات اول دسته‌ها و جملات آخر دسته‌ها نسبت به هم دو دنباله درجه دو متفاوت تشکیل می‌دهند.

سوال: مضارب مثبت عدد ۴ را طوری دسته‌بندی کردیم که تعداد جملات هر دسته با شماره آن دسته برابر باشد؛ عدد وسط دسته بیست و پنجم چند است؟

(۱) ۱۲۰۰

(۲) ۱۲۵۲

(۳) ۱۲۴۸

(۴) ۱۲۹۶

سوال: عددهای زوج بزرگ‌تر یا مساوی (۱۰-) را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد عددهای هر دسته با شماره آن دسته برابر باشد؛ عدد آخر دسته چهلم کدام است؟

(۱) ۱۴۷۰

(۲) ۱۵۴۸

(۳) ۱۶۲۸

(۴) ۱۷۱۰



تذکر: توجه شود که هر دسته‌بندی اعداد را نمی‌توان مشابه دسته‌بندی فوق فرض کرد! مثال بعد رو حل کن!

سوال: اعداد طبیعی را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که آخرین جمله هر دسته، مربع کامل باشد. مجموع جملات اول و آخر دسته دهم کدام است؟

«میکرو-قرن»

۱۹۲ (۴)

۱۸۲ (۳)

۱۷۲ (۲)

۱۶۲ (۱)

۳- دنباله‌های متفرقه

(الف) دنباله‌های متناوب علامتی: اگر جمله اول منفی باشد، جمله عمومی در و اگر جمله اول مثبت، باشد، جمله عمومی در ضرب شده است. مثال:

۱ و -۴ و ۹ و -۱۶ و ۲۵ و ...

$a_n = \dots\dots\dots$

-۲ و ۷ و -۱۲ و ۱۷ و -۲۲ و ...

$a_n = \dots\dots\dots$

(ب) دنباله‌های بازگشتی: در این دنباله‌ها برای اینکه جمله جدید را بنویسیم به جملات قبل باز می‌گردیم. معروف‌ترین آن‌ها دنباله فیبوناچی است. در این دنباله به جز دو جمله اول (که ۱ هستند)، همه جملات از جمع دو جمله قبل حاصل می‌شوند.

۱ و ۱ و ۲ و ۳ و ۵ و ۸ و ...

$t_n = t_{n-1} + t_{n-2}$ و $t_2 = 1$ و $t_1 = 1$

(ج) دنباله‌های ترکیبی: با جمع و تفریق دنباله‌های معروف و یا ضرب و تقسیم آن‌ها در عددی ثابت به دست می‌آیند. بهترین راه همان جدول کشیدن و فهمیدن رابطه بین آن‌هاست.

(د) اعداد اول: این اعداد قاعده مشخص ندارند و اگر دنباله مد نظر هیچ‌کدام از موارد فوق نباشد، این مورد را نیز بررسی می‌کنیم.



آزمون تستی الگو

سوال: در الگوی درجه دوم t_n با جملات مثبت، اگر $t_7=7$ و اختلاف جمله n ام و $(n+1)$ ام آن از ضابطه $4n+1$ به دست آید، جمله یازدهم آن کدام است؟

«نزدبام جامع»

۲۴۴ (۴)

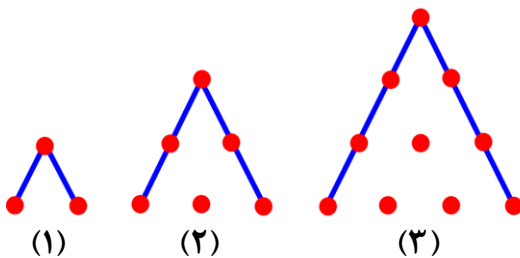
۲۵۴ (۳)

۲۳۲ (۲)

۲۴۲ (۱)

سوال: در الگوی زیر، اختلاف تعداد نقاط و پاره خطها در شکل بیستم چند عدد است؟ (منظور از پاره خط کوچک ترین پاره خط در شکل است)

«تالیفی»



۱۹۰ (۱)

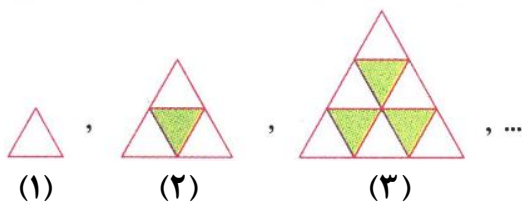
۱۹۱ (۲)

۱۹۲ (۳)

۱۹۳ (۴)

سوال: با توجه به شکل زیر، در کدام شکل نسبت تعداد مثلث های سفید به تعداد مثلث های رنگی ۱/۱ است؟

«مهرماه»



۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

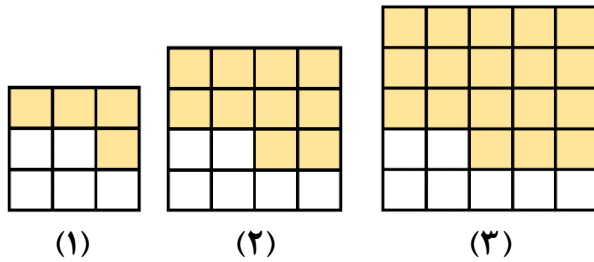
۲۲ (۴)

۲۱ (۳)

نکته: در حد کتاب دهم اگر دنباله ای خطی، فیبوناچی و یا اعداد اول نباشد، به احتمال فراوان درجه دو است. پس سعی کنیم با استفاده از اطلاعات جمله عمومی آن را پیدا کرده و سوال را حل کنیم.



سوال: در شکل زیر، تقریباً چند درصد از مربع های کوچک در شکل بیستم رنگی هستند؟ «تالیفی»



- (۱) ۶۵
(۲) ۷۵
(۳) ۸۵
(۴) ۹۵

سوال: اگر در یک دنباله، جمله $(3n-1)$ ام به صورت $(4n^2+6n+1)$ باشد، جمله پنجم این دنباله چند است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۲۷ (۳) ۲۹ (۴) ۳۱ «تالیفی»

سوال: در الگو با جمله عمومی $a_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}$ ، مجموع جملات اول تا پانزدهم کدام است؟ «میکرو-قرن»

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

سوال: مجموع ۳۹ جمله اول دنباله $t_n = \frac{3}{\sqrt{3n+1} + \sqrt{3n+4}}$ کدام است؟ «آزمون هلی گاج»

- (۱) ۱۰ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۷

سوال: جمله ۴۰۰ام دنباله اعداد با رابطه $a_1=1$ و $a_{n+1} = \begin{cases} 1 & n \in \text{زوج} \\ \frac{1}{1+a_n} & n \in \text{فرد} \end{cases}$ کدام است؟ «سراسری انسانی»

(۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۰/۵ (۴) صفر

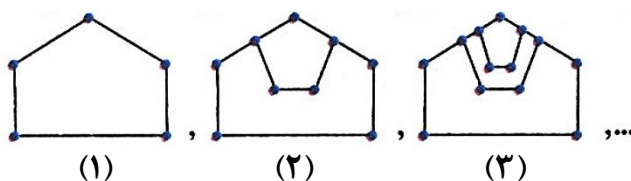
سوال: در یک دنباله $a_1=2\sqrt{2}$ و $a_n - a_{n+1} = \sqrt{8}$ است. جمله چندم این دنباله $-\sqrt{288}$ است؟ «تالیفی»

(۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

سوال: در دنباله ای با جمله n ام a_n ، $a_{n+1} = a_n + (n+1)$ و $a_1=1$ است. جمله هشتم کدام می باشد؟ «گاج»

(۱) ۳۶ (۲) ۳۵ (۳) ۳۲ (۴) ۳۸

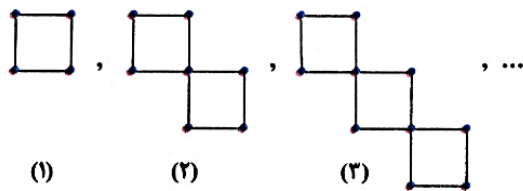
سوال: با توجه به الگوی زیر، تعداد نقاط رنگی در کدام مرحله برابر ۳۹۷ است؟ «آی کیو-جامع»



- (۱) ۹۶
(۲) ۹۷
(۳) ۹۸
(۴) ۹۹



دوسوال قشنگ از کتاب میکرو قرن جدید:

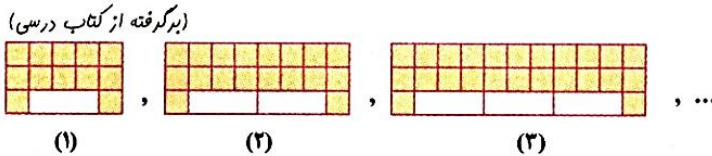


در الگوی شکل مقابل، اگر تعداد نقاط روی یکی از شکل ها ۳۱ باشد، تعداد پاره خط ها در این شکل کدام است؟

۴۲
۳۸

۳۶
۴۰

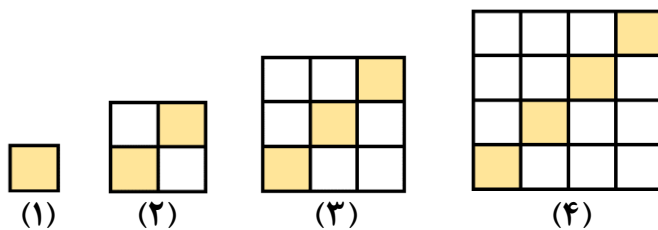
در الگوی زیر، نسبت تعداد کاشی های رنگی به سفید، در مرحله پنجاهم کدام است؟ (طول هر کاشی سفید، سه برابر هر کاشی رنگی است.)



۶/۱۲
۶۱/۲
۳/۱۲
۲/۰۴

«نردبام»

سوال: در الگوی مقابل در شکل نودم، نسبت مربع های سفید به رنگی کدام است؟



۸۹ (۱)
۹۰ (۲)
۹۱ (۳)
۹۲ (۴)

«تالیفی»

سوال: اگر در دنباله $a_n = \frac{kn^2 + bn - c}{n^2 - 3n - 4}$ ، $a_n - a_{n-1} = 0$ و $a_3 = 4$ باشد، حاصل $kb + c$ کدام است؟

-۳۲ (۴)

-۳۰ (۳)

۳۲ (۲)

۳۰ (۱)



«کاج»

سوال: در دنباله‌ای با جمله عمومی $a_n = \frac{41-3n}{4}$ ، چند جمله در بازه $(0, 2)$ قرار دارد؟

۴ (۴)

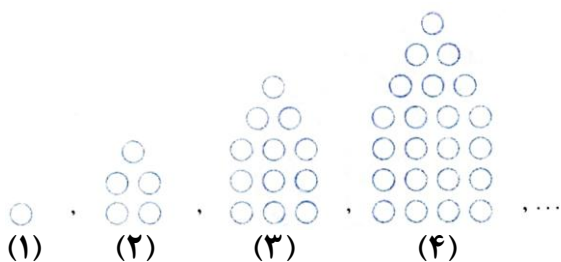
۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

«نردبام»

سوال: با توجه به الگوی مقابل، نسبت گوی‌های شکل دوازدهم به شکل هفتم کدام است؟

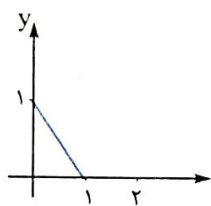
 $\frac{3}{2}$ (۱) $\frac{12}{7}$ (۲)

۲ (۳)

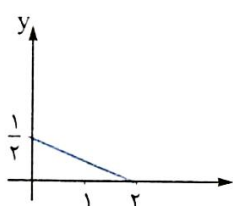
۳ (۴)

سوال: در الگوی شکل زیر، اختلاف شیب پاره خط مرحله پنجم با پاره خط مرحله دهم چند برابر 2^{-18} است؟

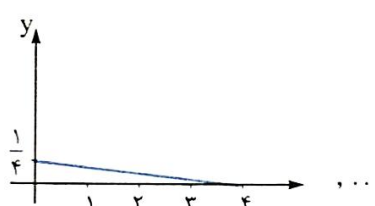
«نردبام-پیشرفته»



(۱)



(۲)



(۳)

۵۱۲ (۱)

۵۱۱ (۲)

۱۰۲۴ (۳)

۱۰۲۳ (۴)

سوال: اگر n شامل اعداد طبیعی موجود در فاصله $(15, 60)$ و $a_n = \frac{3n-4}{2}$ باشد:الف) حدود a_n را بیابید:ب) به ازای چند مقدار n ، جملات دنباله a_n کمتر یا مساوی ۲۵ هستند؟

دنباله حسابی

نوع دنباله خطی است که با افزودن یک عدد ثابت به جملات آن به وجود می‌آید. به آن عدد ثابت **قدرنسبت** می‌گویند و آن را با d نمایش می‌دهند.

نکته: قدرنسبت همان ضریب n در دنباله خطی است. برای به دست آوردن قدرنسبت در دنباله حسابی کافیست هر جمله را منهای جمله قبل کنیم:

$$d = a_n - a_{n-1}$$

سوال: در رابطه با دنباله حسابی «... و ۱۴ و ۱۰ و ۶ و ۲» پاسخ دهید:

(الف) جمله عمومی آن را بنویسید:

(ب) جمله بیستم را بر حسب جملات هشتم و شانزدهم بنویسید:

(پ) جمله چندم این دنباله ۶۶ است؟

نکته: با داشتن دو جمله غیرمتوالی نیز می‌توان قدرنسبت را محاسبه کرد. با این فرمول:



سوال: در یک دنباله حسابی جملات هشتم و دوازدهم به ترتیب ۸- و ۱۲ هستند. جمله چندم این دنباله ۵۷ است؟

«تالیفی»

۳۱ (۴)

۳۰ (۳)

۲۱ (۲)

۲۰ (۱)

سوال: در یک دنباله حسابی $a_3 = 10$ و $a_{n-2} = a_n + 8$ است. چند جمله از این دنباله بین (۱۸ و ۴۶-) قرار دارد؟

«تالیفی»

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

سوال: در یک دنباله حسابی جملات m ام و n ام به ترتیب برابر m و n هستند. اگر این دنباله تنها چهار جمله مثبت داشته باشد، حداکثر مقدار ممکن برای a_2 چند است؟

«تالیفی»

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

رابطه اندیسی در دنباله حسابی

در دنباله حسابی چون جملات روی یک خط (شیب ثابت) قرار دارند، پس می‌توان گفت:

$$m + n = p + q \Rightarrow \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

سوال: در یک دنباله حسابی مجموع جملات هشتم و دهم برابر ۲۰ است. اگر $a_1 = 4$ باشد، آنگاه جمله هفدهم این دنباله چند است؟

«تالیفی»

۱۸ (۴)

۱۲ (۳)

۱۶ (۲)

۱۴ (۱)





سوال: در یک دنباله حسابی مجموع سه جمله اول برابر ۱۵ و جمله بزرگ تر برابر ۸ است. جمله چندم این دنباله برابر ۲۳ است؟

«تالیفی»

۹ (۴)

۸ (۳)

۷ (۲)

۶ (۱)

سوال: در یک دنباله حسابی مجموع پنج جمله اول برابر ۳۰ است. اگر جمله دوم این دنباله برابر ۳ باشد، این دنباله چند جمله کوچک تر از ۴۰ دارد؟

«تالیفی»

۱۶ (۴)

۱۵ (۳)

۱۴ (۲)

۱۳ (۱)

سوال: مجموع چهار جمله اول از یک دنباله حسابی برابر ۳۶ است. اگر جمله چهارم این دنباله ۶ برابر جمله دوم باشد، جمله یازدهم این دنباله چند است؟

«تالیفی»

۹۴ (۴)

۹۲ (۳)

۸۶ (۲)

۸۴ (۱)



نکته: فرض کنید مجموع k جمله از یک دنباله حسابی را دارید، اگر جمع اندیس‌های موجود $k.m$ شود، در این صورت به جای کل مجموع قبلی، می‌توانید $k.t_m$ را بگذارید:

سوال: در یک دنباله حسابی، $t_5^2 - t_8^2 = 2100$ و $t_1 = 35$ است. قدرنسبت دنباله کدام است؟ «مهرماه جامع»

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

سوال: در یک دنباله حسابی، مجموع جملات هفتم تا نهم برابر ۱۲ است. در این دنباله حاصل $t_5 + t_6 + \dots + t_{11}$ کدام است؟ «مهرماه جامع»

(۱) ۳۲ (۲) ۲۸ (۳) ۲۴ (۴) ۲۰

شرط تشکیل دنباله حسابی

اگر a ، b و c سه جمله متوالی یک دنباله حسابی باشند، در این صورت جمله وسطی (b) میانگین جملات کناری (یعنی a و c) است.



در این صورت b را واسطه حسابی a و c می‌نامیم.

سوال: اعداد $2x+7$ ، $3x-1$ و $5x+1$ سه جمله متوالی یک دنباله حسابی هستند. قدرنسبت این دنباله کدام است؟ «مهرماه»

(۱) $\frac{-11}{2}$ (۲) $\frac{-13}{2}$ (۳) $\frac{-15}{2}$ (۴) $\frac{-5}{2}$



نکته: اگر سه جمله با فاصله برابر از یکدیگر در یک دنباله حسابی را داشته باشیم نیز می‌توان واسطه حسابی را تعریف کرد.

سوال: اعداد $2x$ ، $3x+3$ و $16-x$ به ترتیب جملات پنجم، نهم و سیزدهم از یک دنباله حسابی هستند. قدرنسبت دنباله کدام است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$ «گاج»

تشخیص دنباله حسابی

فقط کافیست دقت کنی که دنباله حسابی همون دنباله خطی است؛ چه خط با شیب d و چه خط با شیب صفر (دنباله ثابت).

سوال: کدام یک از جمله‌های عمومی داده شده نمی‌تواند جمله عمومی یک دنباله حسابی باشد؟

۱) $\frac{2n^2+n}{n}$ ۲) $\sqrt{n^2+6n+9}$ ۳) $\frac{1}{n+1}$ ۴) $\frac{1+2+3+\dots+n}{n}$ «میکروگاج»

سوال: اگر جمله عمومی یک دنباله حسابی $a_n = (p+1)n^3 + (p-q)n^2 + pn + q$ باشد، a_4 کدام است؟

۱) -۳ ۲) -۴ ۳) -۵ ۴) -۶

نکته: اگر در دنباله حسابی قدرنسبت مثبت باشد، دنباله صعودی است؛ اگر قدرنسبت منفی باشد، دنباله نزولی است، و اگر قدرنسبت صفر باشد، دنباله ثابت است (که یک دنباله هم صعودی و هم نزولی در نظر گرفته می‌شود).



سوال: اگر دنباله حسابی $a_n = (m^2 - 4)n^2 + 2(m+2)n + k$ ، یک دنباله هم صعودی و هم نزولی و $a_1 = 6$ باشد، حاصل a_{2+m} کدام است؟ «تالیفی»

- ۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

سوال: مجموع سه جمله متوالی از یک دنباله حسابی نزولی ۳۶ و حاصل ضرب آنها ۲۷۶ است. عدد بزرگتر کدام است؟ «میکروگاج»

- ۱۹ (۴) ۲۵ (۳) ۲۳ (۲) ۲۱ (۱)

سوال: اضلاع یک مثلث قائم الزاویه تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر مساحت این مثلث ۵۰ باشد، محیط آن چند است؟ «تالیفی»

- ۶۰ (۴) ۵۰ (۳) ۴۰ (۲) ۲۰ (۱)

نکته: اگر اضلاع یک مثلث قائم الزاویه تشکیل دنباله حسابی دهند، به ترتیب اضلاع را برابر و می‌گذاریم (d همان قدرنسبت است).

نکته: مثلث‌هایی که دانستن نسبت اضلاع آنها خیلی به حل سوالات خصوصاً در درس فیزیک و مثلثات ریاضی کمک می‌کند، عبارت‌اند از: (مثلث‌های فیثاغورثی)

(۱) $3k, 4k, 5k \Rightarrow$

(۲) $5k, 12k, 13k \Rightarrow$

(۳) $7k, 24k, 25k \Rightarrow$

(۴) $8k, 15k, 17k \Rightarrow$



سوال: زوایای یک مثلث بر حسب درجه، تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر حاصل ضرب بزرگ‌ترین و کوچک‌ترین زوایای این مثلث ۳۵۰۰ باشد، بزرگ‌ترین زاویه این مثلث چند درجه است؟ «تالیفی»

۸۰ (۴)

۷۰ (۳)

۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

نکته: اگر زوایای یک مثلث تشکیل دنباله حسابی دهند، حتماً یکی از زوایا (زاویه وسطی) 60° درجه بوده و دو زاویه دیگر به یک اندازه از 60° درجه بیشتر و کمتر هستند ($60^\circ + d$ و $60^\circ - d$).

سوال: زوایای یک پنج‌ضلعی بر حسب درجه، تشکیل دنباله حسابی می‌دهند. اگر کوچک‌ترین زاویه 76° درجه باشد، قدرنسبت این دنباله حسابی چند درجه است؟ «تالیفی»

۲۰ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

سوال: زاویه‌های یک پنج‌ضلعی منتظم بر حسب درجه، یک دنباله حسابی با جمله عمومی a_n می‌سازند. اگر این جمله عمومی $a_n = (m+3z)n^2 + (4m-k)n + k$ باشد، حاصل $k+mz$ برابر کدام گزینه است؟ «تالیفی»

-۱۰۸ (۴)

۱۰۸ (۳)

-۱۳۵ (۲)

۱۳۵ (۱)



درج واسطه حسابی

یعنی این که تعدادی عدد بین دو عدد a و b قرار دهیم به طوری که همه اعداد دنباله حسابی تشکیل دهند.

سوال: اگر بین دو عدد a و b ، n تا واسطه حسابی درج کنیم، قدرنسبت دنباله حسابی جدید از چه رابطه‌ای به دست می‌آید؟

سوال: بین دو عدد ۶ و ۴۸، پنج واسطه حسابی قرار می‌دهیم. جمله هفتم دنباله چند برابر واسطه سوم است؟

«تالیفی»	$\frac{41}{27}$ (۴)	$\frac{48}{13}$ (۳)	$\frac{16}{9}$ (۲)	$\frac{48}{20}$ (۱)
----------	---------------------	---------------------	--------------------	---------------------

سوال: بین دو عدد ۱۸- و a ، هشت واسطه حسابی درج می‌کنیم. به ازای کدام مقدار a واسطه ششم درج شده برابر صفر است؟

«نردبام جامع»	۱۸ (۴)	۱۵ (۳)	۱۲ (۲)	۹ (۱)
---------------	--------	--------	--------	-------

سوال: بین دو عدد ۴ و ۲۸، تعداد n عدد قرار می‌دهیم به طوری که همگی تشکیل یک دنباله حسابی با قدرنسبت ۴ بدهند. مقدار n و مجموع تمامی این واسطه‌ها به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ «میکروقرن»

۸۰، ۵ (۱)	۶۰، ۵ (۲)	۸۰، ۳ (۳)	۶۰، ۳ (۴)
-----------	-----------	-----------	-----------



سوال: بین دو عدد ۳ و ۲۷ تعدادی واسطه حسابی درج می کنیم تا بزرگ ترین واسطه، ۱۶ واحد از کوچک ترین واسطه بیشتر باشد. قدرنسبت دنباله حاصل کدام است؟

«گاج»

۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

جملات مشترک دو دنباله حسابی

اگر دو دنباله حسابی متفاوت a_n و b_n دارای جملات مشترک باشند، خود جملات مشترک آن ها نیز یک دنباله حسابی جدید ایجاد می کنند که اولین جمله آن، اولین جمله مشترک دو دنباله a_n و b_n بوده و قدرنسبت آن **م.م.ک** حاصل ضرب قدرنسبت دو دنباله a_n و b_n است.

$$t_n = t_1 + (n-1)d$$

سوال: دو دنباله حسابی $a_n: 5, 11, 17, 23, \dots$ و $b_n: 3, 10, 17, 24, \dots$ مفروض اند، هشتمین جمله مشترک آن ها چندمین جمله b_n است؟

«نردبام جامع»

۴۷ (۴)

۴۶ (۳)

۴۵ (۲)

۴۴ (۱)

سوال: دو دنباله $a_n: 4, 8, 12, \dots$ و $b_n: 6, 12, 18, \dots$ مفروض اند. چندمین جمله مشترک این دو دنباله ۹۶ است؟

«تالیفی»

۹ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۷ (۱)



تعداد اعداد موجود در یک دنباله حسابی

می‌توان با جایگذاری جملات اول و آخر و قدرنسبت در جمله عمومی، n را به دست آورد یا اینکه از فرمول زیر استفاده کرد:

$$\text{تعداد اعضای دنباله حسابی} = \frac{\dots\dots\dots - \dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} + 1$$

سوال: در دنباله حسابی ۹۶ و ... و ۳۰ و ۲۴ و ۱۸، چند عدد وجود دارد؟ «تالیفی»

۱۳ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۴ (۱)

مضارب یک عدد

مضارب متوالی عددی مثل k یک دنباله حسابی با قدرنسبت k ایجاد می‌کنند.

سوال: تعداد اعداد سه رقمی مضرب ۶ چند است؟ «تالیفی»

۱۵۱ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۴۹ (۲)

۱۴۸ (۱)

روش اول: تشریحی

روش دوم: تستی



سوال: تعداد اعداد بخش پذیر بر ۷ که بین ۹۰ و ۲۸۰ قرار دارند کدام است؟ «تالیفی»

۲۸ (۴)

۲۵ (۳)

۲۶ (۲)

۲۷ (۱)

آزمون تستی دنباله حسابی

سوال: در یک دنباله حسابی با جمله عمومی a_n ، روابط $a_{10} = -3$ و $a_{52} - a_{51}^2 = a_{52}$ برقرار است. این دنباله چند جمله منفی دارد؟ «نردبام جامع»

۲۳ (۴)

۲۲ (۳)

۲۱ (۲)

۲۰ (۱)

آزمون برترین تست‌های میکرو قرن جدید از دنباله‌ی حسابی (عدی)

۱۸۸ در یک دنباله حسابی $a_5 - a_3 = 10$ و $a_5 + a_6 = 51$ است. جمله هشتم این دنباله کدام است؟

۴۰ (۴)

۴۳ (۳)

۳۳ (۲)

۳۸ (۱)

۱۸۹ در یک دنباله حسابی با جمله عمومی a_n ، اگر $a_1 + a_7 + a_{10} = 51$ باشد، جمله ششم دنباله کدام است؟

۱۸ (۴)

۱۷ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)



۱۹۲ در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول ۲۴ و مجموع سه جمله بعدی ۵۱ است. جمله نهم کدام است؟

۲۹

۲۶

۲۳

۳۰

۱۹۵ در یک دنباله حسابی $a_2 = 4 - \sqrt{2}$ و $a_3 = 6 - \sqrt{2}$ است، مجموع پنج جمله هفتم چقدر از مجموع پنج جمله دوم بیشتر است؟

۱۲۰

۱۲۵

۲۲۵

۲۵۰

۱۹۷ در یک دنباله حسابی حاصل ضرب جملات هشتم و هفدهم برابر با ۲۴ و حاصل ضرب جملات یازدهم و چهاردهم برابر ۹۶ است. قدرنسبت این دنباله کدام است؟ (دنباله حسابی را صعودی در نظر بگیرید.)

۲

۳

۴

۵

۱۹۹ در بیست جمله اول از یک دنباله حسابی، مجموع جملات ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جملات ردیف زوج ۱۵۰ می باشد. قدرنسبت کدام است؟

 $\frac{5}{2}$ $\frac{4}{3}$ $\frac{3}{2}$ $\frac{5}{3}$

۲۰۸ در یک دنباله حسابی $a_1 = 10$ و $a_{10} = 50$ می باشد، این دنباله چند جمله کوچکتر از ۱۰۰ دارد که بر ۳ بخش پذیر است؟

۵

۶

۷

۴



۲۰۹ چند عدد سه رقمی داریم که باقی مانده تقسیم آن‌ها بر ۱۱ برابر ۳ است؟

۸۱ ۱

۸۲ ۲

۸۳ ۳

۸۴ ۴

۲۱۷ اگر t_n یک دنباله حسابی با جملات مثبت باشد، حاصل $\frac{t_{10} + t_{14}}{t_{12} + t_8 + t_{19}}$ کدام است؟

 $\frac{3}{2}$ ۱ $\frac{2}{3}$ ۲ $\frac{1}{3}$ ۳ $\frac{1}{2}$ ۴

۲۲۰ در یک دنباله حسابی $t_2 + t_{10} + t_6 = 15$ است. اگر $t_3 + t_m = 10$ باشد، m کدام است؟

۷ ۱

۸ ۲

۹ ۳

۵ ۴

۲۳۹ بین دو عدد ۲ و ۴۷ چند واسطه حسابی قرار دهیم تا بزرگ‌ترین واسطه، ۶ برابر کوچک‌ترین واسطه باشد؟

۸ ۱

۱۰ ۲

۱۲ ۳

۱۴ ۴

۲۴۲ دو دنباله حسابی $t_n = 1, 6, 11, \dots$ و $a_n = 4n - 2$ ، چند جمله مشترک کمتر از ۸۰ دارند؟

۴ ۱

۵ ۲

۶ ۳

۳ ۴



۲۴۵ دو دنباله $a_n = 4n + 1$ و $b_n = 2n + 5$ چند جمله مشترک ۳ رقمی دارند؟

۲۲۶ ۴

۲۲۵ ۴

۲۲۱ ۴

۲۲۰ ۴

دنباله هندسی

دنباله‌ای است که هر جمله از حاصلضرب یک عدد ثابت در جمله قبل حاصل شده است؛ به آن عدد ثابت **قدرنسبت** می‌گوییم و آن را با r یا q نشان می‌دهیم.

نکته: برای به دست آوردن قدرنسبت در دنباله هندسی کافیست هر جمله را بر جمله قبل از خود تقسیم کنیم.



نکته: با داشتن دو جمله غیرمتوالی از دنباله هندسی نیز می‌توان قدرنسبت را محاسبه کرد. از رابطه زیر:



سوال: در مورد دنباله هندسی ... و ۱۶ و ۸ و ۴ ، پاسخ دهید:

الف) جمله عمومی آن را بنویسید:

ب) جمله بیستم را بر حسب جملات هشتم و شانزدهم بنویسید:

پ) چندمین جمله این دنباله ۵۱۲ است؟

نکته: اگر قدرنسبت یک دنباله هندسی:

۱- **منفی باشد ($r < 0$)** $\Leftrightarrow$ این دنباله نه صعودی است و نه نزولی (جملات یکی در میان تغییر علامت می‌دهند) $\Leftrightarrow$ این حالت را غیریکتوا می‌گوییم.

۲- **برابر ۱ باشد ($r = 1$)** $\Leftrightarrow$ دنباله ثابت است که هم صعودی و هم نزولی است.

۳- **بیشتر از ۱ باشد ($r > 1$)** $\Leftrightarrow$ اگر جمله اول مثبت باشد ($t_1 > 0$) دنباله صعودی و اگر جمله اول منفی باشد ($t_1 < 0$) دنباله نزولی است.

۴- **بین ۰ و ۱ باشد ($0 < r < 1$)** $\Leftrightarrow$ اگر جمله اول مثبت باشد ($t_1 > 0$) دنباله نزولی و اگر جمله اول منفی باشد ($t_1 < 0$) دنباله صعودی است.

وضعیت یکنوایی	جمله اول (a_1)	قدرنسبت (r)

سوال: اگر در یک دنباله هندسی جملات هشتم و یازدهم به ترتیب ۹ و ۲۴۳ باشند، جمله k ام برابر ۱ است. k کدام است؟ «تالیفی»

- (۱) ۷ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

سوال: در یک دنباله هندسی جملات هشتم و دوازدهم به ترتیب ۳۲ و ۵۱۲ هستند. اگر این دنباله غیریکنوا باشد، جمله پانزدهم چند برابر جمله دهم است؟ «تالیفی»

- (۱) ۳۲ (۲) -۳۲ (۳) ۶۴ (۴) -۶۴

سوال: در یک دنباله هندسی $a_3 = 20$ و $a_{n+1} = 2a_n$ است. چندمین جمله این دنباله برابر 320 است؟ «آزمون های گاج»

- (۱) ششم (۲) هفتم (۳) هشتم (۴) نهم

سوال: حاصل ضرب سه جمله متوالی یک دنباله هندسی صعودی ۱۲۵ و جمله بزرگتر این دنباله ۴۹ برابر جمله کوچکتر است. جمله پنجم این دنباله چند است؟ «تالیفی»

- (۱) ۳۴۳ (۲) ۱۳۴۳ (۳) ۷۱۵ (۴) ۱۷۱۵



سوال: چهار عدد مثبت، جملات متوالی یک دنباله هندسی اند. مجموع دو عدد کوچکتر برابر ۲۰ و مجموع دو عدد بزرگتر برابر ۴۵ است. بزرگترین عدد در بین این اعداد کدام است؟

«IQ گاج»

۳۰ (۴)

۲۹ (۳)

۲۸ (۲)

۲۷ (۱)

سوال: یک دنباله هندسی شامل ۲۰ جمله مثبت داریم. اگر مجموع همه جملات ۳ برابر مجموع جملات ردیف زوج باشد، قدرنسبت دنباله کدام است؟

«آزمون های گاج»

۴ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

رابطه اندیسی

همانند دنباله حسابی در دنباله هندسی هم بین اندیس ها رابطه ای جذاب وجود دارد؛ با این تفاوت که در دنباله حسابی بین جملات جمع و در دنباله هندسی بین جملات ضرب خواهیم داشت. اینطور:

$$m + n = p + q \Rightarrow \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

سوال: در یک دنباله هندسی با جمله عمومی a_n ، اگر $a_7 \times a_{15} = 8$ و $a_{13} = 2$ باشد، آن گاه واسطه حسابی a_9^2 و ۲۴ چه عددی است؟

«تالیفی»

۲۲ (۴)

۲۱ (۳)

۲۰ (۲)

۱۸ (۱)



نکته: فرض کنید حاصل ضرب k تا جمله از یک دنباله هندسی را دارید؛ اگر مجموع اندیس‌های موجود $k.m$ شود، در این صورت به جای کل حاصل ضرب قبلی، می‌توان t_m^k نوشت:

 $t_2 \times t_6 \longrightarrow$

 $t_3 \times t_7 \times t_5 \longrightarrow$

سوال: در یک دنباله هندسی $t_1 \times t_9 \times t_3 \times t_7 \times t_5 \times t_6 \times t_4 = 32$ مقدار $t_1 \times t_9$ کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) «مهرماه جامع»

شرط تشکیل دنباله هندسی

اگر a ، b و c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند، در این صورت حاصل ضرب جملات کناری برابر با مربع جمله وسطی است.



در این صورت b را واسطه هندسی دو جمله a و c می‌نامیم.

سوال: اگر اعداد $\dots$ و $x-4$ و x و $x-6$ جملات متوالی یک دنباله هندسی نزولی باشند، قدرنسبت کدام می‌تواند باشد؟

«نردبام جامع»

۱ (۱) ۲ (۲) $-\frac{1}{3}$ (۳) -3 (۴)



سوال: اگر $2x^2+1$ ، $2x^2+x$ ، $2x^2-x$ به ترتیب سه جمله متوالی از یک دنباله هندسی باشند، واسطه حسابی دو عدد x و $2x$ کدام است؟

$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

نکته: اگر سه جمله در فاصله برابر نسبت به هم باشند، باز هم شرط تشکیل دنباله هندسی را می توان تعمیم داد و استفاده کرد.

درج واسطه هندسی

یعنی اینکه تعدادی عدد بین دو عدد a و b قرار دهیم به طوری که همه اعداد دنباله هندسی تشکیل دهند.

سوال: اگر بین دو عدد a و b ، n تا واسطه هندسی قرار دهیم، قدرنسبت دنباله جدید از چه رابطه ای محاسبه می شود؟

سوال: بین دو عدد ۲ و ۴۸۶، چهار عدد واسطه هندسی قرار می دهیم. واسطه سوم کدام است؟ «تالیفی»

$$54 \quad (1)$$

$$64 \quad (2)$$

$$74 \quad (3)$$

$$84 \quad (4)$$



سوال: بین دو عدد ۴ و ۹۷۲ چند واسطه هندسی درج کنیم تا قدرنسبت دنباله هندسی حاصل برابر با ۳ باشد؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶ «میکروگاج»

سوال: اگر بین ۲۷ و a^2 دو واسطه هندسی درج کنیم به طوری که مجموع این دو واسطه ۱۲ باشد، a کدام می تواند باشد؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) -۴ (۴) -۳ «گاج»

نکته: توجه کنید که به هنگام افزایش واسطه های هندسی، اگر تعداد واسطه ها فرد باشد، توان I یعنی $(n+1)$ عددی زوج می شود که در این صورت دو قدرنسبت قرینه خواهیم داشت.

سوال: بین دو عدد ۲ و ۱۲۸، سه واسطه هندسی قرار داده ایم. یکی از این سه عدد کدام می تواند باشد؟

- (۱) -۱۶ (۲) $-\sqrt{32}$ (۳) ۸ (۴) ۳۲ «تالیفی»



موشکافی جمله عمومی دنباله هندسی

دنباله‌ای هندسی است که جمله عمومی آن به صورت تابعی نمایی از n باشد. مثلاً.....

نکته: جمله عمومی هر دنباله هندسی را می‌توان به صورت $t_n = a \times b^{mn+k}$ نوشت که همگی حروف ثابت‌اند به جز n که متغیر است.

نکته: اگر بخواهیم با کمک رابطه فوق جمله اول دنباله (t_1) را محاسبه کنیم، کافی است $n=1$ را در آن قرار دهیم و اگر بخواهیم قدرنسبت را محاسبه کنیم، می‌توانیم $r = b^m$ بدانیم.

سوال: در دنباله هندسی با جمله عمومی $t_n = 2 \left(-\frac{2}{3}\right)^{1-2n}$ و قدرنسبت r ، مقدار $\frac{r}{t_1}$ کدام است؟

- «مهرماه جامع»
- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $-\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{4}{3}$

سوال: جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت $a_n = \frac{3^{2-n}}{4}$ است. جمله ششم دنباله $b_n = rn + a_2$ کدام است؟

(r قدرنسبت دنباله a_n است)

«میکروگاج»

- (۱) $\frac{9}{4}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{11}{4}$ (۴) $\frac{5}{4}$



سوال: جمله عمومی یک دنباله هندسی به صورت $t_n = 2^{an+3b}$ است. اگر قدرنسبت این دنباله ۸ و حاصل ضرب جملات دوم و سوم برابر ۵۱۲ باشد، دنباله حسابی $k_n = an + b$ چند جمله دورقمی دارد؟ «گاج»

۳۱ (۴)

۳۰ (۳)

۲۹ (۲)

۲۸ (۱)

سوال: یک دنباله هندسی با جمله عمومی $t_{(2n^2+n-2)} = a \times \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$ داریم. اگر $t_1 + t_8 = 18$ ، حاصل t_{19} کدام است؟ «تالیفی»

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

ترکیب دنباله‌های حسابی و هندسی

برای حل سوالات این قسمت از شروط تشکیل دنباله‌های حسابی و هندسی استفاده می‌کنیم. مرور آن‌ها:



برای دنباله حسابی



برای دنباله هندسی

سوال: در یک دنباله حسابی، جملات هفتم، دهم و بیست و دوم، می‌توانند سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند. قدر نسبت این دنباله هندسی کدام است؟ «میکروقرن جدید»

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)



نکته: اگر جملات a_p و a_n ، a_m از یک دنباله حسابی، سه جمله متوالی یک دنباله هندسی را بسازند، قدرنسبت دنباله هندسی از این رابطه محاسبه می‌شود:



سوال: جملات سوم، هفتم و شانزدهم یک دنباله حسابی، جملات متوالی یک دنباله هندسی هستند. قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

«تجربی ۹۹»

$$\frac{3}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{9}{4} \quad (۳)$$

$$۲ \quad (۲)$$

$$\frac{4}{3} \quad (۱)$$

سوال: در یک دنباله حسابی، جملات سوم، هفتم و نهم، می‌توانند سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند. چندمین جمله این دنباله صفر است؟

«میکروقرن جدید»

$$(۴) \text{ دوازدهم}$$

$$(۳) \text{ یازدهم}$$

$$(۲) \text{ دهم}$$

$$(۱) \text{ نهم}$$

سوال: جمله پنجم یک دنباله حسابی غیر ثابت، واسطه هندسی جملات دوم و هفتم آن است. جمله اول دنباله حسابی چند برابر قدرنسبت آن است؟

«IQ جامع»

$$-۵ \quad (۴)$$

$$۵ \quad (۳)$$

$$-۱۰ \quad (۲)$$

$$۱۰ \quad (۱)$$



سوال: جملات a_1 ، a_2 و a_3 از یک دنباله هندسی با قدرنسبت ۲ مفروض اند. اگر با قراردادن سه جمله بین a_1 و a_2 و نیز n جمله بین a_2 و a_3 ، جملات حاصل دنباله حسابی بسازند، n کدام است؟ «آزمون های گاج»

(۴) ۸

(۳) ۷

(۲) ۶

(۱) ۵

سوال: در یک دنباله هندسی غیر ثابت با قدرنسبت q ، جمله دوم، چهارم و پنجم تشکیل دنباله حسابی می دهند. مقدار q^2 کدام می تواند باشد؟ «نردبام جامع»

(۴) $\frac{\sqrt{5}-3}{2}$

(۳) $\frac{3-\sqrt{5}}{4}$

(۲) $\frac{\sqrt{5}+3}{4}$

(۱) $\frac{3-\sqrt{5}}{2}$

سوال: در یک دنباله حسابی غیر ثابت با قدرنسبت d ، به سه جمله اول به ترتیب $\frac{d}{3}$ ، $\frac{2d}{3}$ و $\frac{7d}{3}$ واحد اضافه می کنیم تا سه جمله اول یک دنباله هندسی تشکیل شود. قدرنسبت این دنباله هندسی کدام است؟

«گاج»

(۴) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$

(۲) ۳

(۱) ۲

نکته: دنباله ثابت تنها دنباله ای است که:

۱- هم حسابی و هم هندسی است.

۲- هم صعودی و هم نزولی است.



سوال: چهار جمله اول در دو دنباله هندسی و حسابی مشترک هستند. اگر جملات عمومی دنباله های حسابی و هندسی به ترتیب $t_n = an + b$ و $b_n = cr^{n-1}$ باشند. حاصل $a+r+c-b$ کدام است؟ «تالیفی»

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

سوال: دنباله اعداد $2a-1, a^2$ و $b+3$ هم حسابی و هم هندسی است. 2^{ab} کدام است؟ «تالیفی»

- ۲ (۱) ۴ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

سوال: دنباله $a, b, 6a-1, 9a^2$ هم حسابی و هم هندسی است. دنباله $t_n = (a+b)^n$ از نظر یکنوایی کدام است؟ «گاج»

- ۱) صعودی ۲) نزولی ۳) صعودی و نزولی ۴) غیر یکنوا

درصد تغییرات با استفاده از دنباله هندسی

وقایعی که در هر دوره مشخص مثلاً a درصد کاهش یا افزایش یافته داشته باشند، را می توان از طریق دنباله هندسی حل کرد (مثلاً درآمد، ارزش پول، نیمه عمر عناصر و ...).

روش حل: همیشه حالت اولیه کمیت مورد نظر (مثل سرمایه، سهام و ...) را ۱۰۰ درصد یا ۱ فرض می کنیم. اگر بگه در هر بار مشاهده یا هر دوره a درصد افزایش داشته باشد، آنگاه قدرنسبت دنباله هندسی ما $(1 + \dots)$ و اگر بگویند در هر دوره a درصد کاهش داشته باشد، آنگاه قدرنسبت $(1 - \dots)$ خواهد بود.



سوال: اگر ارزش اولیه سهام موسسه جشان آکادمی، ۲۵۶ میلیون دلار باشد و ارزش سهام این موسسه در هر سال ۲۵ درصد افزایش داشته باشد، پاسخ دهید:

الف) پس از سه سال ارزش کل سهام چقدر خواهد شد؟

ب) میزان افزایش سهام تا سال پنجم تقریباً چقدر خواهد شد؟

پ) پس از چند سال ارزش سهام این موسسه به ۶۲۵ میلیون دلار می‌رسد؟

سوال: اگر در هر ۵ دقیقه، جرم اولیه یک ماده پرتوزا ۹۰٪ کاهش یابد، پس از ۱۵ دقیقه، چند درصد از این ماده متلاشی شده است؟

«خیلی سبزشیمی دهم»

۹۹/۹۹۹ (۴)

۹۹/۹۹ (۳)

۹۹/۹ (۲)

۹۹ (۱)

آزمون تستی دنباله هندسی

سوال: در یک دنباله هندسی $\frac{a_6}{a_4} = 3$ مقدار $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4}{a_1 + a_2}$ چه عددی است؟

۲ (۱) ۶ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

سوال: چهار عدد مثبت تشکیل یک دنباله هندسی با قدرنسبت بزرگتر از یک می دهند به طوری که اختلاف دو جمله کوچکتر ۴ و اختلاف دو جمله بزرگتر ۹ است. اختلاف دو جمله وسطی چه عددی است؟

۸ (۱) ۷ (۲) ۶ (۳) ۵ (۴)

آزمون برترین تست های میکرو قرن جدید از دنباله هندسی

۲۴۹ جملات چهارم و هفتم یک دنباله هندسی به ترتیب ۱۲ و ۹۶ است. جمله عمومی این دنباله کدام است؟

$2 \times 3^{n-2}$ $2 \times 3^{n-1}$ $3 \times 2^{n-2}$ $3 \times 2^{n-1}$

۲۵۰ جمله چندم از دنباله هندسی $4, 4\sqrt{2}, 8, \dots$ برابر با ۱۲۸ است؟

۴ هفدهم ۲ پانزدهم ۲ سیزدهم ۱ یازدهم



۲۵۳) بزرگترین جمله دنباله هندسی $\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, c, d, \frac{1}{3}$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$

$\frac{4}{3}$

$\frac{8}{3}$

1

۲۵۵) در دنباله‌ای با جمله عمومی a_n ، اگر $a_1 = 10$ و $\frac{a_n}{a_{n+1}} = 2$ باشد، چندمین جمله از این دنباله برابر $\frac{5}{33}$ است؟ ($n \in \mathbb{N}$)

8

7

6

5

۲۵۶) در یک دنباله هندسی اگر $a_1 = \sqrt{2}$ و $a_n - 2a_{n-1} = 0$ باشد، حاصل $a_5 + a_6$ چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

54

42

48

36

۲۵۹) در یک دنباله هندسی، حاصل ضرب جملات هفتم و چهارم، ده برابر جمله پنجم است. اگر جمله نهم 10^4 باشد، قدرنسبت

دنباله کدام است؟

$5 (4)$

$100 (3)$

$0.1 (2)$

$10 (1)$



۲۶۶ در یک دنباله هندسی صعودی با جملات مثبت، جمله هشتم برابر با مربع جمله k ام است. اگر جمله بیست و ششم این دنباله ۱ باشد، k کدام است؟

۱۹ (۴)

۱۷ (۳)

۱۵ (۲)

۱۳ (۱)

۲۶۸ در یک دنباله هندسی $a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 25$ و $a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = 50$ می باشد. مقدار $a_3 + a_7$ کدام است؟

$\frac{340}{3}$

$\frac{680}{3}$

۳۴۰

۱۱۰

۲۶۹ در یک دنباله هندسی نزولی با ۳۰ جمله مثبت، نسبت دو جمله متوالی آن برابر با ۲ است. حاصل جمع جملات فرد چند برابر حاصل جمع جملات زوج است؟ (جملات دنباله همگی مثبت هستند)

۴ (۴)

۲ (۳)

۰/۲۵ (۲)

۰/۵ (۱)

۲۷۱ در دنباله هندسی با جمله عمومی t_n ، اگر $4t_4 - t_6 = -108$ و $t_5 + 2t_4 = 12$ باشد، قدرنسبت دنباله کدام است؟

۹

۸

۱۱

۶

۲۸۳ در یک دنباله هندسی $a_4 a_8 = 8$ است. حاصل $a_7 a_5 a_9 a_3$ کدام است؟

۲۵۶ ۴

۶۴ ۳

۱۲۸ ۲

۳۲ ۱

۳۱۳ دنباله $x^2 - y^2, 5, x + y$ هم حسابی و هم هندسی است. xy کدام است؟

-۱۴ ۴

-۶ ۳

۶ ۲

۴ ۱

۲۸۴ در یک دنباله هندسی اگر $a_2 a_{10} = 3$ باشد، حاصل $a_5 a_7 a_6 a_4$ کدام است؟

۱۲ ۴

۹ ۳

۶ ۲

۳ ۱

هر چه میخواهد دل تنگت بنویس:



دنباله

مفهوم: تعدادی عدد که دنبال هم نوشته شده‌اند.

مفهوم: تفاضل جمله‌های متوالی این دنباله، عددی ثابت است؛ $5, 9, 13, 17, \dots$

خطی: $t_n = an + b$ دنباله ثابت است؛ $3, 3, 3, \dots$ حالت خاص $a = 0$

جمله‌ی عمومی: $t_n = an^2 + bn + c$

به‌دست آوردن ضابطه: با داشتن سه جمله از دنباله و شماره‌ی آن‌ها، درست مثل تابع، در جمله‌ی عمومی دنباله، شماره‌ها را جای‌گذاری کرده و مساوی مقدار جمله بگذارید. در آخر هم دستگاه حل کنید.

شناسایی: دنباله‌ای درجه‌ی دو است که اختلاف جمله‌های متوالی آن، به‌صورت یک دنباله‌ی حسابی پیش بروند،

ببین: $a = \frac{d}{2}$ $d = 2$ $5, 8, 13, 20, \dots$

$t_n = kn$ مضرب‌های عدد ثابت k

مربعی: $t_n = n^2$ $1, 4, 9, 16, \dots$ فرم: $t_n = \frac{n(n+1)}{2}$ $1, 3, 6, 10, \dots$ مثلثی: فرم:

یک‌درمیان + و - دارد: با منفی شروع می‌شود $(-1)^n$ در فرم کلی جمله‌ها ضرب کن. با مثبت شروع می‌شود $(-1)^{n+1}$ در فرم کلی جمله‌ها ضرب کن.

فیبوناچی: دو جمله‌ی اول: همیشه ۱ و ۱ هستند. جمله‌ی عمومی: از جمله‌ی سوم به بعد: $t_n = t_{n-1} + t_{n-2}$ جمله‌ها: $1, 1, 2, 3, 5, 8, \dots$

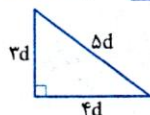
اختلاف هر جمله‌ی دنباله از قبلی خودش، عددی ثابت است به نام قدرنسبت که با d نشان داده می‌شود. $d = t_n - t_{n-1}$

شناسایی: علامت d : $d > 0$: دنباله صعودی است.

$d < 0$: دنباله نزولی است.

آن سه عدد داده شده‌اند واسطه‌ی حسابی: اگر a و b و c دنباله‌ی حسابی باشند: $b = \frac{a+c}{2}$

ویژگی‌هایی از آن سه عدد داده شده است: آن‌ها را $a+d, a, a-d$ بگیرد بعد اعمال ویژگی‌ها



در مثلث: سه ضلع مثلث قائم‌الزاویه، دنباله‌ی حسابی‌اند: اندازه‌ی ضلع‌ها $3d, 4d, 5d$ است. شکل:

فرمول: $t_n = t_1 + (n-1)d$

جمله‌ی عمومی: فرم: بر حسب n ، درجه‌ی اول است.

داده شده است: d : همان ضریب n است. $t_n = 3n - 5$

t_1 : به جای n ، بذار ۱.

دنباله‌ی حسابی

تعداد اعداد موجود در دنباله‌ی حسابی: $n = \frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{d} + 1$

فرمول: $t_m - t_n = (m-n)d$ کاربرد d را پیدا کن.

فرمول دو جمله و شماره: شناسایی در تست: وقتی تفاضل دو جمله از دنباله‌ی حسابی رو دارید، یاد این فرمول بیفتید! وقتی دو جمله از دنباله را به همراه شماره‌ی آن‌ها داری

حالت کلی: $m + n = r + s \Rightarrow t_m + t_n = t_r + t_s$

قانون اندیس‌ها: حالت خاص: مجموع اندیس‌ها مضربی از تعداد جمله‌هاست $m + n = 2r \Rightarrow t_m + t_n = 2t_r$ $m + n + r = 3s \Rightarrow t_m + t_n + t_r = 3t_s$

شناسایی در تست: وقتی مجموع چند جمله از دنباله‌ی حسابی را دارید، یاد این فرمول بیفتید!

درج واسطه: اگر بخواهی بین a و b دقیقاً m تا واسطه حسابی بذاری، آن وقت: $d = \frac{b-a}{m+1}$ ($a < b$)

شناسایی: حاصل تقسیم هر جمله (به جز t_1) بر جمله ی قبلی خودش، عددی ثابت است به نام قدرنسبت که با r نشان داده می شود.

$$b^2 = ac \quad \text{دنباله ی هندسی } a, b, c$$

به زبان ریاضی: $b^2 = ac$ به فارسی: مجذور وسطی مساوی ضرب دوتای دیگر

آن سه عدد داده شده اند ← واسطه هندسی
وقتی سه عدد، دنباله ی هندسی اند
ویژگی هایی از آن سه عدد داده شده است ← آن ها را $ar, a, \frac{a}{r}$ در نظر بگیر و ویژگی ها را برای آن ها اعمال کن.

$$t_n = t_1 r^{n-1} \quad (t_1, r \neq 0)$$

$$t_n = a(b)^{mn+k}$$

فرمول: $t_n = t_1 r^{n-1}$
فرم: بر حسب n به صورت یک تابع با فرم نمایی است؛

$$r = b^m$$

داده شده است
 t_1 : به جای n ، بذار ۱

دنباله ی هندسی

$$\frac{t_m}{t_n} = r^{m-n}$$

فرمول دو جمله و شماره
وقتی دو جمله از دنباله را به همراه شماره ی آن ها داری
فرمول: $\frac{t_m}{t_n} = r^{m-n}$
کاربرد در تست
وقتی نسبت دو جمله را دارید، یاد این فرمول بیفتید.
پیدا کردن r با داشتن دو جمله از دنباله

$$m + n = r + s \Rightarrow t_m t_n = t_r t_s$$

$$m + n = 2k \Rightarrow t_m t_n = t_k^2$$

$$m + n + k = 3s \Rightarrow t_m t_n t_k = t_s^3$$

حالت کلی:
حالت خاص: وقتی مجموع اندیس ها مضربی از تعداد جمله هاست

شناسایی در تست: وقتی حاصل ضرب چند جمله از دنباله را دارید، یاد این فرمول بیفتید!

$$(a < b) \quad r^{m+1} = \frac{b}{a}$$

درج واسطه: اگر بخواهی بین a و b ، دقیقاً m تا واسطه ی هندسی بذاری:
توجه: اگر m فرد باشد، باید a و b هم علامت باشند و در این حالت برای r دو جواب قرینه داریم.

هر چه میخواهد دل تنگت بنویس:

برای دستیابی به تدریس های همه دروس اختصاصی به سایت جشان آکادمی (jashan-academy.ir) مراجعه کنید و حتما در کانال تلگرام و روبیکا و اینستاگرام ([@tajrobi10jashani](https://www.instagram.com/tajrobi10jashani)) عضو باشید.

ارادتمند شما! امیر رضا جشانی پور